**CHAPITRE 15 – Géométrie repérée**

On se place dans un repère orthonormé du plan.

I. Rappels sur les équations de droites

**Rappels du cours de 2de en vidéo :** [**mathssa.fr/equdroite**](http://www.mathssa.fr/equdroite)

Critère de colinéarité :

Soit les vecteurs et .

On appelle déterminant des vecteurs noté det( le réel :det( *xy’ – yx’*

 et sont colinéaires si et seulement si det(

Vecteur directeur d’une droite :

Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne est .

Propriété :

Les droites d'équation et sont parallèles si et seulement si *ab’ – a’b* = 0.

Méthode : Déterminer une équation de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

 Vidéos : [mathssa.fr/equacart2](http://www.mathssa.fr/equacart2)  (3mns18s) et [mathssa.fr/equacart3](http://www.mathssa.fr/equacart3)  (5mns)

On considère un repère du plan.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d* passant par le point *A*(3 ; 1) et de vecteur directeur (–1 ; 5).

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite *d'* passant par les points *A*(5 ; 3) et *B*(1 ; –3).

1.Ainsi, comme ) est un vecteur directeur de *d*, une équation de *d* est de la forme :

Pour déterminer *c*, il suffit de substituer les coordonnées de *A* dans l'équation.

d :

2) *A* et *B* appartiennent à *d’* donc est un vecteur directeur de *d'*.

On a :

Une équation cartésienne de *d'* est de la forme : .

 appartient à *d'* donc : soit

Une équation cartésienne de *d'* est : ou encore .

Méthode : Tracer une droite dont on connait une équation cartésienne

Vidéo : [mathssa.fr/equacart4](http://www.mathssa.fr/equacart4) (3mns44s)

Tracer la droite (d) d’équation cartésienne :



Alors le vecteur de coordonnées soit est un vecteur

directeur de *d*.

On remplace par .

A

A(0 ;2,5) appartient à la droite (d)

(d) est la droite passant par A et vecteur directeur

**II. Équation de droite de vecteur normal donné**

**Définition :** Soit une droite *d*.

On appelle **vecteur normal** à une droite *d*, un vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de *d*.

Exemple :

Soit la droite *d* d'équation cartésienne .

Un vecteur directeur de *d* est : .

Un vecteur normal de *d* est tel que :

Soit :

*a* = 2 et *b* = -3 conviennent, ainsi le vecteur est un vecteur normal de *d*.

**Propriétés :**

- Une droite de vecteur normal admet une équation cartésienne de la forme où *c* est un nombre réel à déterminer.

- Réciproquement, la droite *d* d'équation cartésienne admet le vecteur pour vecteur normal.

Démonstrations :

- Soit un point A de la droite *d*.

M est un point de *d* si et seulement si et sont orthogonaux.

Soit : Soit encore :

.

- Si est une équation cartésienne de *d* alors est un vecteur directeur de *d*.

Le vecteur vérifie : . Donc les vecteurs et sont orthogonaux.

Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal

Vidéo : [mathssa.fr/vn](http://www.mathssa.fr/vn)  3mns47s

Dans un repère orthonormé du plan, on considère la droite *d* passant par le point et dont un vecteur normal est le vecteur .

Déterminer une équation cartésienne de la droite *d*.

Comme est un vecteur normal de *d*, une équation cartésienne de *d* est de la forme

Le point appartient à la droite *d*, donc : et donc :

.Une équation cartésienne de *d* est : .

* Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d’un point sur une droite

Vidéo : [mathssa.fr/vn2](http://www.mathssa.fr/vn2) 9mns 35s

Soit la droite *d* d’équation et le point A de coordonnées (2 ; 4).

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*.

- On commence par déterminer une équation de la droite (AH) :

Comme *d* et (AH) sont perpendiculaires, un vecteur directeur de *d* est un vecteur normal de (AH).

Une équation cartésienne de *d* est , donc le vecteur est un vecteur directeur de *d*.

Et donc est un vecteur normal de (AH).

Une équation de (AH) est de la forme

 .

Or, le point A(2 ; 4) appartient à (AH), donc ses coordonnées vérifient l’équation de la droite.

On a : soit .

Une équation de (AH) est donc : .

- H est le point d’intersection de *d* et (AH), donc ses coordonnées vérifient les équations des deux droites. Résolvons alors le système :

 soit soit encore

soit enfin  et donc .

Le point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*, a pour coordonnées (1 ; 1).

**III. Équations de cercle**

**Propriété :** Une équation du cercle de centre et de rayon *r* est :

Éléments de démonstration :Soit C le cercle de centre et de rayon *r*

Tout point appartient à C si et seulement si

 si et seulement si

Méthode : Déterminer une équation d'un cercle

Vidéo : [mathssa.fr/equacercle1](http://www.mathssa.fr/equacercle1)  3mns46s

Dans un repère orthonormé du plan, on considère le cercle *C* de centre et passant par le point .

Déterminer une équation du cercle *C*.

Commençons par déterminer le carré du rayon du cercle *C* :

Une équation cartésienne du cercle *C* est alors : .

Méthode : Déterminer les caractéristiques d'un cercle

Vidéo : [mathssa.fr/equacercle2](http://www.mathssa.fr/equacercle2)  8 mns

Dans un repère orthonormé du plan, on considère l'ensemble *Ε* d'équation :

. Démontrer que l'ensemble *Ε* est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre, rayon).

L'ensemble *Ε* est le cercle de centre le point de coordonnées (1 ; 5) et de rayon 3.