Automatisme 1 : fractions- puissances -racines carrées

Fractions : vidéo : mathssa.fr/coursfrac

Propriétés : Pour tout nombre *a, b, c* et *d*, réels on a :

$\frac{a}{D}+\frac{b}{D}=\frac{a+b}{D}$ $\quad\frac{a}{D}-\frac{b}{D}=\frac{a-b}{D}$ $\quad\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

$\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ $\quad\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}$

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$

Exemple 1 : Réduire l'expression suivante au même dénominateur $\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$

$\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1\times3}{4\times3}-\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{3}{12}-\frac{8}{12}=\frac{3-8}{12}=-\frac{5}{12}$

Exemple 2 : Montrer que pour tout réel $x\neq-3$, $\frac{4x+11}{x+3}=4-\frac{1}{x+3}$ vidéo : mathssa.fr/denomin

$$4-\frac{1}{x+3}=\frac{4}{1}-\frac{1}{x+3}$$

$$=\frac{4(x+3)}{x+3}-\frac{1}{x+3}$$

$$=\frac{4(x+3)-1}{x+3}$$

$$=\frac{4x+12-1}{x+3}$$

$$=\frac{4x+11}{x+3}$$

Exemple 3 : Réduire l'expression suivante au même dénominateur A= $\frac{7x}{x-2}-\frac{5}{3-x}$

$$A=\frac{7x}{x-2}-\frac{5}{3-x}$$

$$=\frac{7x(3-x)}{(x-2)(3-x)}-\frac{5(x-2)}{(3-x)(x-2)}$$

$$=\frac{7x(3-x)-5(x-2)}{(x-2)(3-x)}$$

$$=\frac{21x-7x^2-5x+10}{(x-2)(3-x)}$$

$$=\frac{-7x^2+16x+10}{(x-2)(3-x)}$$

Pour s'entrainer : bref.jeduque.net/10vuo2 , bref.jeduque.net/ik6h96 , bref.jeduque.net/3tivpz

Puissances vidéo : mathssa.fr/courspuiss

$a^1 = a$ pour tout nombre a

$a^0 = 1$ pour tout nombre a (non nul)

$0^p = 0$ pour tout entier relatif p (non nul)

$1^p = 1$ pour tout entier relatif p

Propriétés : n et p deux entiers relatifs

$a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\quad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $\quad (a^n)^p = a^{n\times p}$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Vidéo : mathssa.fr/exospuiss

Exprimer sous la forme d'une seule puissance :

$A = 4^5 \times 4^7$
$= 4^{5+7}$
$= 4^{12}$

$B = \frac{5^6}{5^4}$
$= 5^{6-4}$
$= 5^2$

$C = (8^2)^3$
$= 8^{2\times 3}$
$= 8^6$

$D = 6^7 \times 9^7$
$= (6 \times 9)^7$
$= 54^7$

$E = \frac{1}{3^5}$
$= 3^{-5}$

$F = 7^3 \times (7^2)^6$
$= 7^3 \times 7^{2\times 6}$
$= 7^3 \times 7^{12}$
$= 7^{3+12}$
$= 7^{15}$

Pour s'entrainer : bref.jeduque.net/am47w4 , bref.jeduque.net/hpb8b9

Exercice : comparer $A = -3 \times 0{,}4^{n+1}$ et $B = -3 \times 0{,}4^n$ (n entier naturel)

$A - B = (-3 \times 0{,}4^{n+1}) - (-3 \times 0{,}4^n)$

$= -3 \times 0{,}4^{n+1} + 3 \times 0{,}4^n$

$= -3 \times 0{,}4^{n+1} + 3 \times 0{,}4^n$

$= -3 \times 0{,}4^n \times 0{,}4^1 + 3 \times 0{,}4^n$

$= 3 \times 0{,}4^n \times (-0{,}4 + 1)$ on factorise par $3 \times 0{,}4^n$

$= 1{,}8 \times 0{,}4^n$

Or 1,8>0 et $0{,}4^n$>0 . On en déduit que $1{,}8 \times 0{,}4^n$ >0 et donc A-B>0 et donc A>B .

Racines carrées : vidéo :mathssa.fr/racinecar

Pour tous réels a et b positifs, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ $\qquad \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Écrire plus simplement les expressions :

A = $\sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80}$ **vidéo : mathssa.fr/simpliracines3**

On fait apparaître des racines carrées d'une même famille. Pour cela, il faut extraire des carrés parfaits.

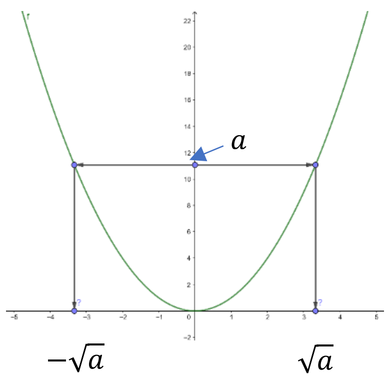
$$\begin{aligned} A &= \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80} \\ &= \sqrt{25 \times 5} - 2\sqrt{4 \times 5} + 6\sqrt{16 \times 5} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{4} \times \sqrt{5} + 6\sqrt{16} \times \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} - 2 \times 2 \times \sqrt{5} + 6 \times 4 \times \sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 24\sqrt{5} \\ &= 25\sqrt{5} \end{aligned}$$

Simplifier une expression du type $\boldsymbol{\dfrac{a}{\sqrt{b}}}$

Méthode : il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur par $\boldsymbol{\sqrt{b}}$

Exemple : simplifier l'expression : $\dfrac{3}{2\sqrt{5}}$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2\sqrt{5}} &= \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} \quad \text{(on multiplie par } \sqrt{5} \text{ au numérateur et au dénominateur)} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{2(\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{2 \times 5} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{10} \end{aligned}$$



Résolution d'une équation du second degré du type $\boldsymbol{x^2 = a}$

> **Propriété :** Soit $a > 0$
> L'équation $x^2 = a$ admet exactement deux solutions : $-\sqrt{a}$ *et* $\sqrt{a}$

Remarque : lorsque $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'admet aucune solution.

Application 1: résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 3$. Vidéo : mathssa.fr/facto5

$x^2 = 3 \Leftrightarrow x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$

L'ensemble des solutions de cette équation est S= $\{-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\}$

Application 2: résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = -1$.

L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solutions réelles . L'ensemble des solutions de cette équation est S= $\emptyset$

Application 3 : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x-3)^2 = 9$ Vidéo : mathssa.fr/facto5

$(x-3)^2 = 9$

$\Leftrightarrow x - 3 = -\sqrt{9}$ ou $x - 3 = \sqrt{9}$

$\Leftrightarrow x - 3 = -3$ ou $x - 3 = 3$

$+3 \quad +3 \qquad +3 \quad +3$

$\Leftrightarrow x = -3 + 3 = 0$ *ou* $x = 3 + 3 = 6$ L'ensemble des solutions de cette équation est S= $\{0; 6\}$

Pour s’entrainer : http://bref.jeduque.net/1uh6cs