**CHAPITRE 3 – Probabilités conditionnelles 1ère partie**

Dans tout le chapitre, P est une probabilité définie sur l’univers .

**I- Probabilité conditionnelle**

**1.Définition et propriétés :**

Vidéo : [mathssa.fr/probacondi](http://www.mathssa.fr/probacondi) (de 0 à 8 mns30s)

Définition : Soit *A* et *B* deux événements avec .

On appelle **probabilité conditionnelle** de *B* sachant *A*, la probabilité que l'événement *B* se réalise sachant que l'événement *A* est réalisé. Elle est notée et est définie par : .

**Exemple :** lien vidéo : [mathssa.fr/probacondi2](http://www.mathssa.fr/probacondi2) (7mns42s)

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit l'événement "Le résultat est un pique".

Soit l'événement "Le résultat est un roi". Calculer et

= , = ,

est l'événement "Le résultat est le roi de pique". Alors : .

La probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :

= = .

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est un pique, on a une chance sur 8 d'obtenir le roi.

La probabilité que le résultat soit un pique sachant qu'on a tiré un roi est :

= = .

On peut retrouver intuitivement ce résultat. En effet, sachant que le résultat est un roi, on a une chance sur 4 d'obtenir un pique.

**Remarques:** en pratique, il faut être très attentif à l’énoncé et s’intéresser à l’ensemble de référence. Si ce dernier est modifié, il faudra penser à une probabilité conditionnelle.

La probabilité conditionnelle suit les règles et lois de probabilités vues pour les probabilités simples. On a en particulier :

Propriétés : Soit et deux événements avec .

-

-

-

|  |  |
| --- | --- |
| **Preuve :**  Or et donc  (en divisant par )  D’où . | D’où |

**2.Arbre pondéré :**

Vidéo : [mathssa.fr/probacondi](http://www.mathssa.fr/probacondi) (de 8 mns30s à 20mns)

**Règles :**

* *Sur les premières branches de l’arbre, on indiquera les* ***probabilités*** *des évènements et sur les suivantes, on indiquera les* ***probabilités conditionnelles****.*
* *La probabilité de* ***l’intersection*** *des évènements se trouvant sur un chemin est égale au* ***produit*** *des probabilités inscrites sur chaque branche du chemin.*
* ***Règle des nœuds****: La somme des probabilités affectées aux branches issues d’un même nœud est égale à 1.*

Illustration :On tire au hasard une boule dans une urne contenant des boules rouges et noires.

L’urne contient 40% de boules rouges . Parmi les boules rouges, 75% sont gagnantes et 25%de boules sont noires et gagnantes. Représentons un arbre.



**II-Formule des probabilités totales :**

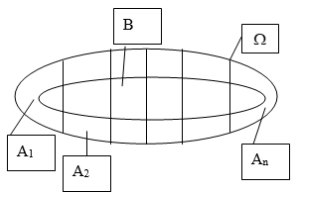
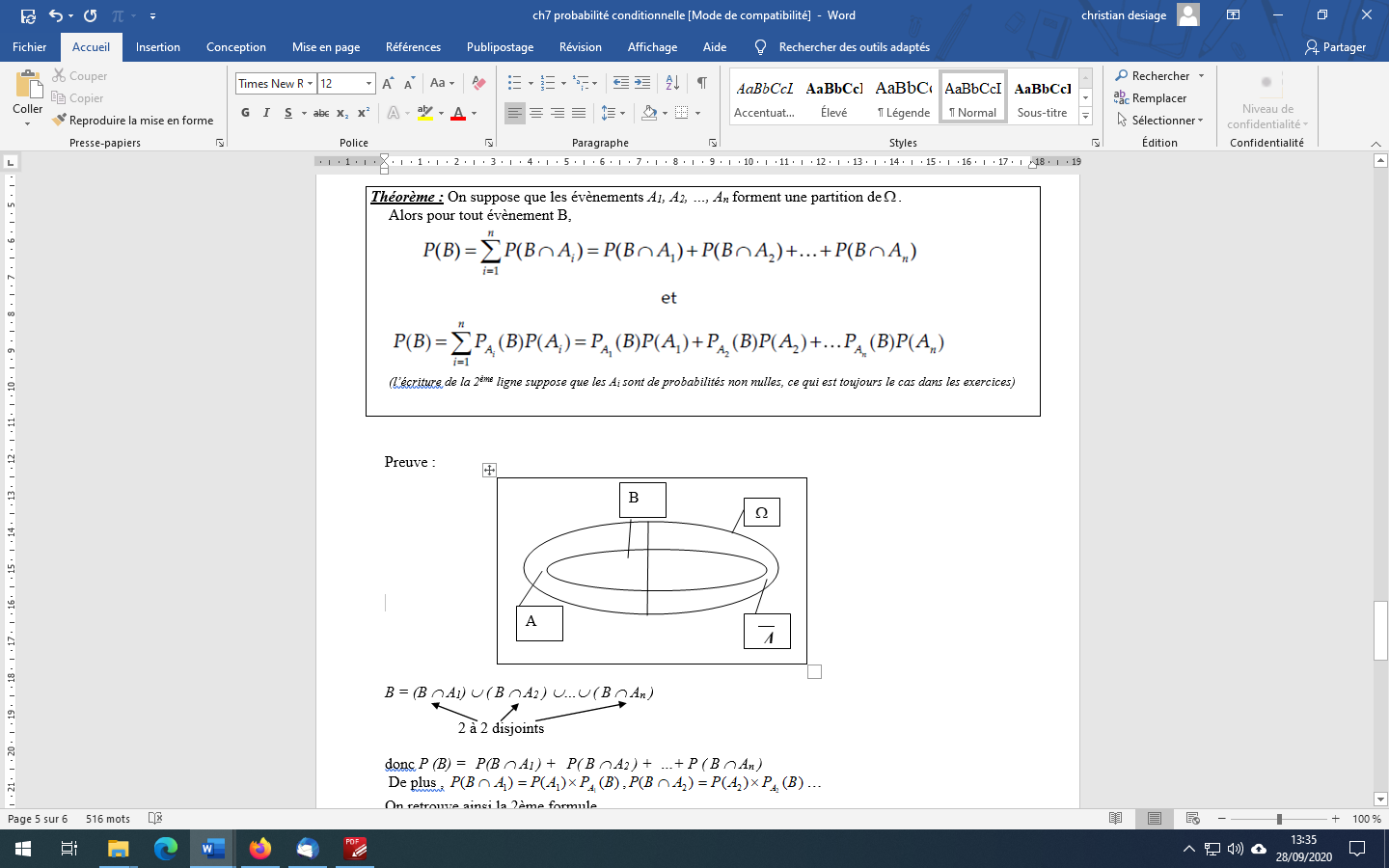
Vidéo : [mathssa.fr/probacondi](http://www.mathssa.fr/probacondi) (de 20mns à 22mns30s)

|  |
| --- |
| **Définition :** une partition de l’univers est un ensemble d’évènements deux à deux incompatibles et dont la réunion est |

**Exemple :** On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes

A1= « tirer un cœur » , A2= « tirer un carreau » , A3= « tirer un pique » et A4= « tirer un trèfle » est une **partition** de 



**Remarque :** si A est un évènement alors les évènements A et forment une partition de 

|  |
| --- |
| ***Théorème :*** On suppose que les évènements *A1, A2, …, An* forment une partition de.  Alors pour tout évènement B, |

|  |
| --- |
| Conséquence :**soit A et B deux évènements alors :** |

Méthode : Calculer la probabilité d'un événement à l’aide des probabilités totales

Vidéo : [mathssa.fr/probacondi3](http://www.mathssa.fr/probacondi3) (12mns)

Lors d’une épidémie chez des bovins, on s’est aperçu que si la maladie est diagnostiquée suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle.

Un test est mis au point et essayé sur un échantillon d’animaux dont 2 % est porteur de la maladie. On obtient les résultats suivants :

– si un animal est porteur de la maladie, le test est positif dans 85 % des cas ;

– si un animal est sain, le test est négatif dans 95 % des cas.

On choisit de prendre ces fréquences observées comme probabilités pour toute la population et d’utiliser le test pour un dépistage préventif de la maladie.

On note respectivement et les événements « Être porteur de la maladie » et

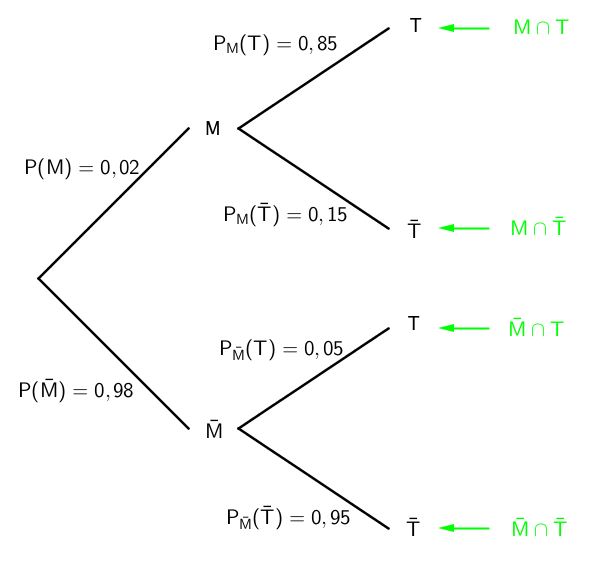
« Avoir un test positif ».

1) Un animal est choisi au hasard. Quelle est la probabilité que son test soit positif ?

*D'après BAC S, Antilles-Guyanne 2010*

2) Si le test du bovin est positif, quelle est la probabilité qu’il soit malade ?

1)



La probabilité que le test soit positif est associée aux deux évènements et .

(Formule des probabilités totales)

= 0,02 0,85 + 0,98 × 0,05 = 0,066.

La probabilité que le test soit positif est égale à 6,6%.

2) = 0,26.

La probabilité que le bovin soit malade sachant que le test est positif est d’environ 26%.