**CHAPITRE 2 – DERIVATION 1ère partie**

**I – Dérivation - point de vue local**

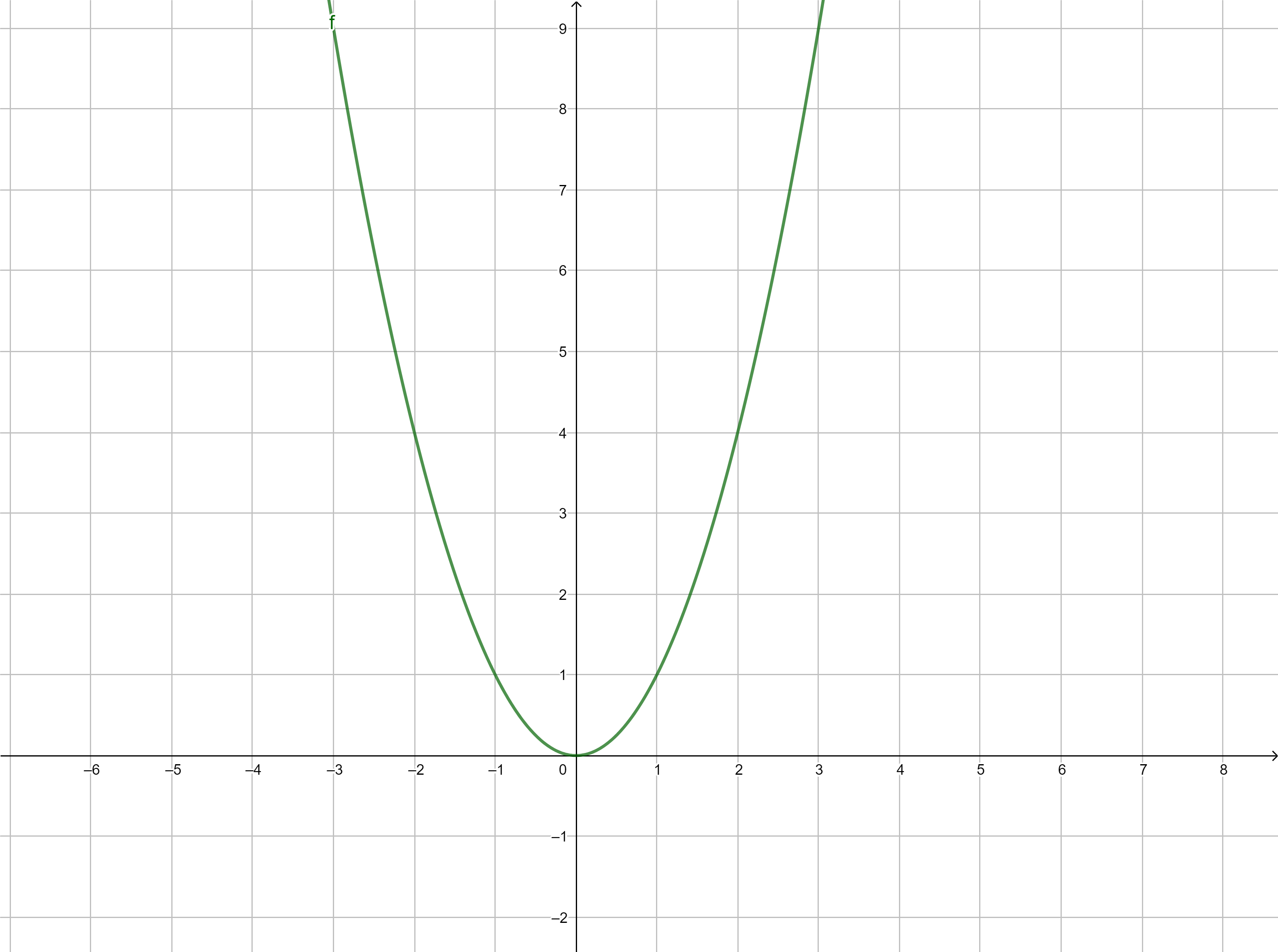
Soit une fonction définie sur un intervalle I , C sa courbe représentative dans un repère du plan.

désigne un réel non nul et appartient à I.

**1.Notion de sécante**

|  |
| --- |
| **Définition :**  une sécante à la courbe C désigne une droite passant par deux points de la courbe. |

Exercice : déterminer l’équation de la sécante d à la courbe de la fonction carrée passant par les points A et B d’abscisse respective . (cf activité faite en classe partie exercices)



Le coefficient directeur de *d* est :

*m* = = –1.

L’équation de *d* est donc de la forme : *y =* –*x + p*

Comme A appartient à la droite *d*, ses coordonnées vérifient l’équation de *d* soit :

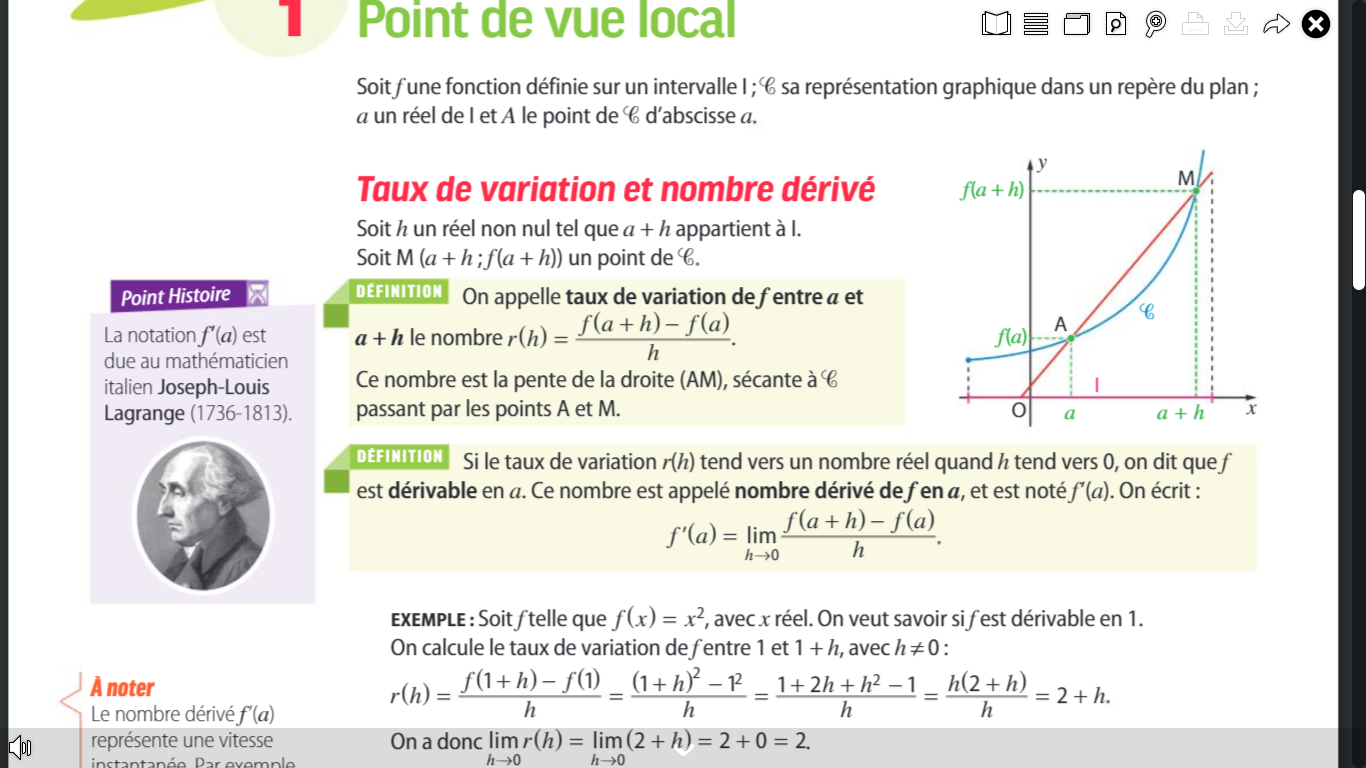
4 = –(-2) + *p* soit soit

Une équation de *d* est donc : *y = – x +* 2*.*

B

A

d



**Définition-propriété :**

Le taux de variations de entre et est le nombre

.

Soit A le point de C d’abscisse et M le point de C d’abscisse .

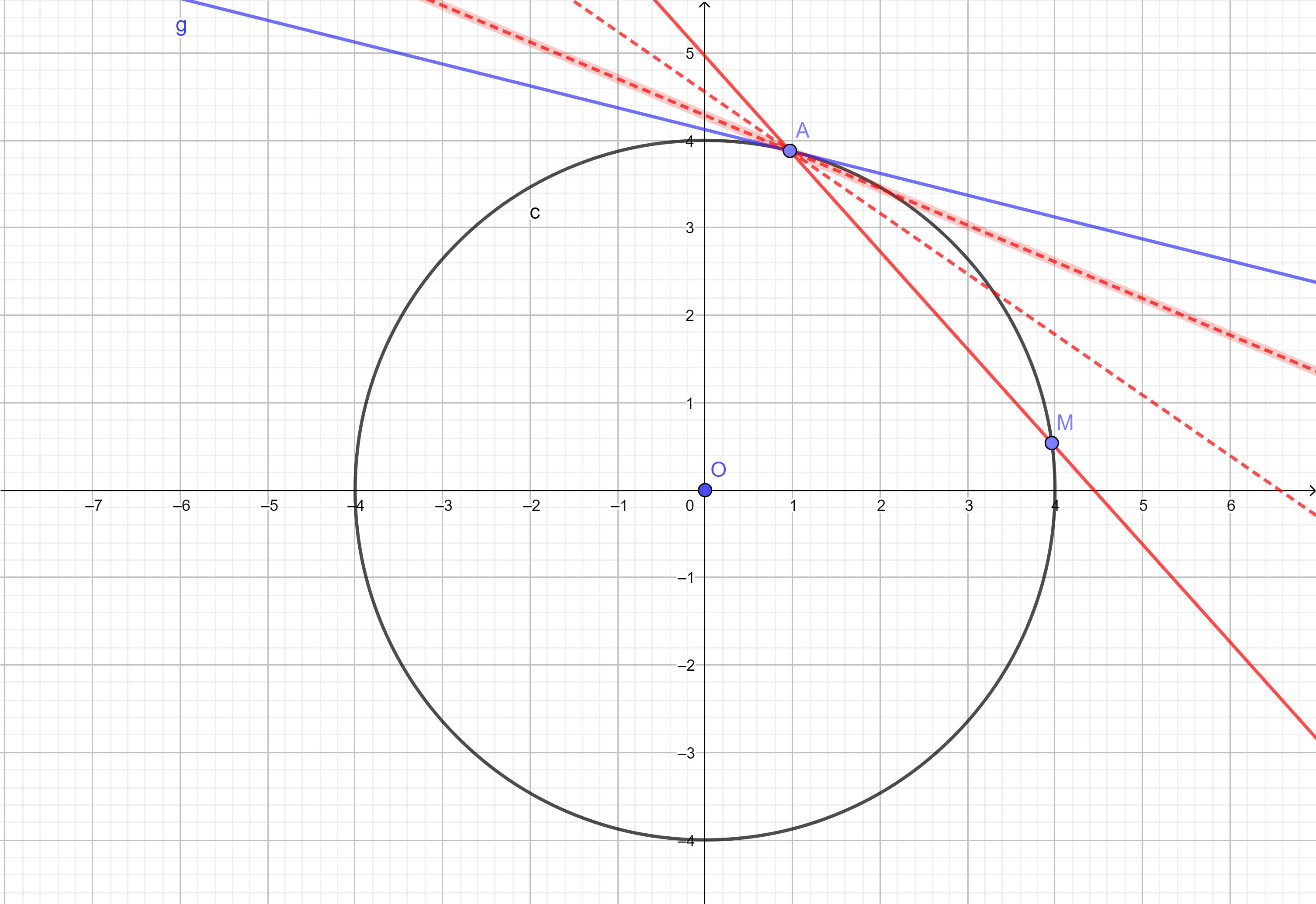
Le taux de variations de entre et est aussi le coefficient directeur de la sécante (AM).

**Preuve :**

Le coefficient directeur de la sécante (AM) est :

**2.Notion de tangente**

**a)Tangente à un cercle**

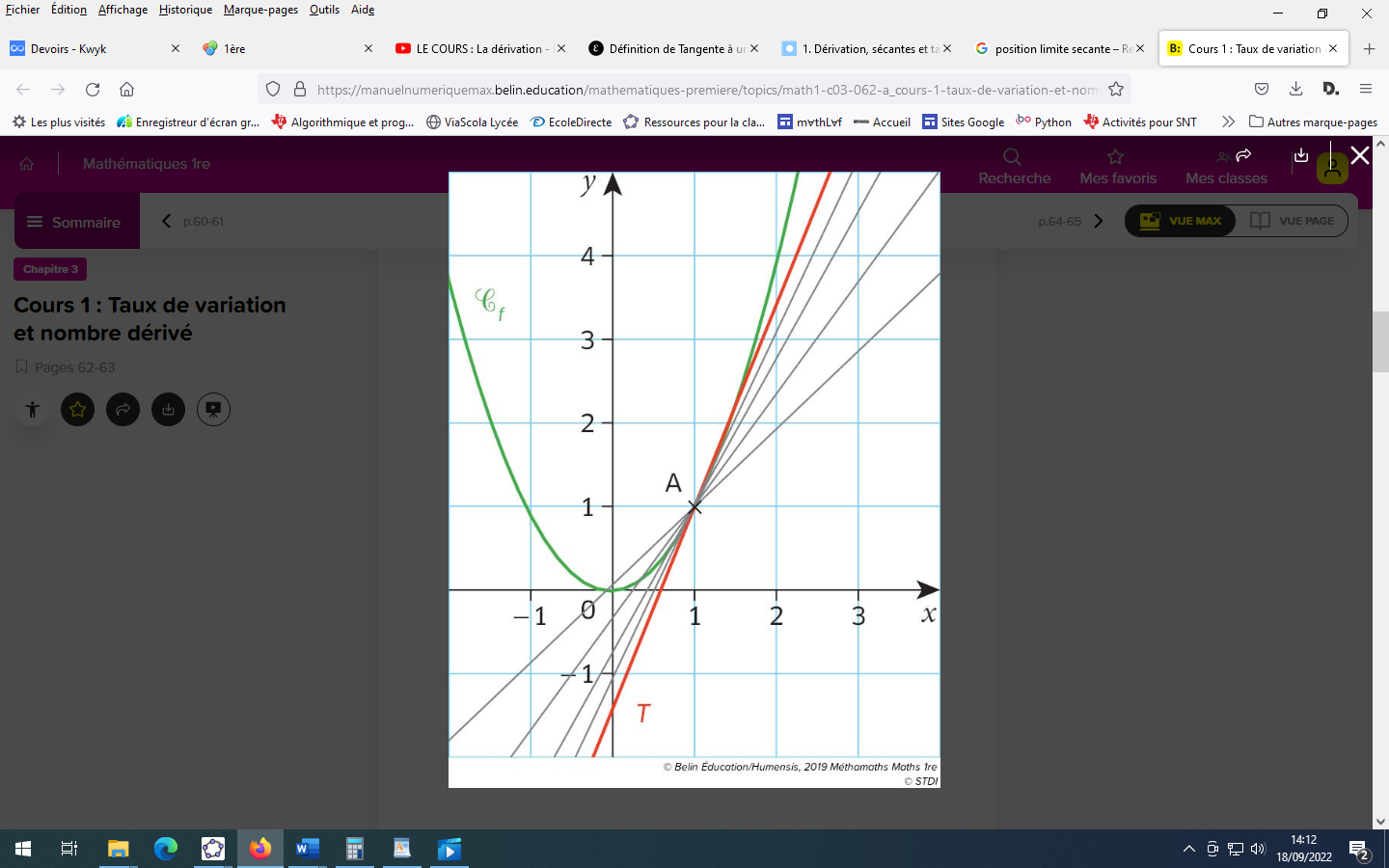
****

Lorsque le point M se rapproche du point A , la corde (AM) se rapproche d’une droite fixe appelé **tangente au cercle au point A** (qui est aussi la perpendiculaire au rayon [OA] passant par A et la droite passant par A qui coupe le cercle en un point)

**b)Tangente à la courbe d’une fonction**

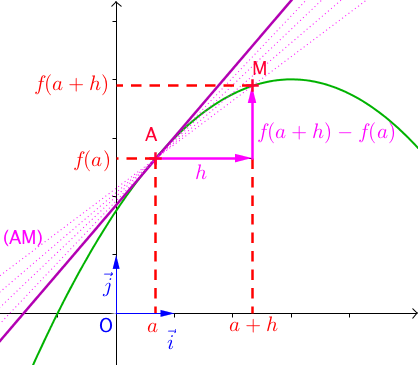
Vidéo :[mathssa.fr/tgte](http://www.mathssa.fr/tgte) (3mns)

|  |
| --- |
| **Définition:**  La tangente à une courbe C passant par le point A est la position limite de la sécante (AM) lorsque M se rapproche de plus en plus du point A. |

**Exemple :** la droite en rouge représente la position limite des sécantes c’est-à-dire la tangente à la courbe C au point A.

**Remarque :**

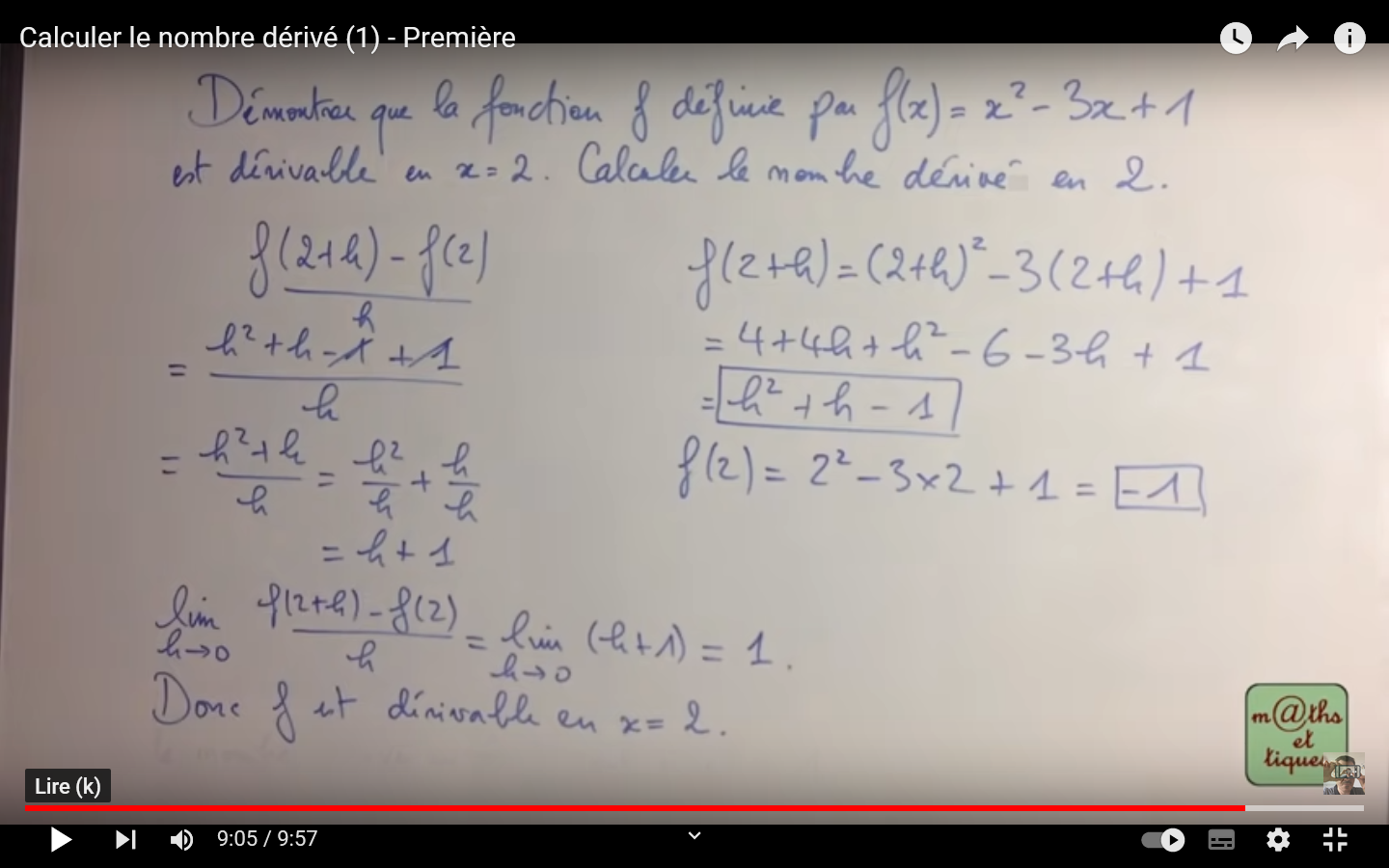
la tangente à la courbe C en un point A désigne la droite passant par A et qui « accompagne le mouvement » de la courbe C

**3. Nombre dérivé**

Vidéo : [mathssa.fr/derive](http://www.mathssa.fr/derive) (de 0 à 12mns36s)

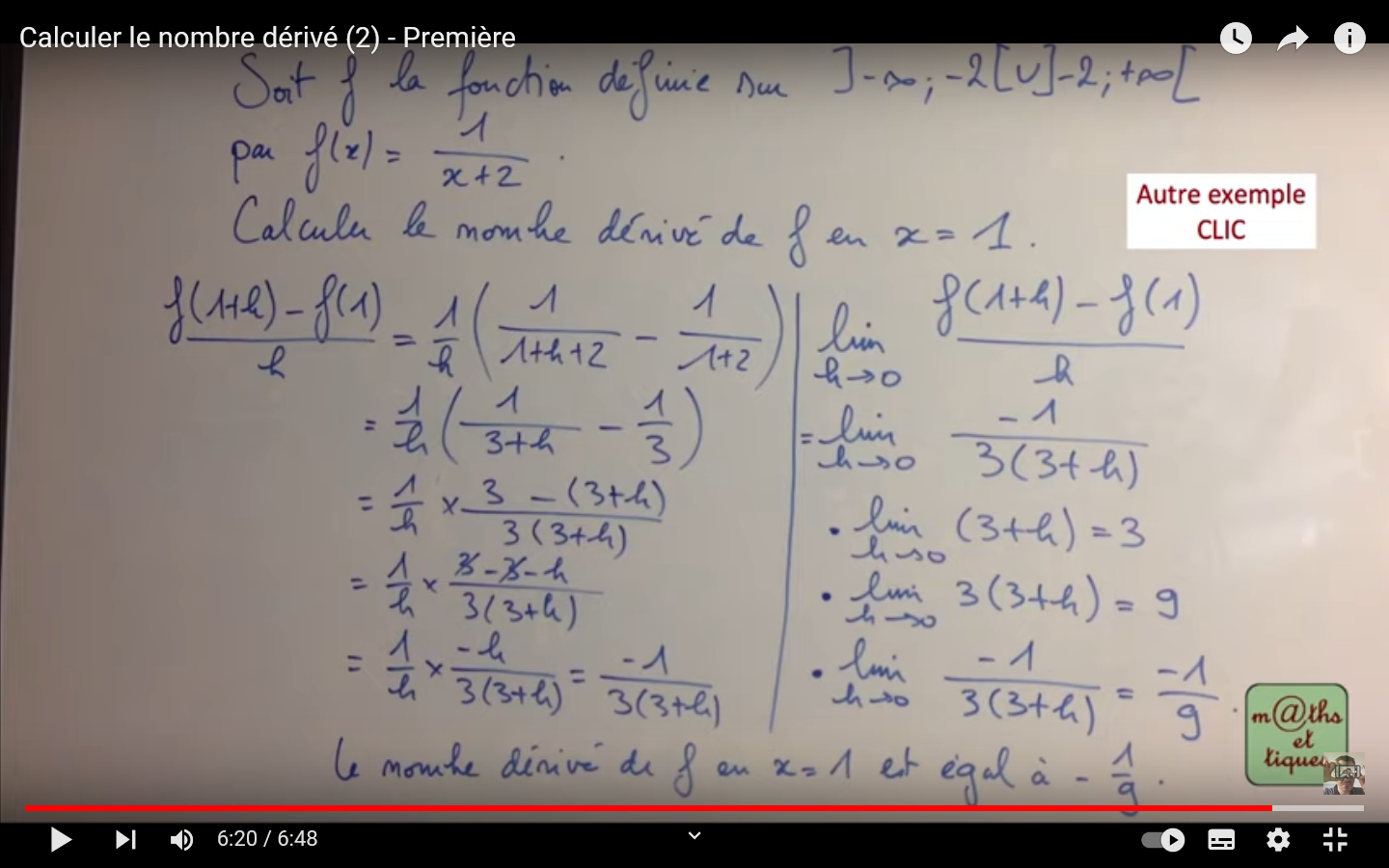
|  |
| --- |
| **Définition :**  Si le taux de variations de entre  : se rapproche d’un nombre L lorsque h se rapproche de 0 alors on dira que est dérivable en et L est appelé nombre dérivé de en et est noté  On écrira : |

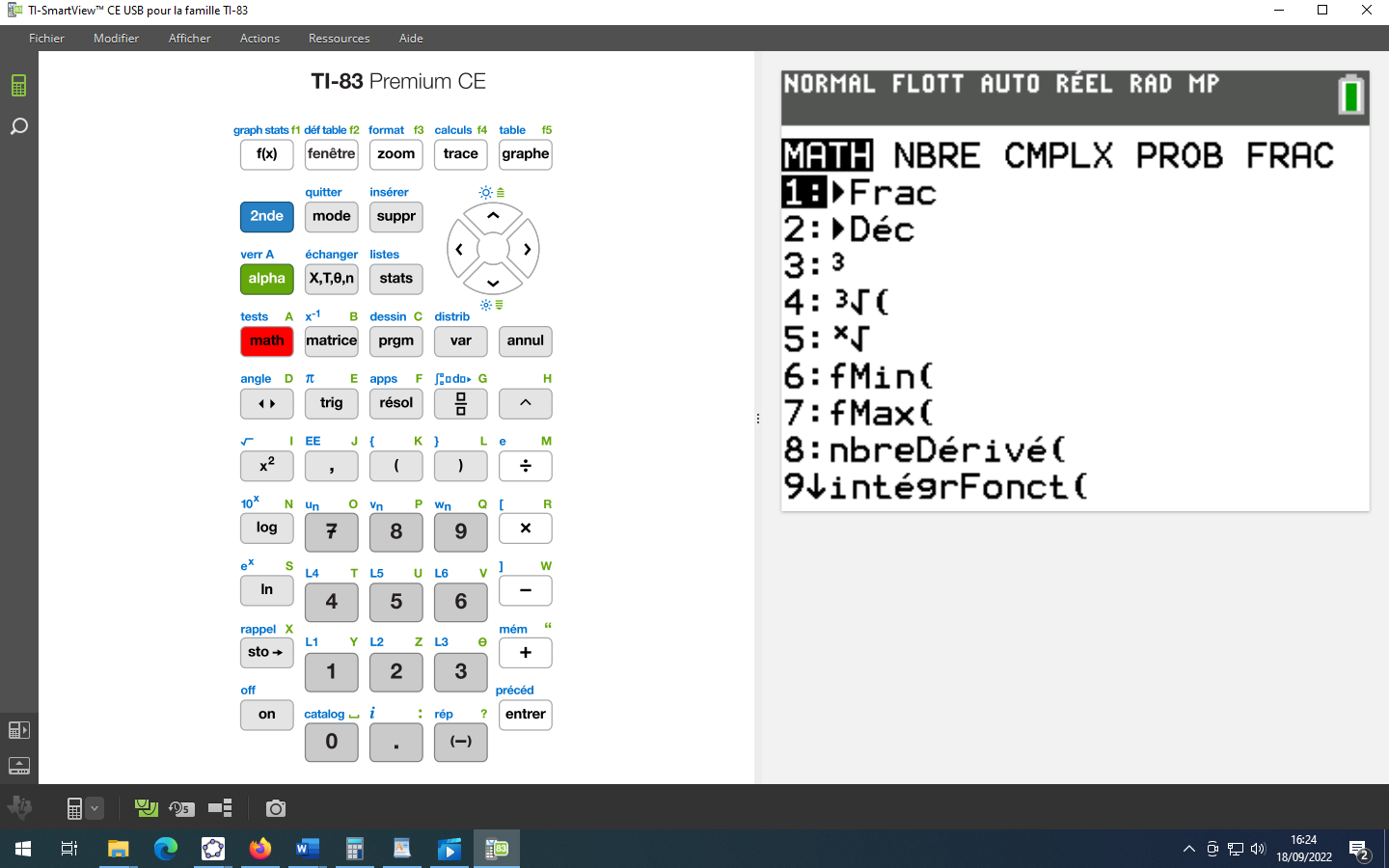
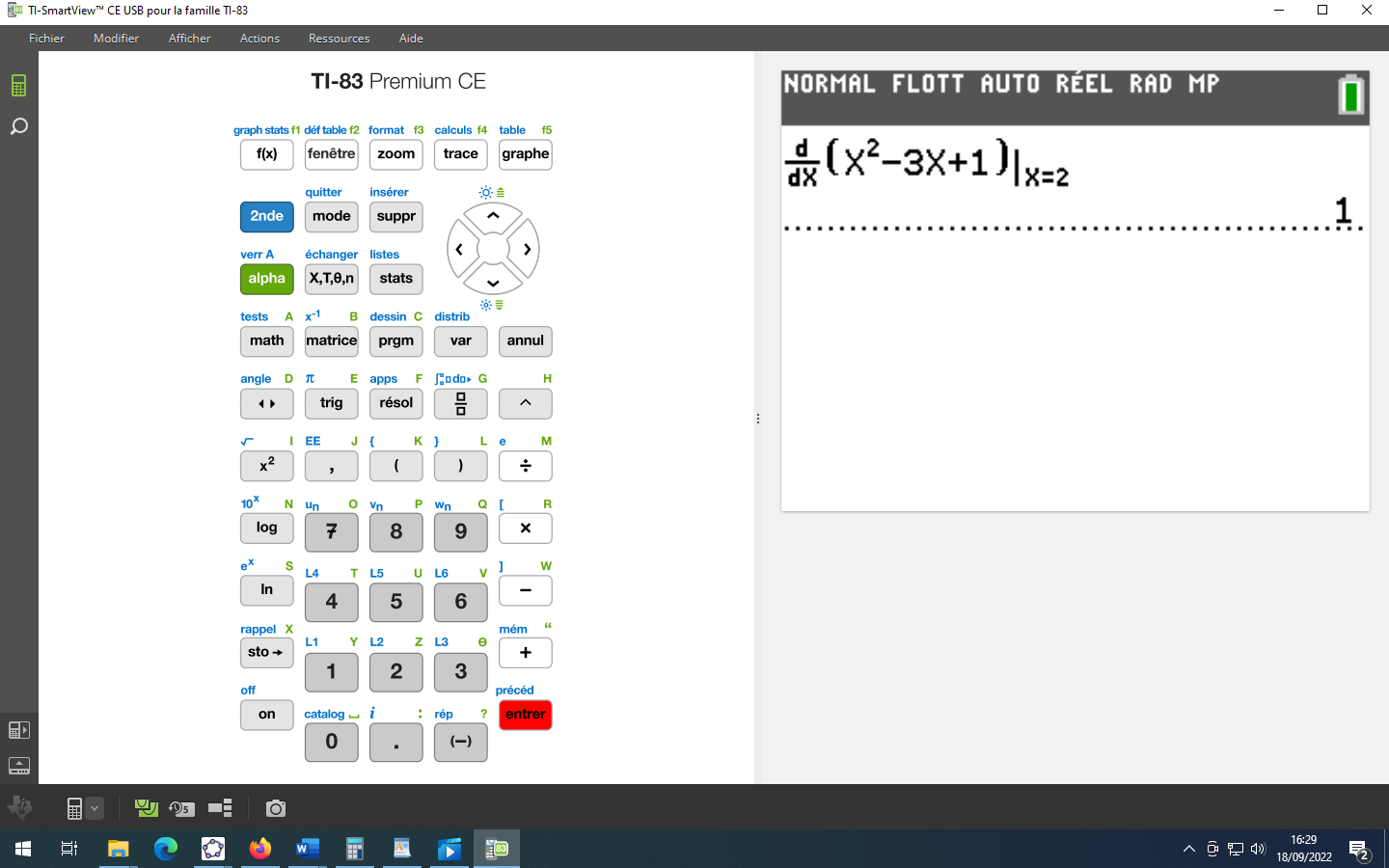
Exemple 1 : vidéo : mathssa.fr/derive1



et

Exemple 2 : vidéo : [mathssa.fr/derive2](http://www.mathssa.fr/derive2)



Avec la calculatrice : **ne pas recopier**

**Remarque importante :** étant la limite du taux de variations de entre et

lorsque h se rapproche de 0 , est donc aussi la limite du

coefficient directeur de la sécante (AM) lorsque M se rapproche

du point A.  **est donc le coefficient directeur de la tangente à la courbe C**

**au point A.**

Exercice :Soit une fonction dérivable de courbe C représentée ci-dessous.

Sont représentées également les tangentes aux points d’abscisse Déterminer, **en justifiant**,



est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

car cette droite est horizontale.

est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse 2.

**II – Dérivation - point de vue global**

**1.Fonction dérivée**

Définition : Soit *f* une fonction définie sur un intervalle I.

On dit que *f* est **dérivable** sur I si elle est dérivable en tout réel *x* de I.

Dans ce cas, la fonction qui à tout réel *x* de I associe le nombre dérivé de *f* en *x* est appelée **fonction dérivée** de *f* et se note *f* '.

**2. Formules de dérivation des fonctions usuelles :**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Fonction *f* | Ensemble de définition de *f* | Dérivée *f* ' | Ensemble de définition de *f '* |
| , |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | \{0} |  | \{0} |
|  |  |  |  |



Le mot « dérivé » vient du latin « derivare » qui signifiait « détourner un cours d’eau ».

Le mot a été introduit par le mathématicien franco-italien *Joseph Louis Lagrange* (1736 ; 1813) pour signifier que cette nouvelle fonction dérive (au sens de "provenir") d'une autre fonction.

Démonstration au programme pour la fonction carrée :

Video : [mathssa.fr/demoderive1](http://www.mathssa.fr/demoderive1)

Soit la fonction *f* définie sur par . Démontrons que pour tout *x* réel, on : .

Calculons le nombre dérivé de la fonction *f* en un nombre réel quelconque *a*.

Pour : = = = =

Or : = =

Pour tout nombre *a*, est dérivable en et .

Démonstration au programme pour la fonction inverse :

Video : [mathssa.fr/demoderive2](http://www.mathssa.fr/demoderive2)

Soit la fonction *f* définie sur \{0} par . Démontrons que pour tout *x* de \{0}, on a : .

Pour et :

= = = =

Or : = =

Pour tout nombre *a non nul*, est dérivable en et *f’(a)=* .

Ainsi, pour tout *x* de \{0}, on a : .

Démonstration au programme : Non dérivabilité de la fonction racine carrée en 0

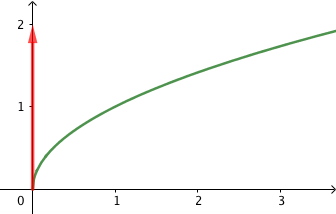
vidéo : [mathssa.fr/demoderive3](http://www.mathssa.fr/demoderive3)

Soit la fonction *f* définie sur par .

On calcule le taux de variation de *f* en 0 :

Pour  : = = = = =

Or : = = .

En effet, lorsque *h* tend vers 0, prend des valeurs de plus en plus grandes.

Donc *f* n’est pas dérivable en 0.

Géométriquement, cela signifie que la courbe

représentative de la fonction racine carrée admet

une **tangente verticale en 0.**

**Exercice type:**

1.Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction cube au point d’abscisse -2.

2. Existe-t-il une tangente T à Cf parallèle à la droite d d’équation  ? Si oui , déterminer les coordonnées du ou des points de contact entre et T.

1.si est une fonction dérivable en , une équation de la tangente à la courbe de au point d’abscisse *a* est

Pour tout réel

Une équation de la tangente à la courbe de au point d’abscisse est

,

Soit T une tangente à Cf au point d’abscisse . d la droite d’équation

T//(d) elles ont le meme coefficient directeur

Les points de contact ont pour coordonnées