Automatisme 5 : équations -inéquations du 1er degré – systèmes d'équations

liens vidéos : mathssa.fr/equadeg1 (6mns6s) , mathssa.fr/resolequa (6mns35s) et mathssa.fr/resolequa2 (11mns)

Résolution d'une équation du 1er degré à une inconnue (puissance de x la plus grande c'est 1)

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $3(x+4)=-(x+5)+2$

$3(x+4)=-x-3$

$\Leftrightarrow$ $3x+12=-x-3$ On applique la distributivité

$\Leftrightarrow$ $3x+x=-3-12$ On ajoute x puis -12 à chaque membre

$\Leftrightarrow$ $4x=-15$

$\Leftrightarrow$ $x=\frac{-15}{4}$ La solution est $\frac{-15}{4}$; S= $\{\frac{-15}{4}\}$ S désigne l'ensemble des solutions.

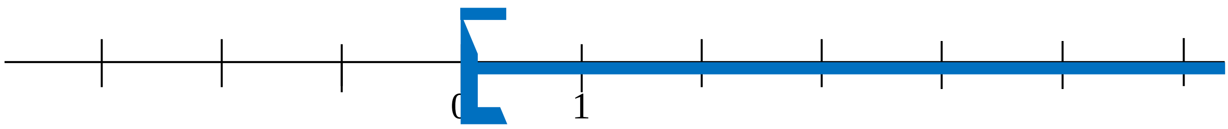
Résolution d'une inéquation du 1er degré à une inconnue

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3x \geq 0$

$3x \geq 0$

$\Leftrightarrow$ $x \geq \frac{0}{3}$ On divise chaque membre par 3

$\Leftrightarrow$ $x \geq 0$



Les solutions sont les réels de l'intervalle [0 ;+∞[. S=[0 ;+∞[.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x+7>4x-8$.

$-2x+7>4x-8$

$\Leftrightarrow$ $-2x-4x+7>-8$ On ajoute -4x à chaque membre

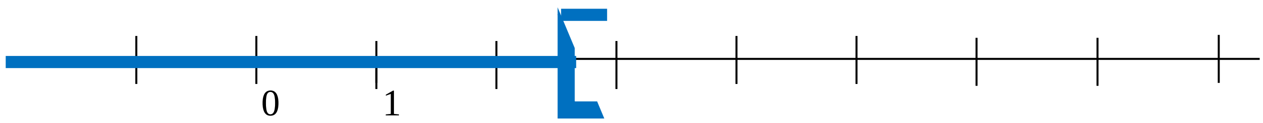
$\Leftrightarrow$ $-6x+7>-8$

$\Leftrightarrow$ $-6x>-8-7$ On ajoute -7 à chaque membre

$\Leftrightarrow$ $-6x>-15$

$\Leftrightarrow$ $\frac{-6x}{-6}<\frac{15}{-6}$ On divise chaque membre par -6<0

$\Leftrightarrow$ $x<2{,}5$



Les solutions sont les réels de l'intervalle]-∞; 2,5[. S=]$-\infty$; 2,5[.

Résolution d'un système de 2 équations du 1^er degré à 2 inconnues

a)la méthode de substitution	**b.la méthode par combinaison linéaire**

a)la méthode de substitution

Vidéo : mathssa.fr/systeme (de 3mns 52s à 8mns30s)

Méthode générale :
Dans une équation , on exprime une **inconnue** en fonction de l'autre puis on remplace cette inconnue dans la 2ème équation**.**

Résoudre le système $(\mathcal{S})$: $\begin{cases} x + 3y = 15 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$

$$(\mathcal{S}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ 2(-3y + 15) + y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -6y + 30 + y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -5y = 10 - 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -5y = -20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ y = \dfrac{-20}{-5} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \times 4 + 15 = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

$S = \{(3\,;4)\}$

b.la méthode par combinaison linéaire

Vidéo : mathssa.fr/systeme (de 8mns25s à 13mns10s)

Méthode générale :
Souvent la méthode par substitution a l'inconvénient de faire apparaitre des rationnels. Une autre méthode peut etre plus intéressante.
On peut « combiner » les deux équations afin de faire disparaitre une inconnue dans une des deux équations.

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

Remarque : Ici, la méthode de substitution ne se prête pas à la résolution du système car en isolant une inconnue, on ramène les équations à des coefficients rationnels. Ce qui compliquerait considérablement les calculs.

On multiplie la première équation par 5 et la deuxième équation par 3 dans le but d'éliminer une inconnue par soustraction ou addition des deux équations.

$$\begin{matrix} \times 5 \\ \times 3 \end{matrix} \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$$

On soustraie les deux premières équations. Ici, on élimine l'inconnue x.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 15x - 10y = 25 \\ 15x + 9y = 6 \end{cases} \\ \hline 15x - 15x - 10y - 9y = 25 - 6 \end{array}$$

On résout l'équation obtenue pour trouver l'inconnue y.

$$-19y = 19$$
$$y = -1$$

On substitue dans une des équations du système la valeur ainsi trouvée pour y et on calcule la valeur de l'autre inconnue.

$$3x - 2 \times (-1) = 5$$
$$3x + 2 = 5$$
$$3x = 5 - 2$$
$$3x = 3$$
$$x = 1$$

On note : $S = \{(1\,;-1)\}$