Devoir maison numéro 8 (automatismes 2,3,5,chapitres 2,3,6,7)

Exercice 1 : automatismes 2,3,5

1.Soit $A(1\,;2)$ et $B(3\,;5)$ .Déterminer une équation de la droite (AB).

2.Soit A et B deux évènements tels que $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}4$, $P(AUB) = 0{,}6$. Déterminer $P_B(A)$.

3.Résoudre le système : $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$

Exercice 2 : calculs de dérivées

Les questions sont indépendantes.

Calculer les dérivées des fonctions ci-dessous sur l'intervalle donné .La dérivabilité est admise.

$f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ sur $\mathbb{R}$

$g(x) = \frac{1}{x^7}$ sur $]0; +\infty[$

$h(x) = \sqrt{2x - 10}$ sur $]5; +\infty[$

Exercice 3 : opérations sur les dérivées

Les questions sont indépendantes.

Calculer les dérivées des fonctions ci-dessous sur l'intervalle donné .

$f(x) = x^2 \times \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$ (on ne demande pas d'écrire une expression exploitable)

$g(x) = \frac{1}{3x-12}$ sur $]4; +\infty[$

$h(x) = \frac{x^2-3x+1}{x+3}$ sur $]-3; +\infty[$ (on démontrera que $h'(x) = \frac{x^2+6x-10}{(x+3)^2}$)

Exercice 4 : position relative d'une courbe par rapport à sa tangente

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$.

1. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis pour tout réel x, calculer $f'(x)$.

2. Démontrer qu' une équation de la tangente T à la courbe C de f au point d'abscisse 0 est $y = 2x - 3$

3. Pour tout réel x, on pose $d(x) = f(x) - (2x - 3)$.

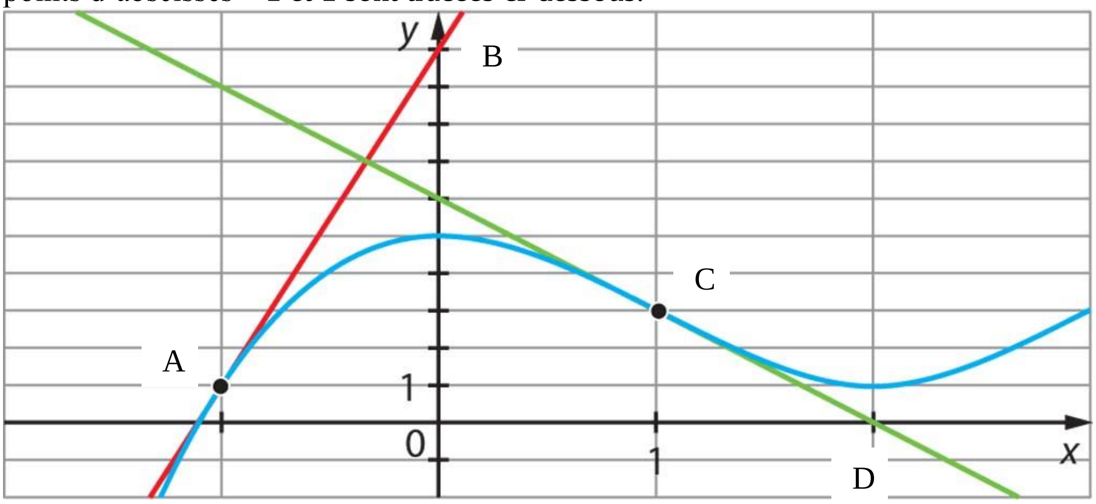
a)Démontrer que $d(x) = x^2(x - 3)$

b)Etudier sous la forme d'un tableau le signe de $d(x)$.

c)Déduire de la question précédente la position de la courbe C par rapport à la tangente T.

Exercice 5 : lecture graphique

f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Sa courbe représentative C_f ainsi que les tangentes à C_f aux points d'abscisses – 1 et 1 sont tracées ci-dessous.



1. Déterminer en justifiant $f'(-1)$ et $f'(1)$.

g, h et k sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = f(-x), \qquad h(x) = f(2x) \quad \text{et} \quad k(x) = f(x-2).$$

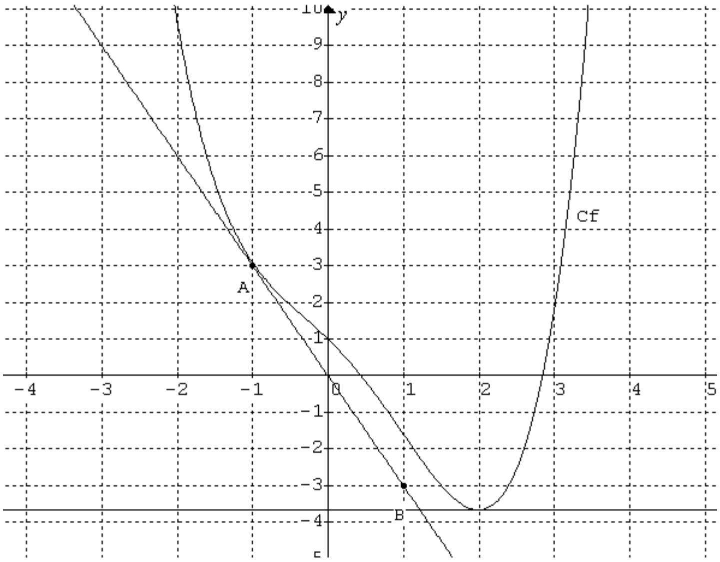
2. Exprimer $g'(x)$, $h'(x)$ et $k'(x)$ en fonction de x. (la dérivabilité est admise)
3. En déduire $g'(-1)$, $h'(0{,}5)$ et $k'(1)$.

<u>Exercice 6 : à la recherche de la dérivée perdue :</u>

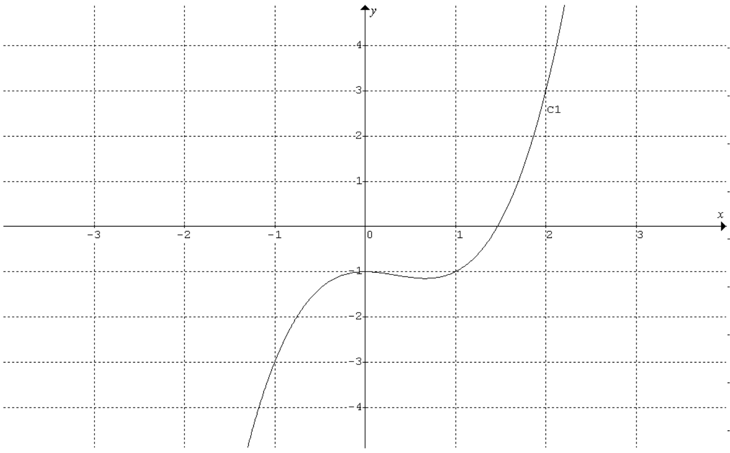
On se donne la courbe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ (cf ci-contre)

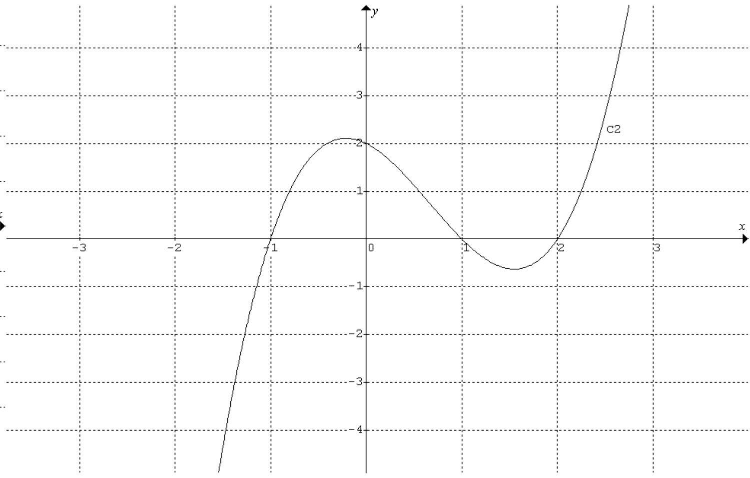
La droite (AB) est tangente à la courbe Cf au point d'abscisse -1. La courbe Cf admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2.

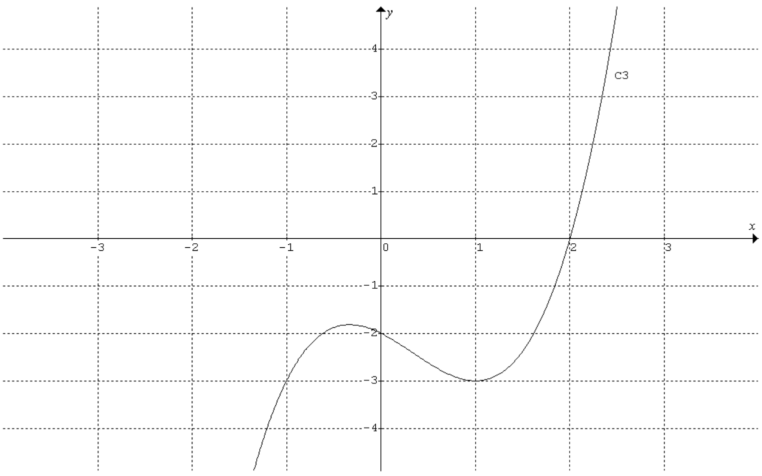
1. Déterminer en justifiant $f'(-1)$ et $f'(2)$.



2.On a représenté ci-dessous 3 courbes. L'une d'entre elle représente la dérivée de la fonction f : f'.Déterminer en justifiant la courbe de la fonction f'.







Exercice 7 : probabilité conditionnelle

45 Pour se rendre de Paris à Abu Dhabi, 25 % des voyageurs choisissent Air France, 40 % choisissent Emirates Airlines, les autres choisissant une autre compagnie.
Parmi les voyageurs ayant choisi Air France, 15 % voyagent en classe affaires, et parmi ceux ayant choisi Emirates Airlines, 25 % voyagent en classe affaires.
On interroge au hasard une personne arrivant à Abu Dhabi en provenance de Paris.
On note :
- A l'événement : « La personne a voyagé sur Air France » ;
- E l'événement : « La personne a voyagé sur Emirates Airlines » ;
- B l'événement : « La personne a voyagé sur une autre compagnie ».

On note par ailleurs F l'événement : « La personne a voyagé en classe affaires ».
a) Construire le début d'un arbre pondéré représentant l'expérience en y incluant toutes les données possibles.
b) On sait par ailleurs que 20 % des personnes se rendant de Paris à Abu Dhabi voyagent en classe affaires. Compléter l'arbre en arrondissant au millième.
c) La personne interrogée voyage en classe affaires. Quelle est la probabilité qu'elle ait voyagé avec Air France ?

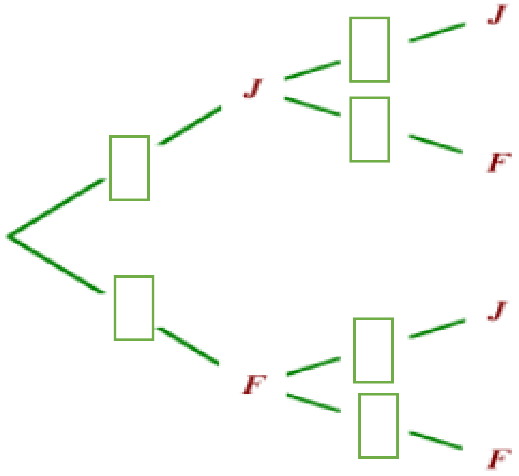
Exercice 8 : indépendance de deux évènements

Agathe, qui vient d'apprendre qu'elle a réussi son examen du code de la route, appelle chacun de ses parents sur leurs téléphones pour annoncer la nouvelle.
On note A l'évènement « son père répond à son appel » et B l'évènement « sa mère répond à son appel ».On sait que $P(A) = 0{,}8$ et $P(B) = 0{,}75$. De plus, on fait l'hypothèse que ces deux évènements sont indépendants.

1. Déterminer la probabilité pour qu'Agathe puisse annoncer la nouvelle à ses deux parents ?
2. Déterminer la probabilité pour qu'Agathe puisse annoncer la nouvelle à au moins un de ses deux parents ?

Exercice 9 : répétition d'expériences indépendantes

Lors d'un test de sélection, un QCM est proposé aux candidats. Ce QCM comporte 2 questions qui ont chacune 3 réponses possibles parmi lesquelles une seule est juste. Un candidat répond au hasard à ce QCM. (on admet que cette expérience est une succession d'expériences identiques et indépendantes)
On appelle par J une réponse juste et F une réponse fausse.
1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation :



2. Déterminer en justifiant la probabilité que le candidat ait une seule réponse juste.
3. Déterminer de deux manières la probabilité que le candidat ait au moins une réponse juste.

<u>Exercice 10 : indépendance de deux évènements</u>

Camille joue sur son smartphone à un jeu vidéo auquel elle gagne 7 fois sur 10. Elle joue successivement trois parties. On considère que les épreuves aléatoires formées par chacune de ces trois parties sont indépendantes.

1. Modéliser la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que Camille gagne exactement deux parties est de 0,441.

<u>Exercice 11 : conditionnement</u>

Dans une population, 5% des individus sont atteints par une certaine maladie.
On diagnostique cette maladie au moyen d'un test. Soit T l'évènement « le test est positif » et M l'évènement « la personne est malade ».
On sait que 98% des personnes malades présentent un test positif ($P_M(T) = 0{,}98$) et que 99% des personnes non malades présentent un test négatif ($P_{\bar{M}}(\bar{T}) = 0{,}99$)

1. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer $P(M \cap T)$ et $P(\bar{M} \cap T)$.
3. Déterminer en justifiant $P(T)$.
4. Les évènements M et T sont-ils indépendants ? Justifier à l'aide d'un calcul.

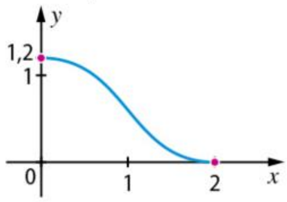
<u>Exercice 12 : dérivée et second degré</u>

1.Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$ de courbe C.
a) Donner sans justifier la dérivée de la fonction f.
b) Déterminer en justifiant les points de la courbe C en lesquels la tangente est horizontale (une lecture graphique est à exclure – on donnera l'abscisse et l'ordonnée des points)

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 1$ de courbe C.
Soit d la droite passant par les points A(0 ;3) et B(2 ;-1).
a) Donner sans justifier la dérivée de la fonction f.
b) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).Donner sans justifier l'équation de la droite d.
c) Existe-t-il des points de la courbe C en lesquels la tangente est parallèle à la droite d ?Justifier.

<u>Exercice 13 : profil d'un toboggan</u>

On souhaite modéliser le profil d'un toboggan, de hauteur 1,20 mètre et de longueur 2 mètres, par la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f dont l'expression est de la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



On se propose de déterminer les réels a, b, c et d tels que :
– la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A (0 ; 1,2) et B (2 ; 0) ;
– en ces deux points A et B, la tangente à $\mathscr{C}$ est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x.

2. a. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.
b. En déduire les valeurs de c et d.

3. a. Indiquer les valeurs de $f(2)$ et de $f'(2)$.
b. Montrer que les réels a et b sont solutions du système
$$\begin{cases} 8a + 4b + 1{,}2 = 0 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases}.$$
c. Calculer les réels a et b puis donner l'expression de f.