***Devoir à la maison numéro 13***

***Pour le 30/04/24***

**Exercice 1 :**

*Les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.*



(on pourra faire deux arbres pondérés)

  3.Calculer à l’aide de la formule des probabilités totales puis en déduire

**Exercice 2:**

1.On considère la fonction *f* définie sur l’intervalle par *.*

a) Démontrer que

b) Etudier le signe de puis dresser le tableau de variation de *f* sur l’intervalle

**2.** Une entreprise produit des bicyclettes, la production mensuelle variant de 50 à 800 bicyclettes. Le bénéfice mensuel réalisé par cette production peut être modélisé par la fonction *f* précédente de la façon suivante : si, un mois donné, on produit *x* centaines de bicyclettes, alors modélise le bénéfice (exprimé en milliers d’euros) réalisé par l’entreprise ce même mois.

**a.** Combien, pour un mois donné, l’entreprise doit-elle produire au minimum de bicyclettes pour ne pas travailler à perte ? Justifier.

**b.** Combien, pour un mois donné, l’entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice maximal. Préciser alors ce bénéfice à un euro près.

**Exercice 3:**



**Exercice 4 :**

Soient *f* et *g* les fonctions définies et dérivables sur ℝ par et .

On note C *f* la courbe représentative de la fonction *f* etC *g* la courbe représentative de la fonction *g* dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel *a*, on note M le point de C *f* d’abscisse *a* et N le point de C *g* d’abscisse *a.*

La tangente T en M à C *f* coupe l’axe des abscisses en P , la tangente T’ en N à C *g* coupe l’axe des abscisses en Q.

A l’aide d’un logiciel de géométrie dynamique, on a représenté la situation pour différentes valeurs de *a* et on a relevé dans un tableur la longueur du segment [PQ] pour chacune des valeurs de *a*.

****

T’

T

*Les 2 questions sont indépendantes*

1. a) Pour tout réel , donner sans justifier et .

b)Soit et deux vecteurs directeurs respectifs de la droite T et de la droite T’.

Démontrer que T et T’ sont perpendiculaires (on utilisera le produit scalaire).

2.a) Que peut-on conjecturer pour la longueur PQ ?

b) Déterminer par le calcul l’abscisse de P puis l’abscisse de Q. Démontrer la conjecture de la

question 2a).

**Exercice 5 :**

Le directeur d’un zoo souhaite construire un toboggan pour les pandas. Il réalise le schéma suivant de ce toboggan en perspective cavalière.

****

**Partie A-**

Le profil de ce toboggan est modélisé par la courbe C représentant la fonction définie sur

l’intervalle [1 ;8] par .

La fonction est supposée dérivable sur [1 ;8].

La courbe C est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé dont l’unité est le mètre.

****

1.Donner ,sans justifier, l’expression de en fonction de .

2.On souhaite que la tangente à le courbe C au point d’abscisse 1 soit horizontale. Que vaut alors ? Déterminer la valeur de l’entier .

3.On souhaite que la hauteur du toboggan soit située entre 3,5 et 4 mètres de haut c’est-à-dire

 . Déterminer la valeur de l’entier .

*Par la suite, on admettra que le profil du toboggan est modélisé par la courbe C représentant la fonction f définie sur [1 ;8] par . On admet également que*

**Partie B-**

1. Prouver que pour tout réel de [1 ;8], .

2.La pente en un point d’abscisse est donnée par la formule *.*

D’après la question précédente, .

On admet que est dérivable sur [1 ;8]. Donner sans justifier l’expression de en fonction de .

3.Etudier les variations de la fonction . En déduire la pente maximale de ce toboggan. A quelle valeur en degré correspond cette pente maximale (résoudre l’équation tan(α)=

4. Ce toboggan est homologué sous réserve que la pente maximale ne dépasse pas 55 degrés. A votre avis , le toboggan sera-t-il homologué?

**Exercice 6 : facultatif – classe prépa**

Soit un entier naturel.

Le but de l’exercice est de déterminer une expression de

1.Pour tout entier naturel *k* vérifiant , exprimer  en fonction des

puissances de *k*.

2.Ecrire l’expression de pour puis (écrire les égalités les unes en dessous des autres , laisser des pointillés entre les 2 premières lignes et les 2 dernières)

3.En ajoutant les égalités membre à membre, démontrer que .