**CHAPITRE 6 – DERIVATION 2ème partie**

**Rappels du chapitre 2**

**Propriété :**

La **tangente** à la courbe au point A est la droite passant par A de coefficient directeur le nombre dérivé .

Exercice :Soit une fonction dérivable de courbe C représentée ci-dessous.

Sont représentées également les tangentes aux points d’abscisse Déterminer, **en justifiant**,



B

D

A



 est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

C

 est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

 car cette droite est horizontale.

 est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse 2.

Propriété :

Une équation de la tangente à la courbe en A est : .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Fonction *f* | Ensemble de définition de *f* | Dérivée *f* ' | Ensemble de définition de *f '* |
| ,  |  |  |  |
| ,  |  |  |  |
|   |  |  |  |
|  |  |  |  |
|   | \{0} |   | \{0} |
|  |  |   |  |

**Exercice corrigé :** soit la fonction définie sur par

a)Donner pour tout réel .

b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe de au point d’abscisse .

a)Pour tout réel .

b) une équation de la tangente à la courbe de au point d’abscisse est :

 ,

**I – Opérations sur les dérivées :**

**Avec géogebra :**



**1. Fonction dérivée de où est un entier relatif non nul**

|  |
| --- |
| **Propriété :**Soit est un entier naturel non nul.La fonction définie par est dérivable sur et pour tout réel ,  Soit est un entier relatif strictement négatif ,La fonction définie par est dérivable sur  et pour tout réel ,  |

**Exemples :** La fonction définie par est dérivable sur et pour tout réel ,

La fonction définie par est dérivable sur et pour tout réel ,

**2.Fonction dérivée d’une somme et d’un produit où k est une constante**

**Avec géogebra :**



**Théorème :**

Si *u* et *v* sont **dérivables** sur I alors la fonction  est **dérivable** sur I et )’ =

Si *u* est **dérivable** sur I alors la fonction  est **dérivable** sur I et =

**Preuve** : admis

**Exemple 1:** donner sans justifier la dérivée de la fonction définie sur par

Pour tout >0,

**Exemple 2:** donner sans justifier la dérivée de la fonction définie sur \* par

Pour tout non nul ,

|  |
| --- |
| **Conséquence :** Toute fonction **polynôme** est **dérivable** sur . |

Idée de la preuve : une fonction polynôme est une somme de fonction du type «  ». Donc c’est une somme de fonctions dérivables sur et donc elle est dérivable sur

**Vidéo :**[**mathssa.fr/derivepolynome.html**](http://www.mathssa.fr/derivepolynome.html) **(3mns)**

**Exercice:**

Soit la fonction définie sur par .Calculer .

 est dérivable sur en tant que **fonction polynome*.***

Pour tout réel , .

**3. Fonction dérivée d’un produit**



 =

 = (

**Théorème :**

Si *u* et *v* sont **dérivables** sur I alors la fonction est **dérivable** sur I et

**Corollaire :**

Si *u* est **dérivable** sur I alors la fonction est **dérivable** sur I *et*

**Preuve : démonstration au programme vidéo :**[**mathssa.fr/deriveuv.html**](http://www.mathssa.fr/deriveuv.html) **(10mns)**



**vidéo :**[**mathssa.fr/deriveuvexo.html**](http://www.mathssa.fr/deriveuvexo.html) **(5mns35s)**

**Exercice 1**: soit la fonction définie sur par . Déterminer

 est **dérivable** sur car de la forme où et sont dérivables .

Pour tout réel ,

* =
*

* =

**Exercice 2**: soit la fonction définie sur par . Déterminer

 est **dérivable** sur car de la forme où est dérivable sur

Pour tout réel

* =
*

* =

**4.Fonction dérivée d’un inverse, d’un quotient**

**Théorème :**

Si *v* est dérivable sur I et si pour tout *x* I, alors la fonction est dérivable sur I et

Si *u* et *v* sont dérivables sur I et si pour tout *x* I, alors la fonction est dérivable sur I et

**Preuve : admis**

**vidéo :**[**mathssa.fr/derivee1surv.html**](http://www.mathssa.fr/derivee1surv.html) **(3mns41s)**

**Exercice 1**: soit la fonction définie sur par . Déterminer

 est **dérivable** sur car de la forme où sont dérivables (

Pour tout réel ,

*
*

*

**vidéo :**[**mathssa.fr/deriveeusurv.html**](http://www.mathssa.fr/deriveeusurv.html) **(3mns41s)**

**Exercice 2**: soit la fonction définie sur par . Déterminer

 est **dérivable** sur car de la forme où sont dérivables (

Pour tout réel ,

*
*

*

|  |
| --- |
|  **Point méthode :**Pour calculer la **dérivée** d’une fonction , on doit* Ecrire sous une forme connue (somme , produit , quotient…)
* Identifier les fonctions intermédiaires et leurs dérivées
* Calculer la dérivée en utilisant les formules de dérivation
 |

**II– D’autres dérivées:**

**Exercice d’introduction :**

Soit la fonction définie sur par

1.Déterminer (dérivabilité admise)

* =
*

* =

2.On appelle la fonction carrée. Exprimer à l’aide de la fonction . Exprimer ensuite à l’aide de la fonction .

 et

**1.Dérivée de la fonction**

|  |
| --- |
| **Propriété :** est une fonction dérivable sur un intervalle J. *a* et *b* sont deux nombres réels. Alors la fonction est dérivable sur l’intervalle pour lequel on a :   |

**Démonstration :admis**

**Exercice 1:**

Déterminer la dérivée de la fonction définie sur par (dérivabilité admise)

Pour tout réel

 **Exercice 2 :**

*f* est une fonction définie et dérivable sur . Sa courbe représentative C*f* ainsi que les tangentes à C*f* aux points d’abscisses – 1 et 1 sont tracées ci-dessous.



B

D

C

A

1. Déterminer en justifiant et .

 est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

 est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d’abscisse .

2.fonction définie sur par :. Exprimer en fonction de . (la dérivabilité est admise) puis en déduire et

Pour tout réel ,

**2.Dérivée de la fonction valeur absolue**

**vidéo :**[**mathssa.fr/valabsvar.html**](http://www.mathssa.fr/valabsvar.html) **(5mns14s)**

Définition :

La **valeur absolue** d'un nombre notée est égal à si est positif, et à – si est négatif.

Exemples :

- La valeur absolue de –5 est égale à 5 soit

- La valeur absolue de 8 est égale à 8

Définition :

La **fonction valeur absolue** est la fonction *f* définie sur par .

Propriété :

 La fonction valeur absolue est **strictement décroissante** sur l’intervalle et **strictement croissante** sur l’intervalle .

Éléments de démonstration :

Sur chacun des intervalles et , la fonction *f* est une fonction affine.

Représentation graphique :

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  0  |
|  |    0 |



Remarque :

Dans un repère orthogonal, la courbe de la fonction valeur absolue est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.

Étude de la dérivabilité en 0 :

Soit la fonction *f* définie sur par .

On calcule le taux de variation de *f* en 0 :

- Si , = = = = 1

Car , si .

- Si , = = = = –1

Car , si .

Donc : n’existe pas car dépend du signe de *h*.

La fonction valeur absolue n’est donc pas dérivable en 0.

En observant la courbe représentative de la fonction valeur absolue, on comprend bien qu’il n’existe pas de tangente à la courbe en 0.

Cependant, il est à noter que la fonction est dérivable en tout nombre différent de 0.