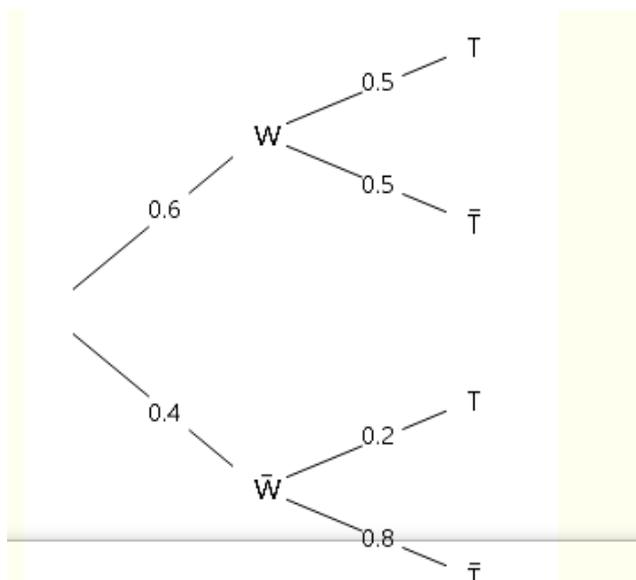


Devoir à la maison numéro 6 (entraînement pour le ds2) Pour le 5/12/23**Exercice 1 :automatismes3,4**

Les questions sont indépendantes.

1. $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$, $P_A(B) = 0,5$.Déterminer $P(A \cap B)$ puis $P(A \cup B)$ et enfin $P_B(A)$.

2.Déterminer en justifiant $P(\bar{T})$



3.Développer l'expression $(2x - 1)^2 - 2(x + 2)^2$

4.Factoriser $x^2 - 9x$.

5.Factoriser $(x + 1)(x + 2) - 3(x + 1)(x + 5)$

4.Factoriser $(2x + 1)(x - 4) - 3(x^2 - 16)$

Exercice 2 : probabilité conditionnelle

Un stock de champignons est constitué de trois variétés de champignons conditionnés en barquettes. Ces barquettes proviennent exclusivement de France ou d'Italie.

Ce stock est composé à 50% de barquettes de cèpes, à 30% de barquettes de girolles et à 20% de barquettes de morilles.

15% des barquettes de cèpes proviennent d'Italie.

20% des barquettes de girolles proviennent d'Italie.

40% des barquettes de morilles proviennent d'Italie.

On choisit une barquette de ce stock au hasard.

On notera les évènements suivants :

C : « la barquette choisie contient des cèpes » G : « la barquette choisie contient des girolles »

M : « la barquette choisie contient des morilles » I : « la barquette choisie provient d' Italie »

F : « la barquette choisie provient de France »

1. Quelle est la probabilité que la barquette choisie contienne des cèpes et provienne de France ?
2. Montrer que la probabilité que la barquette choisie provienne d'Italie est 0,215.
3. Quelle est la probabilité que la barquette choisie contienne des cèpes sachant que cette barquette provient d'Italie ? On donnera une valeur arrondie à 10^{-3} .
4. La barquette choisie provient de France. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de girolles ? On donnera une valeur arrondie à 10^{-3} .

Exercice 3 :

Romane utilise deux modes de déplacement pour se déplacer entre son domicile et son lieu de travail : le vélo ou les transports en commun.

Lorsque la journée est ensoleillée, Romane se déplace en vélo 9 fois sur 10.

Lorsque la journée n'est pas ensoleillée, Romane se déplace en vélo 6 fois sur 10.

La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où habite Romane, est notée p .

Pour une journée donnée, on note :

- . E l'événement « la journée est ensoleillée » ;
- . V l'événement « Romane se déplace en vélo ».

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation.
2. Montrer que la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est :
 $P(V) = 0,3p + 0,6$.
3. On constate que dans 67,5 % des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail.
 - 3.a. Calculer la valeur de p .
 - 3.b. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, montrer que la probabilité que la journée soit ensoleillée est :
 $\frac{1}{3}$.

Exercice 4 :

On considère un triangle ABC.

a. Calculer la valeur de $\cos(\widehat{ACB})$ sachant que $CA = 8$, $CB = 4$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 12$.

b. Calculer AB sachant que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10$, $AC = 4$ et $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{2}$.

Exercice 5 : exploitation de la forme canonique

1. On dispose de la capture d'écran de Géogébra

	$f(x) = 2x^2 + 2x - 12$
	$g(x) = \text{FormeCanonique}(f)$ $\rightarrow 2(x + 0,5)^2 - 12,5$
	$p(x) = \text{Factoriser}(f)$ $\rightarrow 2(x - 2)(x + 3)$

Donner **sans justifier** le tableau de variation du polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 + 2x - 12$ ainsi que ses racines.

2. Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$

- a) Calculer α et β .
- b) Déterminer **en justifiant** le tableau de variations de f .

3. Une entreprise fabrique des jeans. Le coût de production de x objets est

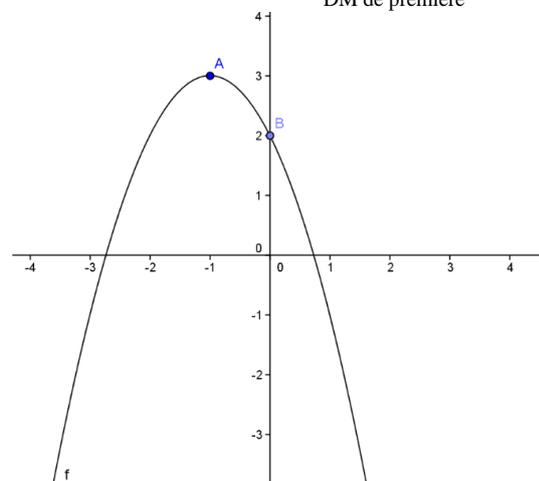
$$C(x) = 3x^2 - 30000x + 75\,010\,250 \text{ (en euros).}$$

- a) Calculer α et β .
- b) Déterminer **en justifiant** la quantité de jeans à produire afin de minimiser le coût de production.

Exercice 6 : lecture graphique

Les questions sont indépendantes.

1. La parabole représentée ci-contre est la courbe d'une fonction polynôme du second degré f . Déterminer en justifiant l'expression de $f(x)$ en fonction de x .



Indication : on commencera par lire les valeurs de α et β .

2.

Déterminer une équation de la parabole qui coupe l'axe des abscisses aux points $A(-2 ; 0)$ et $B(6 ; 0)$ et l'axe des ordonnées au point $C(0 ; 24)$.

Exercice 7 : équations du second degré - inéquations du second degré

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations du second degré : (on demande de rédiger, la calculatrice est juste un moyen de vérification !!!)

i) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

ii) $7x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0$

2. Les deux questions sont indépendantes

a) Résoudre l'inéquation $x^2 - x + 2 > 0$. (on étudiera préalablement le signe de $x^2 - x + 2$)

b) Résoudre l'inéquation $-2x^2 - 4x + 6 \leq 0$ (on étudiera préalablement le signe de $-2x^2 - 4x + 6$)

Exercice 8 : équation bicarrée

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation bicarrée : $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$. (on pourra faire le changement de variable $X = x^2$)

Exercice 9 : équation admettant une unique solution

Déterminer pour quelles valeurs de b , l'équation $x^2 + (b - 2)x + 1 = 0$ admet exactement une solution. (on ne demande pas la valeur de cette solution)

Exercice 10: résolution d'un problème

Déterminer en justifiant les dimensions d'un rectangle de périmètre 30cm et d'aire 47,25cm².

Exercice 11 : problème d'optimisation

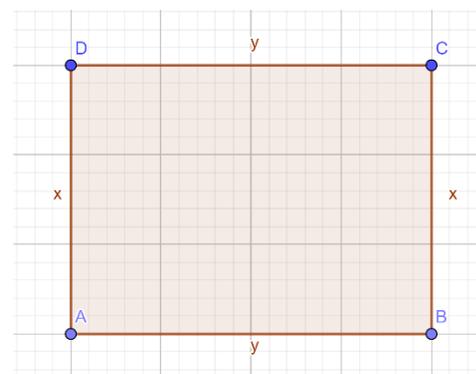
Le but de l'exercice est de rechercher parmi tous les rectangles de périmètre 14cm celui ayant la plus grande aire. Soit ABCD un tel rectangle. On pose $x = AD$ et $y = AB$.

On admet que x et y sont dans l'intervalle $]0 ; 7[$.

1. Exprimer y en fonction de x . (ne pas mesurer avec une règle sur la figure)

2. Démontrer que l'aire d'un tel rectangle est $f(x) = -x^2 + 7x$.

3. Déterminer en justifiant en quelle valeur de x , f admet un maximum puis répondre à la problématique de l'exercice.



Exercice 12 : résolution d'un problème

1) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 6\text{cms}$, $BC = 9\text{cms}$ et $AC = 12\text{cms}$.

Ce triangle n'est pas rectangle : justifier brièvement cette affirmation.

Matt se pose alors la question suivante :

" En augmentant la longueur de chacun des côtés de ce triangle de la même valeur, puis-je obtenir un triangle rectangle après construction ? "

2) En détaillant votre démarche, répondre à la question que s'est posé Matt. Préciser le cas échéant de quelle valeur il doit augmenter la longueur de chacun des côtés pour parvenir à avoir un triangle rectangle.

Exercice 13 :un problème de Newton

L'aire d'un triangle rectangle est 429cm^2 et son hypoténuse a pour longueur $72,5\text{cm}$.

Quelles sont ses dimensions ? Justifier.

Exercice 14 : résolution d'un problème

Un drapeau a pour dimensions 4 mètres de long sur 3 mètres de large, et la croix blanche est d'épaisseur constante.

Est-il possible d'avoir un tel drapeau, dont l'aire de la partie blanche soit égale à la moitié de l'aire de la partie rouge ? Le cas échéant, en détaillant votre démarche, déterminer quelle doit être l'épaisseur de la croix blanche.

