***Devoir à la maison numéro 3 (entrainement pour le ds1) Pour le 10/10/23***

**Exercice 1 :automatismes1 et 2**

1.Soit $n$ un entier. Ecrire A,B et C sous la forme $2^{p}$. (ne pas prendre de valeur pour $n$)

$A=2^{n}×2^{n-1}$ $B=\frac{2^{3-n}×2^{n+2}}{(2^{n})^{-4}}$ $C=(2^{n-1})^{3}×2^{-n}$

2.Résoudre $\left(x-1\right)^{2}=4$ puis $x^{4}=64$ (on remarquera que $x^{4}=(x^{2})²$)

3.Démontrer que pour tout $x$ diffférent de -$1$, $\frac{2x+5}{x+1}=2+\frac{3}{x+1}$.

4.Déterminer une équation de la droite (AB) passant par A($1$ ;3) et B(4 ;9).

**Exercice 2 : expression à l’aide d’un tableau de signe.**

On se donne ci-dessous le tableau de signe d’une fonction polynôme du second degré $f$.

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ | $$-\infty -3 -2 +\infty $$ |
| $$f(x)$$ |  - 0 + 0 - |

Parmi les expressions ci-dessous, une seule correspond à l’expression de $f(x).$ Laquelle ? **Justifier.**

$2(x+2)(x+3)$ expression 1 $-3\left(x-2\right)\left(x-3\right)$ expression 2

$4(x-2)(x-3)$ expression 3 $-4(x+2)(x+3)$ expression 4

**Exercice 3 :fonction python et second degré**

Voici deux programmes écrits en Python :





1.Déterminer l’expression de $f(x) $et de $g(x).$

2. Calculer $f\left(0\right) ; g\left(0\right) ; f\left(-3\right) ; g\left(-3\right) .$

3.Quelle conjecture peut-on émettre ? Démontrer cette conjecture.

**Exercice 4 : polynome du second degré sous forme factorisée (1 + 0,5+0,5+1 = 3 points)**

*Les 2 questions sont indépendantes*

1.Déterminer la fonction polynome du second degré $f$ s’annulant en 3 et -8 et telle que $f(6)=84.$

2. Soit $f $la fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par $f(x) = 2x²+48x-50$. On admet que $f$ a deux racines.

1. Démontrer que $1$ est une racine de $f.$
2. Donner la somme S et le produit P des racines de $f.$
3. Déterminer la deuxième racine de $f.$

**Exercice 5 : retrouver l’expression d’une fonction polynôme du second degré**

Soit $f$ une fonction polynôme du second degré telle que $f(15)=0$ et $f(-13)=0$ .On suppose de plus que la courbe de $f$ passe par le point $A(5 ;-540).$

1.Déterminer l’expression factorisée de $f(x).$

2.Déterminer le tableau de signe de $f(x) $puis résoudre dans $R,$ l’inéquation $f(x)>0$.

**Exercice 6 : somme et produit de racines**

Soit le polynôme du second degré $f\left(x\right)=3x^{2}-2x-8.$

1.Trouver une racine évidente de ce polynôme.

2.En utilisant vos connaissances sur la somme et le produit des racines, déterminer la deuxième racine de $f(x).$

**Exercice 7 : signe d’un polynome du second degré sous forme factorisée**

*Les questions 1,2,3 sont indépendantes*

1. Soit $f $une fonction polynôme du second degré dont les racines sont $1$ et -5 et le coefficient $a$ vaut $a=2.$

Recopier et compléter le tableau de signes ci-dessous:

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ | $$-\infty … … +\infty $$ |
| $$f(x)$$ |  **…** 0 … 0 **…** |

2. Soit $f $la fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par $f\left(x\right)=-3(x-2)(x+3)$.

a) Etudier le signe de $f(x)$ en fonction des valeurs de $x$. (faire un tableau de signe – écrire une phrase de justification)

b) Résoudre dans $R$ l’inéquation $f\left(x\right)<0.$

**3.** Soit $f $la fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par

 $f\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(2x+7\right)+(x+1)(x+2)$.

1. Factoriser $f(x)$.
2. Résoudre l’inéquation $f\left(x\right)\leq 0.$

**Exercice 8 : forme canonique**

*Les 2 questions sont indépendantes*

1.Soit $f $la fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par $f\left(x\right)=x^{2}+6x+4$. Déterminer la forme canonique de $f.$

2.Soit $g $la fonction polynôme du second degré définie sur $R$ par $g\left(x\right)=-5x^{2}+10x-3$. Déterminer la forme canonique de $g.$

**Exercice 9 : optimisation à l’aide de la forme canonique**

ABCD est un rectangle tel que AB=9cm et BC=5cm.

E,F et G sont respectivement les points des segments [CD], [AD] et [AB] tels que : DF=DE=BG.

On pose $x=DF$.

1.Préciser à quel intervalle appartient x, puis démontrer que l’aire du triangle EFG est égale à $-x²+7x.$

On pose$ f(x)=-x²+7x$.

2.Déterminer la forme canonique de $f(x).$

3.En utilisant la question précédente, déterminer, en justifiant, pour quelle valeur de $x$, l’aire du triangle EFG est maximum et trouver cette aire.

*(rappel :Soit* $f$ *une fonction définie sur I*

$f$ *admet un maximum en* $a$ *de valeur* $f(a)$ *si pour tout réel* $x$ *de I ,* $f(x)\leq f(a))$

**Exercice 10 : dérivabilité – nombre dérivé**

*Les questions 1,2,3 sont indépendantes*

1.Soit $f$ la fonction définie sur$ R$ par $f\left(x\right)=x^{2}-3x+1$ .On dispose d’une capture d’écran d’un logiciel de calcul formel.



a) Que représente $r(h)$ ?

b) Donner $\lim\_{h\to 0}r(h)$ .

c) Que peut on en déduire ?

2. La fonction racine carrée est-elle dérivable ? Si oui sur quel intervalle ? Donner l’expression de sa dérivée.

3.Soit $f$ une fonction dérivable de courbe C représentée ci-dessous.

Sont représentées également les tangentes aux points d’abscisse$s -1 , 1 et 2.$



Déterminer, en justifiant, $f’(-1) , f’(1) et f’(2) $.

**Exercice 11 : tangente parallèle à une droite**

Soit $f$ la fonction définie sur$ R$ par $f\left(x\right)=x^{3}.$

1. Donner pour tout réel $x,$ $f'\left(x\right)$.

2. Calculer $f(1)$ et $f’(1)$.

3. On a représenté ci-dessous la courbe de $f$ . Tracer sans justifier la tangente au point d’abscisse $1$ ainsi que la tangente au point d’abscisse 0.

 

4. Existe-t-il une tangente T à Cf parallèle à la droite d d’équation $y=15x+1$ ? Si oui , déterminer les coordonnées du ou des points de contact entre $Cf$ et T.

**Exercice 12 : équation réduite d’une tangente**

1. cours : si $f$ est une fonction dérivable en $a$ , donner sans justifier une équation de la tangente à la courbe de $f$ au point d’abscisse *a*.

2.Soit $f$ la fonction définie sur$ ]0;+\infty [$ par $f\left(x\right)=\frac{1}{x}.$

a)Donner pour tout réel $x>0,$ $f'\left(x\right)$.

b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe de $f$ au point d’abscisse 2.