**Activité : représentation graphique d’un polynôme du second degré**

On a vu qu’une fonction polynôme du second degré peut s’écrire sous trois formes :

* la forme développée $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$
* la forme factorisée (lorsqu’il y a deux racines) $f\left(x\right)=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$
* la forme canonique $f\left(x\right)=a(x-α)²+β$

Nous allons à présent observer la représentation graphique de fonctions du second degré et le rôle que joue les différents paramètres.

**1.Représentation graphique et forme développée**

a) Ouvrir Géogebra.

Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction $ax²+bx+c$.

b)Obtenir la fonction $2x^{2}+4x+3 $en faisant varier les valeurs de $a,b et c$. Quelle forme obtient on ?

…………………………………………………………..

c) Faire varier c à l’aide des flèches. La forme de la courbe est-elle modifiée ?

………………………………………………..

d) Obtenir de nouveau la fonction $2x²+4x+3$ puis faire varier b à l’aide des flèches.

La forme de la courbe est-elle modifiée ?

……………………………………………….

e) Obtenir de nouveau la fonction $2x²+4x+3$ puis faire varier $a$ à l’aide des flèches.

La forme de la courbe est-elle modifiée ?

…………………………………………………………………………………………….

f) **Compléter :**

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ est une …………………….. dont les ………………… sont orientées …………….............……….. et orientées ……………………………………………………»

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part1.ggb)

**2.Représentation graphique et forme factorisée (deux racines)**

a) Ouvrir un nouveau fichier geogebra. Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction $a\*\left(x-x\\_1\right)\left(x-x\\_2\right)$.

b)Obtenir la fonction $-2(x-3)(x-5)$

c) Faire varier $x\_{1} et x\_{2}$ .

d) Compléter :

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$est une …………………….. ………..……………..……………….. ……………………………………………………»

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part2.ggb)

**3.Représentation graphique et forme canonique**

a) a) Ouvrir un nouveau fichier geogebra. Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction Dans f(x) écrire l’expression $a\*(x-α)^{2}+β$ (retrouver$α$ et $β$ dans les caractères spéciaux)

b)Obtenir la fonction $-1\left(x-2\right)^{2}+4$

c) Faire varier $α$ et $β$ à l’aide des flèches.

d) Compléter :

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=a(x-α)²+β$ est une …………………….. qui admet la droite d’équation ……………………………………dont le sommet ……………..……………..……………….. ……………… »

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part3.ggb)

**4.Sens de variations d’une fonction du second degré**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Si ...........Si ……… alors $f$ est …………………………. ……………………………………..

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -  + |
| *f (x)* |  |

 | Si ...........Si ……… alors $f$ est …………………………. …………………………………..

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -  + |
| *f (x)* |   |

 |

**5.Application**

Ouvrir edupython. Faire Nouveau nouveau module python et copier coller la fonction python ci-dessous :

def canonique(a,b,c):

 alpha = -b/(2\*a)

 delta=b\*\*2-4\*a\*c

 beta= -delta/(4\*a)

 print("la forme canonique du polynome du second degré  ", a,"x²+",b,"x+",c, "est :")

 print(a,"(x-",alpha,")²+",beta)

Que permet de faire cette fonction ?

…………………………………………………………………………………..

Enregistrer le script sur votre clé usb (actch5part5.py)

Obtenir la forme canonique des fonctions polynômes du second degré ci-dessous puis dresser (sans justifier) le tableau de variations. Vérifier à l’aide de la calculatrice (prendre une fenêtre adaptée)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$ax²+bx+c$$ | $$a(x-α)^{2}+β$$ | *Valeurs de* $a,α,β$ | *Tableau de variations* | *Fenêtre graphique adaptée* |
| $$x²+100x-2100$$ | ……………… | ………………………… |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

 | *[ ; ]**[ ; ]* |
| $$-8x²+15x-21$$ | ………………… | ………………………… |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

 | *[ ; ]**[ ; ]* |

**Résolution d’un problème :**

 une entreprise fabrique un produit pharmacentique. Le cout de production de *x* objets est $C(x)=3x²-30000x+75 010 250$ (en euros).

Donner sans justifier la forme canonique de C.

Déterminer en justifiant le tableau de variation de C. Déterminer le cout minimum et la quantité à produire afin de réaliser ce minimum.

………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………………………………

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………





**Activité : représentation graphique d’un polynôme du second degré**

On a vu qu’une fonction polynôme du second degré peut s’écrire sous trois formes :

* la forme développée $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$
* la forme factorisée (lorsqu’il y a deux racines) $f\left(x\right)=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$
* la forme canonique $f\left(x\right)=a(x-α)²+β$

Nous allons à présent observer la représentation graphique de fonctions du second degré et le rôle que joue les différents paramètres.

**1.Représentation graphique et forme développée**

a) Ouvrir Géogebra.

Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction $ax²+bx+c$.

b)Obtenir la fonction $2x^{2}+4x+3 $en faisant varier les valeurs de $a,b et c$. Quelle forme obtient on ?

On obtient une parabole.

c) Faire varier c à l’aide des flèches. La forme de la courbe est-elle modifiée ?

On obtient toujours une parabole.

d) Obtenir de nouveau la fonction $2x²+4x+3$ puis faire varier b à l’aide des flèches.

La forme de la courbe est-elle modifiée ?

On obtient toujours une parabole.

e) Obtenir de nouveau la fonction $2x²+4x+3$ puis faire varier $a$ à l’aide des flèches.

La forme de la courbe est-elle modifiée ?

On obtient toujours une parabole mais l’orientation des branches dépend du signe de a.

f) **Compléter :**

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ est une parabole dont les branches sont orientées vers le haut lorsque a>0 et orientées vers le bas lorsque a<0»

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part1.ggb)

**2.Représentation graphique et forme factorisée (deux racines)**

a) Ouvrir un nouveau fichier geogebra. Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction $a\*\left(x-x\\_1\right)\left(x-x\\_2\right)$.

b)Obtenir la fonction $-2(x-3)(x-5)$

c) Faire varier $x\_{1} et x\_{2}$ .

d) Compléter :

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$est une parabole qui coupe l’axe des abscisses aux points d’abscisse $x\_{1} et x\_{2}$»

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part2.ggb)

**3.Représentation graphique et forme canonique**

a) a) Ouvrir un nouveau fichier geogebra. Dans la fenêtre de saisie , entrer la fonction Dans f(x) écrire l’expression $a\*(x-α)^{2}+β$ (retrouver$α$ et $β$ dans les caractères spéciaux)

b)Obtenir la fonction $-1\left(x-2\right)^{2}+4$

c) Faire varier $α$ et $β$ à l’aide des flèches.

d) Compléter :

« la représentation graphique d’une fonction du second degré $f\left(x\right)=a(x-α)²+β$ est une parabole qui admet la droite d’équation x=$α$ comme axe de symétrie dont le sommet S a pour coordonnées $(α;$ $β)$»

Enregistrer votre travail sur clé usb (actch5part3.ggb)

**4.Sens de variations d’une fonction du second degré**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Si $a>0$$$β$$$$α$$**S**Si $a>0$ alors $f$ est décroissante sur ]-∞ ;$α] $ et croissante sur $[α;+\infty [$

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -∞ $α$ +$\infty $ |
| $$f(x)$$ | $β$ |

 | Si $a<0$Si $a<0$ alors $f$ est croissante sur ]-∞ ;$α] $ et décroissante sur $[α;+\infty [$

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -∞ $α$ +$\infty $ |
| $$f\left(x\right)$$ | $β$ |

 |

**5.Application**

Ouvrir edupython. Faire Nouveau nouveau module python et copier coller la fonction python ci-dessous :

def canonique(a,b,c):

 alpha = -b/(2\*a)

 delta=b\*\*2-4\*a\*c

 beta= -delta/(4\*a)

 print("la forme canonique du polynome du second degré  ", a,"x²+",b,"x+",c, "est :")

 print(a,"(x-",alpha,")²+",beta)

Que permet de faire cette fonction ?

Cette fonction python permet d’obtenir la forme canonique d’un polynome du second degré sous forme développée.

Enregistrer le script sur votre clé usb (actch5part5.py)

Obtenir la forme canonique des fonctions polynômes du second degré ci-dessous puis dresser (sans justifier) le tableau de variations. Vérifier à l’aide de la calculatrice (prendre une fenêtre adaptée)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$ax²+bx+c$$ | $$a(x-α)^{2}+β$$ | *Valeurs de* $a,α,β$ | *Tableau de variations* | *Fenêtre graphique adaptée* |
| $$x²+100x-2100$$ | $$1(x+50)^{2}-4600$$ | $$a=1,α=-50,β=-4600$$ |

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  *-50* |
| *f(x)* |  *-4600* |

 | *[-150 ; 50 ]**[ -5000 ; 10000]* |
| $$-8x²+15x-21$$ | $$-8(x- 0.9375 )² -13.96875$$ | $$a=1,α=0,9375,β=-13,96875$$ |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  *0,93875* |
|  |  *-13,96875* |

 | *[ -5 ; 5 ]**[ -50 ; -10 ]* |

**Résolution d’un problème** :

une entreprise fabrique un produit pharmacentique. Le cout de production de *x* objets est *C(x)=3x²-30000x+75 010 250* (en euros).

Donner sans justifier la forme canonique de C.

Déterminer en justifiant le tableau de variation de C. Déterminer le cout minimum et la quantité à produire afin de réaliser ce minimum.

La forme canonique est$C(x)=3(x-5000)²+10250$ *.*

*a=3 ,* $α=5 000,β=10 250$

$a>0$ alors $f$ est décroissante sur ]-∞ ;$5000] $ et croissante sur $[5000;+\infty [$

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | -∞ *5000* +$\infty $ |
| $$f(x)$$ | $10 250$ |

Le cout minimum de production est obtenu pour 5000 objets produits . Le cout minimum est de 10 250 €.

****