

33 Compléter le tableau ci-dessous.

Mesure en degrés		75°		120°	
Mesure en radians	$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{4\pi}{9}$		$\frac{5\pi}{4}$

34 Convertir 35° en radians et $\frac{7\pi}{12}$ radians en degrés.

33

Mesure en degrés	150°	75°	80°	120°	225°
Mesure en radians	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{9}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$

34 $35^\circ = \frac{7\pi}{36}$ radians et $\frac{7\pi}{12}$ radians = 105° .

7 1. Tracer le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

2. Placer les points A, B, C et D, images respectives par enroulement de la droite numérique autour du cercle trigonométrique des cas suivants :

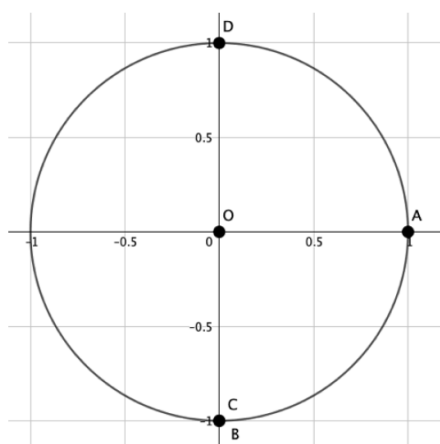
a. 0

b. $-\frac{\pi}{2}$

c. $\frac{3\pi}{2}$

d. $-\frac{3\pi}{2}$

7



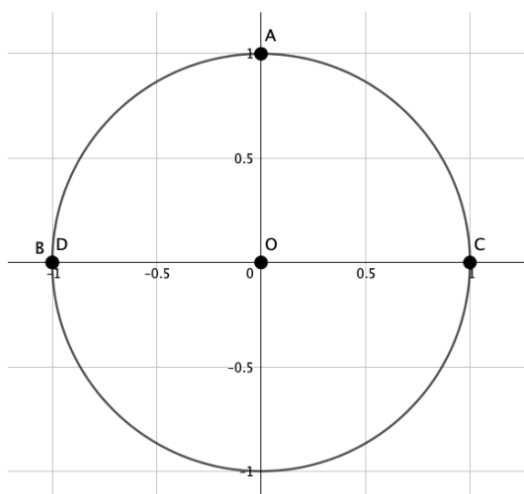
Pour les exercices **8** à **10**, tracer le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$, puis placer les points images des réels proposés par enroulement.

8 $\frac{\pi}{2}; -\pi; 4\pi; -3\pi$

9 $-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}$

10 $\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$

8

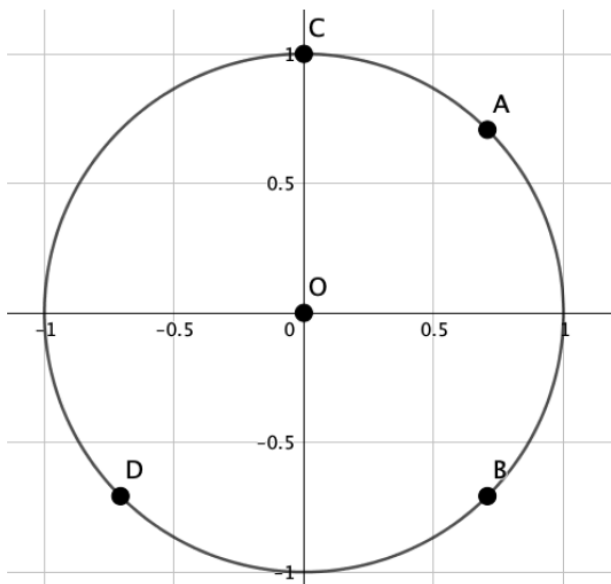


9 $\frac{\pi}{2}$ correspondant à un quart de tour dans le sens direct :

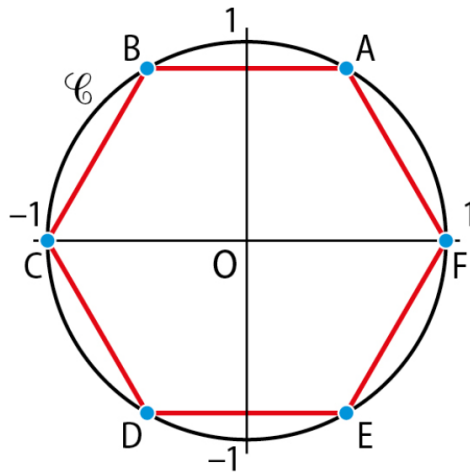
- $-\frac{\pi}{2}$ correspond à un quart de tour dans le sens indirect,
- $\frac{3\pi}{2} = 3 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à trois quarts de tour dans le sens direct,
- $-\frac{5\pi}{2} = -5 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à cinq quarts de tour dans le sens indirect,
- $\frac{7\pi}{2} = 7 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à sept quarts de tour dans le sens direct.

Ces réels ont tous pour image le point de coordonnées $(0; -1)$.

10



18 On considère les points suivants A, B, C, D, E et F sur le cercle trigonométrique ci-contre. Associer chacun de ces points de façon unique à l'un des réels suivants : $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, 0 et π .



18 Le point A est associé au réel $\frac{\pi}{3}$.

Le point B est associé au réel $\frac{2\pi}{3}$.

Le point C est associé au réel π .

Le point D est associé au réel $\frac{4\pi}{3}$.

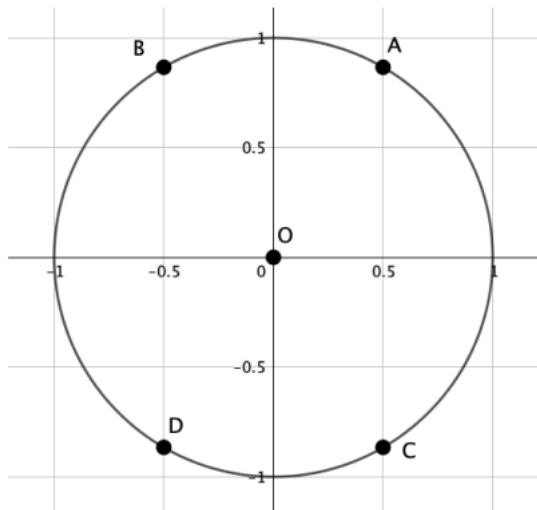
Le point E est associé au réel $-\frac{\pi}{3}$.

Le point F est associé au réel 0.

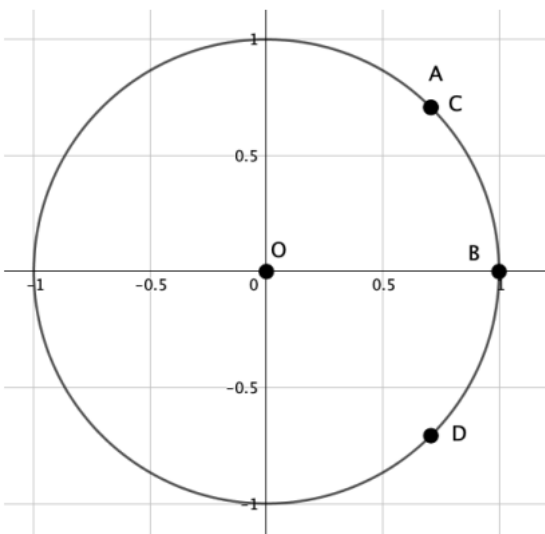
Pour les exercices **20** à **22**, tracer le cercle trigonométrique puis placer les points images des réels proposés par enroulement.

- | | | | | | | | |
|--------------|-----------------|----|-------------------|----|-------------------|----|--------------------|
| 20 a. | $\frac{\pi}{3}$ | b. | $-\frac{4\pi}{3}$ | c. | $\frac{5\pi}{3}$ | d. | $\frac{10\pi}{3}$ |
| 21 a. | $\frac{\pi}{4}$ | b. | $\frac{8\pi}{4}$ | c. | $-\frac{7\pi}{4}$ | d. | $-\frac{9\pi}{4}$ |
| 22 a. | $\frac{\pi}{6}$ | b. | $\frac{11\pi}{6}$ | c. | $-\frac{7\pi}{6}$ | d. | $-\frac{13\pi}{6}$ |

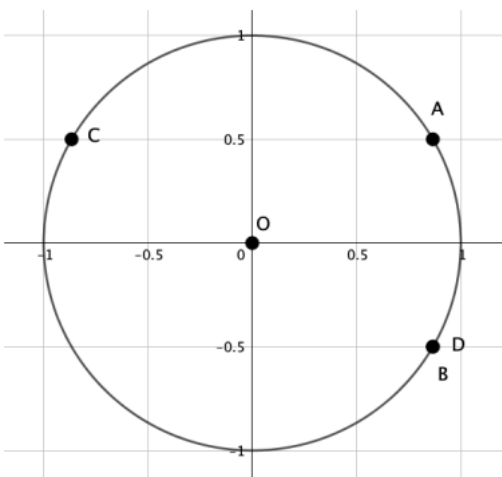
20 Le point A pour la question a), B pour b), ...



21 Le point A pour la question a), B pour b),



22 Le point A pour la question a), B pour b), ...



24 Dans chacun des cas, dire si les points images par enroulement des deux réels proposés sont confondus ou non.

a. $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{3\pi}{4}$

b. $-\frac{5\pi}{8}$ et $\frac{32\pi}{8}$

c. $\frac{2\pi}{7}$ et $\frac{26\pi}{7}$

d. $\frac{17\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$

e. $\frac{42\pi}{10}$ et $\frac{\pi}{5}$

f. 1 et $1 - 2\pi$

24 a. Les points ne sont pas confondus.

b. Les points ne sont pas confondus.

c. Les points ne sont pas confondus.

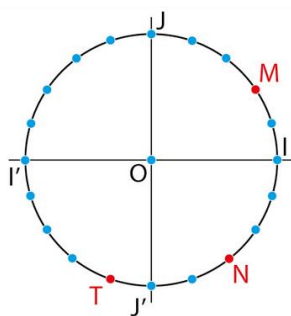
d. Les points ne sont pas confondus.

e. Les points sont confondus.

f. Les points sont confondus.

Pour les exercices **26** à **28**, on considère les points M, N et T du cercle trigonométrique $\mathbb{C}$ partagé en 20 arcs de même mesure, la figure ci-contre.

Indiquer si l'affirmation proposée est vraie ou fausse, puis justifier.



26 M est le point image par enroulement des nombres réels de la forme $\frac{\pi}{5} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

27 T est le point image du réel $\frac{27\pi}{5}$.

28 N est le point image du réel $-\frac{23\pi}{10}$.

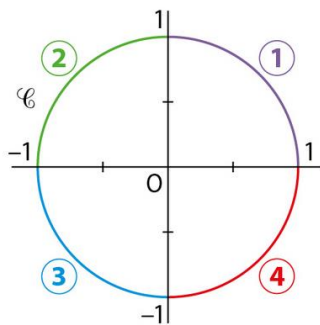
26 L'affirmation est vraie.

27 L'affirmation est vraie.

28 L'affirmation est vraie.

Pour les exercices 29 à 31, on considère le cercle trigonométrique ci-contre, partagé en quatre arcs de même mesure.

Pour chaque exercice, dire sur quel arc de cercle se trouvent les points images par enroulement des réels donnés.



- 29** a. $\frac{7\pi}{4}$ b. $-\frac{5\pi}{8}$ c. $-\frac{19\pi}{10}$ d. $\frac{16\pi}{3}$
30 a. $-\frac{7\pi}{12}$ b. $\frac{17\pi}{9}$ c. $\frac{17\pi}{7}$ d. $-\frac{25\pi}{4}$
31 a. 1 b. 3 c. 5 d. 7

29 a. $\frac{7\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2}$; or $\frac{\pi}{4}$ radians correspond à 45 degrés, et comme $\frac{3\pi}{2} = 3 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à trois quarts de tour, le point associé se trouve sur l'arc numéro 4.

b. $-\frac{5\pi}{8} \in [-\frac{8\pi}{8}; -\frac{4\pi}{8}]$, soit $-\frac{5\pi}{8} \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}]$, donc le point associé se trouve sur l'arc numéro 3.

c. $-\frac{19\pi}{10}$ correspond à un angle de 342 degrés parcouru dans le sens indirect, le point associé se trouve sur l'arc numéro 1.

d. $\frac{16\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + 2 \times 2\pi$, or $\frac{4\pi}{3}$ correspond à un angle de 240 degrés parcouru dans le sens direct, le point associé se trouve sur l'arc numéro 3.

30 a. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 2.

b. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 4.

c. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 1.

d. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 4.

31 a. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 1.

b. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 2.

c. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 4.

d. Le point se trouve sur l'arc de cercle n° 1.

12  **ORAL** Rappeler les valeurs des nombres suivants.

a. $\cos(0)$

b. $\sin(0)$

c. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$

d. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

e. $\cos(\pi)$

f. $\sin(\pi)$

12 a. $\cos(0) = 1$

b. $\sin(0) = 0$

c. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

d. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

e. $\cos(\pi) = -1$

f. $\sin(\pi) = 0$

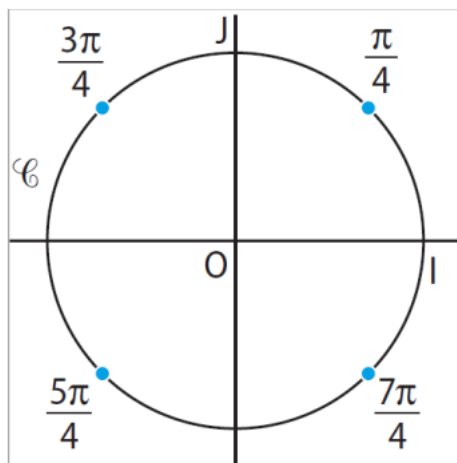
14 Sur le cercle trigonométrique, placer les points images par enroulement de chacun des réels suivants, puis comparer les cosinus et sinus de ces réels.

a. $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ **b.** $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$ **c.** $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$

a. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

b. $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

c. $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$



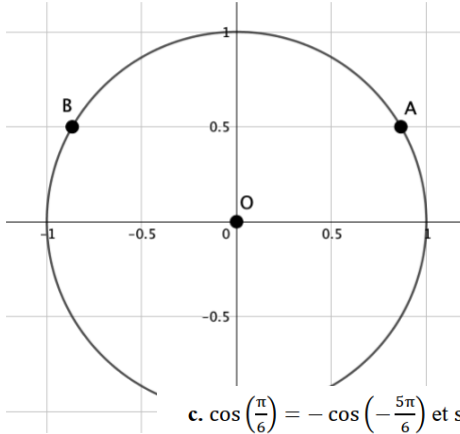
15 Reprendre les questions de l'exercice précédent avec les réels suivants.

a. $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$

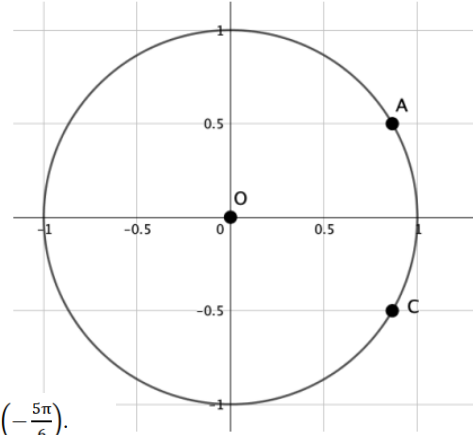
b. $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{6}$

c. $\frac{\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$

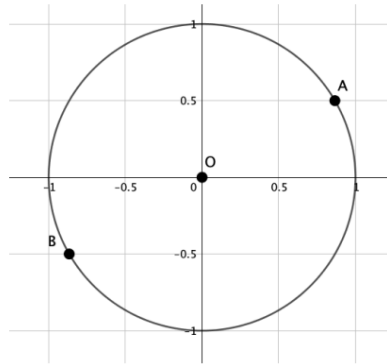
15 a. Les sinus sont égaux et $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.



b. Les cosinus sont égaux et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.



c. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.



43 Soit a un nombre réel. On sait que $\cos(a) = 0,3$. Calculer $\sin(a)$ à 0,01 près dans les cas suivants.

a. $0 < a < \pi$

b. $\pi < a < 2\pi$

Capacité 2, p. 195

44 Soit a un réel de l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$.

On sait que $\sin(a) = 0,7$.

1. a. Avec la calculatrice, déterminer une valeur approchée de a à 10^{-3} près.

b. En utilisant le résultat précédent, déterminer une valeur approchée de $\cos(a)$.

2. Calculer la valeur exacte de $\cos(a)$.

43 a. On a $\sin(a) = \sqrt{0,91} \approx 0,95$.

b. On a $\sin(a) = -\sqrt{0,91} \approx -0,95$.

b. $\cos(a) \approx 0,714$.

44 1. a. $a \approx 0,775$.

2. $\cos(a) = \sqrt{0,51}$.

47  **CALC** Sachant que $\cos(x) = 0,6$ et que $0 < x < \frac{\pi}{2}$, calculer $\sin(x)$ et déterminer une valeur approchée de x .

47 a. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ donc le point associé au réel x se situe au-dessus de l'axe des abscisses, donc son ordonnée est positive. Ainsi $\sin(x) > 0$.

D'autre part, $\cos^2(x) = 0,6^2 = 0,36$ et grâce à $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, il vient :

$$\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 0,64.$$

Or $\sin(x) > 0$, donc $\sin(x) = \sqrt{0,64} = 0,8$.

À l'aide de la calculatrice, on obtient $\sin^{-1}(0,8) \approx 0,927$ à 10^{-3} près.

49 À partir de l'encadrement connu de $\sin(x)$ et de $\cos(x)$, déterminer un encadrement des nombres suivants.

a. $A = 3 \sin(x)$

b. $B = \cos(x) + \sin(x)$

c. $C = \sin(x) - 4\cos(x)$

49 a. $-3 \leq A \leq 3$

b. $-2 \leq B \leq 2$

c. $-5 \leq C \leq 5$

60 1. Rappeler les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

2. Calculer les valeurs de $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

3. En remarquant que $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$ donner les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ en justifiant à l'aide d'une transformation géométrique.

60 1. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

2. $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

3. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

61 PROG Comprendre un programme

Voici une fonction f programmée en Python.

Que retourne $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

```
deg          PYTHON
1 from math import *
2 def f(x):
3     A=1-sin(x)**2
4     B=sqrt(A)
5     return(B)
```

62 Montrer que $\frac{33\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 8\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{33\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{33\pi}{4}\right)$.

62 $\frac{\pi}{4} + 8\pi = \frac{\pi + 8 \times 4\pi}{4} = \frac{33\pi}{4}$ donc $\cos\left(\frac{33\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\left(\frac{33\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

63 Montrer que $\frac{121\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 40\pi$, puis déterminer les valeurs de $\cos\left(\frac{121\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{121\pi}{3}\right)$.

63 $\frac{\pi}{3} + 40\pi = \frac{\pi + 3 \times 40\pi}{3} = \frac{121\pi}{3}$ donc $\cos\left(\frac{121\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ et $\sin\left(\frac{121\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Pour les exercices **64** à **66**, calculer le cosinus et le sinus de chacun des réels suivants sans calculatrice, en se ramenant à des valeurs remarquables.

64 a.	$-\frac{\pi}{3}$	b.	$\frac{17\pi}{4}$	c.	$-\frac{121\pi}{6}$
65 a.	$\frac{13\pi}{3}$	b.	$-\frac{5\pi}{4}$	c.	$\frac{13\pi}{6}$
66 a.	$\frac{7\pi}{3}$	b.	$\frac{15\pi}{4}$	c.	$\frac{2019\pi}{6}$

Capacité 3, p. 197

$$64a) \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b) \cos\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{16\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} + 4\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \dots = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c) \cos\left(-\frac{121\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{121\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{120\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + 20\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

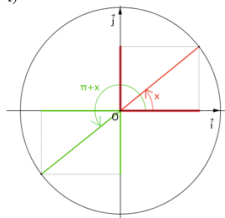
$$\sin\left(-\frac{121\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{121\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{120\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6} + 20\pi\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{65} \text{ a. } \cos\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

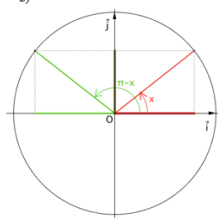
$$\text{b. } \cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{c. } \cos\left(\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

1)



2)



$$\mathbf{66} \text{ a. } \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{7\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{b. } \cos\left(\frac{15\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } \sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{c. } \cos\left(\frac{2019\pi}{6}\right) = 0 \text{ et } \sin\left(\frac{2019\pi}{6}\right) = 1$$

68 Calculer, sans utiliser la calculatrice, les réels suivants.

a.	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	b.	$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
----	--	----	---

$$a) \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$b) \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

69 Calculer, sans utiliser la calculatrice, les réels suivants.

a. $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ b. $\cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

b) $\cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - (-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right))^2 = \cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0$

70 1. Calculer la valeur exacte des réels A et B.

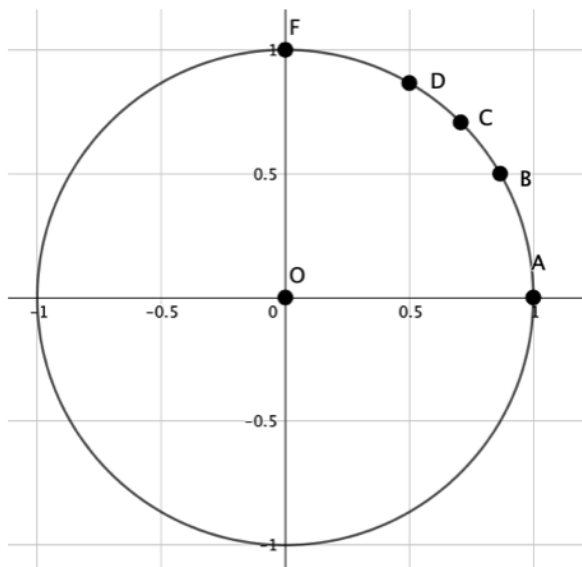
$$A = \cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$B = \sin(0) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

2. Comparer A et B. Expliquer le résultat en plaçant les points associés aux réels $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{2}$ sur le cercle trigonométrique.

70 1. $A = \frac{3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$; $B = \frac{3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

2. A et B sont égaux. Les sinus et les cosinus des points placés sur le cercle trigonométrique sont symétriques par rapport à l'axe $y = x$.



71 1. Convertir $\frac{2\pi}{5}$ radians en degrés.

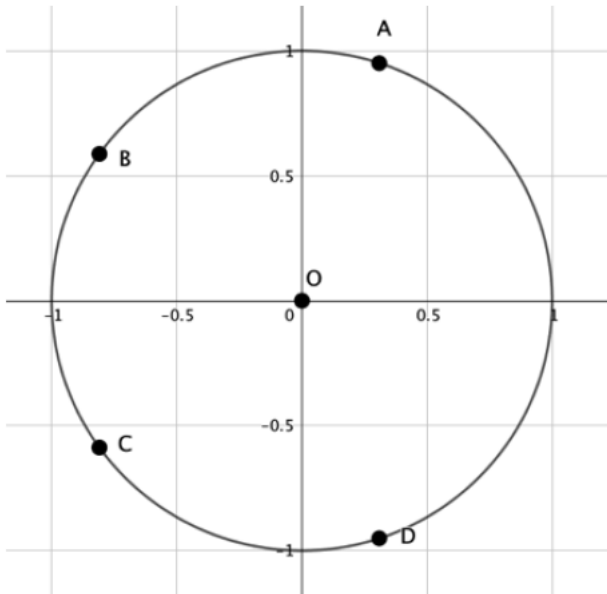
2. Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{4\pi}{5}$, $\frac{6\pi}{5}$ et $\frac{8\pi}{5}$.

3. Calculer alors sans calculatrice l'expression :

$$A = \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right).$$

71 1. $\frac{2\pi}{5}$ radians = 72° .

2.



3. $A = 0$.

72 1. Convertir $\frac{3\pi}{7}$ radians en degrés.

2. Dessiner le cercle trigonométrique puis placer les points images par enroulement des réels : $\frac{3\pi}{7}$, $\frac{4\pi}{7}$, $\frac{10\pi}{7}$ et $\frac{11\pi}{7}$.

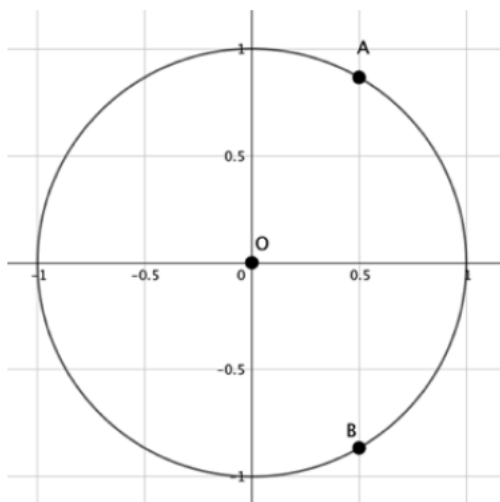
3. Calculer alors sans calculatrice l'expression :

$$B = \cos\left(\frac{3\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{11\pi}{7}\right).$$

74 1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{1}{2}$.

2. Déterminer les réels x de l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{1}{2}$.

74 1.

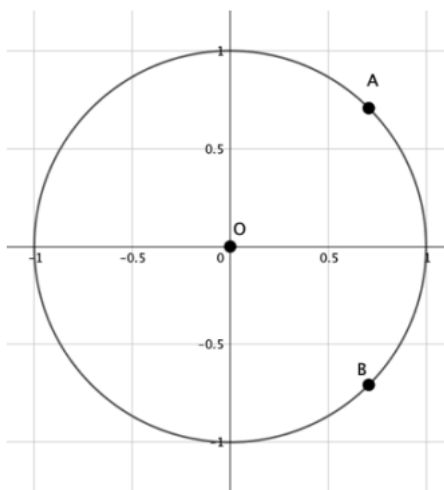


2. Les réels x sont $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$.

75 1. Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'abscisse $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ tels que $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

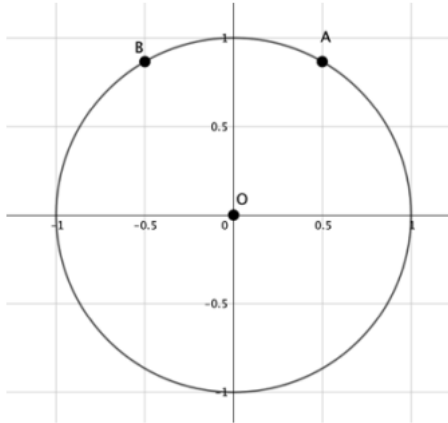
75 1.



2. Les réels x sont $\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$.

- 77 1.** Tracer le cercle trigonométrique, puis marquer les points de ce cercle d'ordonnée $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 2.** Déterminer les réels x de l'intervalle $[-\pi; \pi]$ tels que $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

77 1.



2. Les réels x sont $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$.

99 Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ les équations, et représenter leurs solutions sur le cercle trigonométrique :

a. $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b. $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

c. $\sin(x) = 0$

d. $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

100 Reprendre les équations de l'exercice 99 et les résoudre dans l'intervalle $]\pi; 3\pi]$.

101 Résoudre dans l'intervalle $]0; 2\pi]$ les équations suivantes.

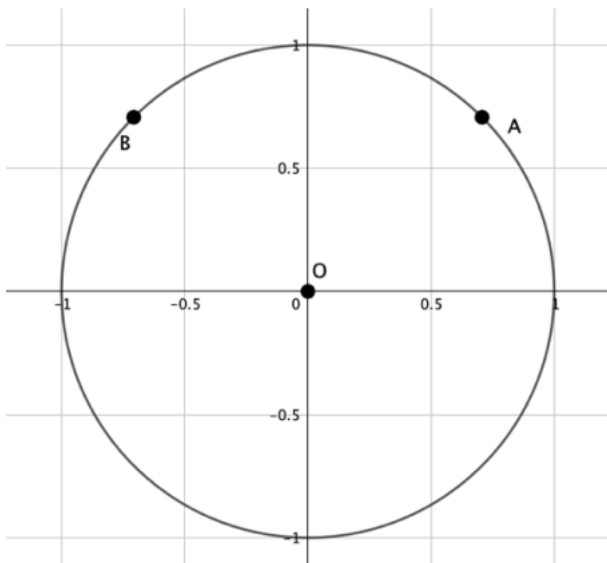
a. $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

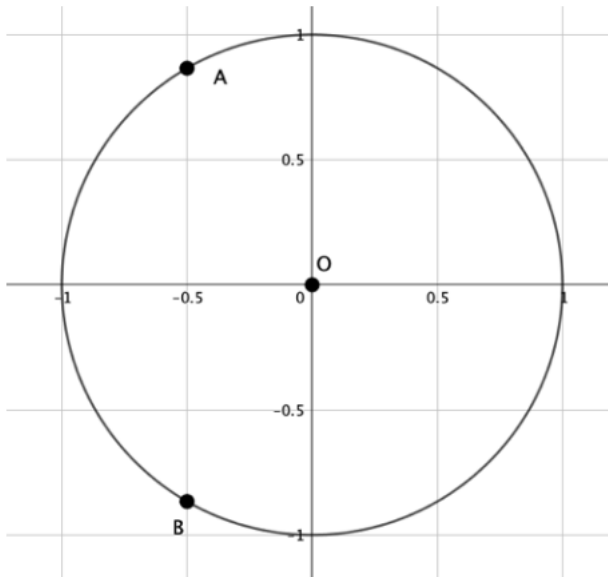
c. $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

d. $\sin(x) = 1$

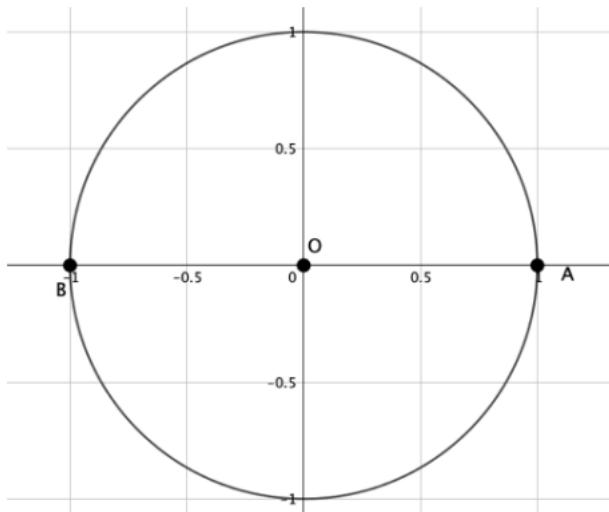
99 a. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ sont $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$.



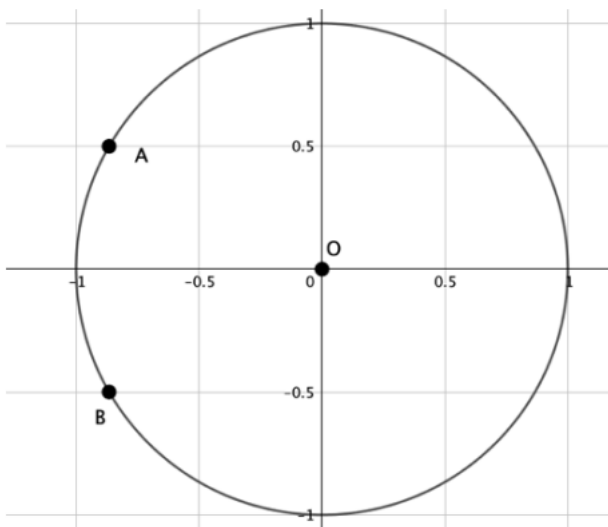
b. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $] - \pi ; \pi]$ sont $\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{2\pi}{3}$.



c. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $] - \pi ; \pi]$ sont 0 et π .



d. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $] - \pi ; \pi]$ sont $\frac{5\pi}{6}$ et $-\frac{5\pi}{6}$.



101 a. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $]0 ; 2\pi]$ sont $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{11\pi}{6}$.

b. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $]0 ; 2\pi]$ sont $\frac{4\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$.

c. Les solutions de l'équation dans l'intervalle $]0 ; 2\pi]$ sont $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.

d. La solution de l'équation dans l'intervalle $]0 ; 2\pi]$ est $\frac{\pi}{2}$.

102 Résoudre dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$ les inéquations, et représenter leurs solutions sur le cercle trigonométrique :

a. $\cos(x) \geq 0$

b. $\sin(x) < -\frac{1}{2}$

c. $\cos(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

d. $\sin(x) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

PISTE : b. Attention au fait que l'inégalité est stricte.

103 Résoudre dans l'intervalle $]\pi ; 3\pi]$ les inéquations, et représenter leurs solutions sur le cercle trigonométrique :

a. $\sin(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

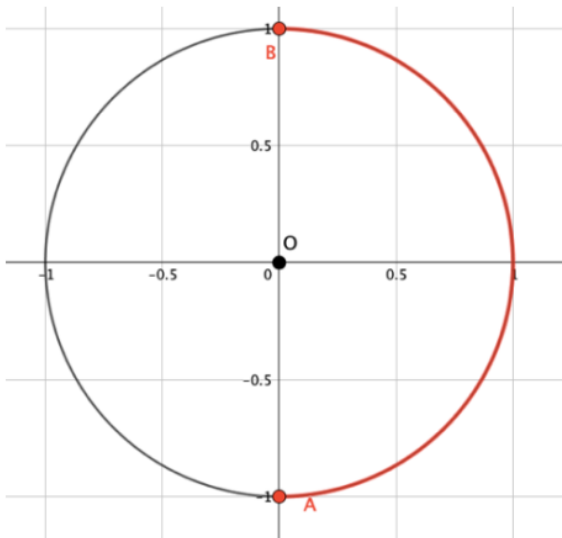
b. $\cos(x) > \frac{1}{2}$

c. $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$

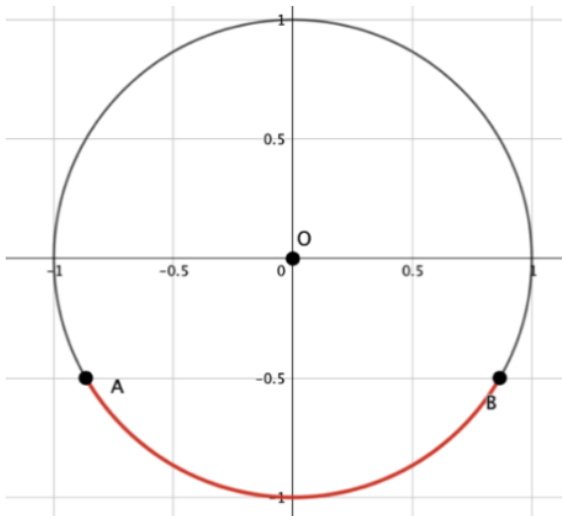
d. $\sin(x) \geq 0$

Pour d'autres pistes, voir page 372

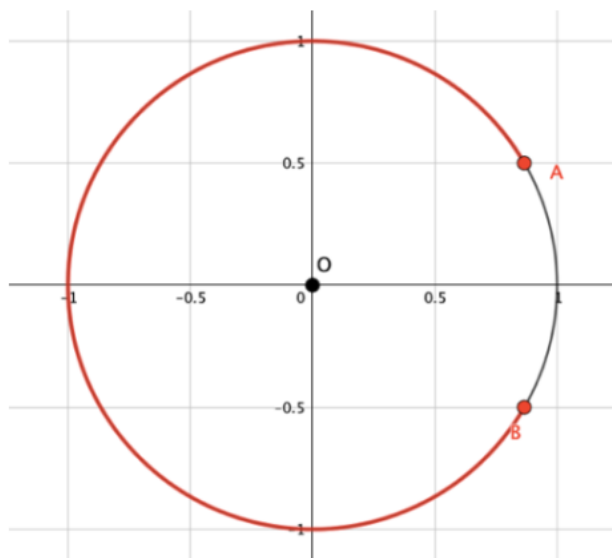
102 a. Les solutions de l'inéquation sur $]-\pi ; \pi]$ sont tous les réels de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$.



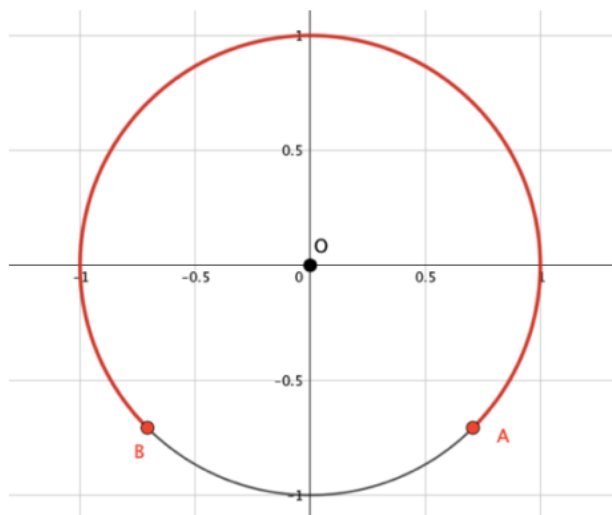
b. Les solutions de l'inéquation sur $]-\pi ; \pi]$ sont tous les réels de l'intervalle $]-\frac{5\pi}{6} ; -\frac{\pi}{6}[$.



c. Les solutions de l'inéquation sur $] -\pi ; \pi]$ sont tous les réels de l'ensemble $S = \left[\frac{\pi}{6} ; \pi \right] \cup \left] -\pi ; -\frac{\pi}{6} \right]$.



d. Les solutions de l'inéquation sur $] -\pi ; \pi]$ sont tous les réels de l'ensemble $S = \left[-\frac{\pi}{4} ; \pi \right] \cup \left] -\pi ; -\frac{3\pi}{4} \right]$.

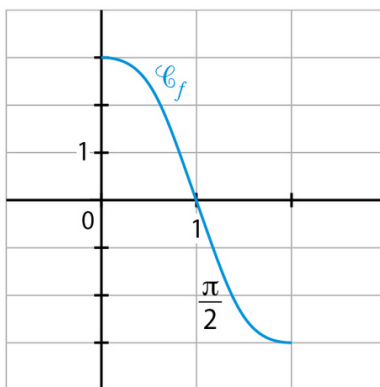


80 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 \cos(x)$. On a tracé ci-contre sa représentation graphique $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.

1. Reproduire la courbe.

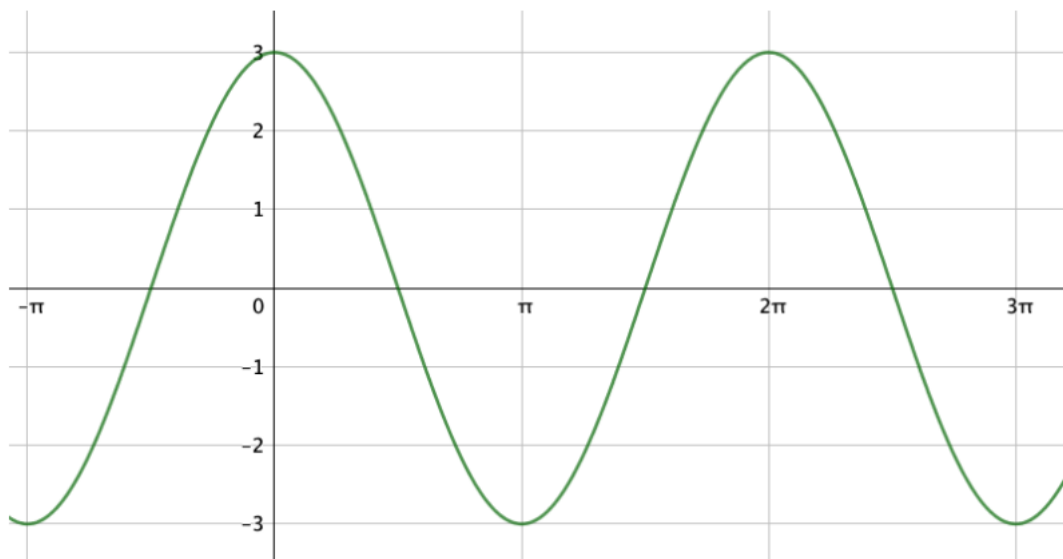
2. Calculer $f(-x)$ et en déduire une propriété graphique de $\mathcal{C}_f$. Compléter alors $\mathcal{C}_f$ sur $[-\pi ; 0]$.

3. Calculer $f(x+2\pi)$ et en déduire une propriété graphique de $\mathcal{C}_f$. Compléter alors $\mathcal{C}_f$ sur $[\pi ; 3\pi]$.

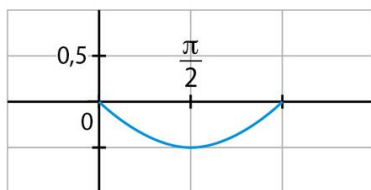


80 2. $f(-x) = f(x)$ donc la fonction est paire.

3. $f(x + 2\pi) = f(x)$ donc la fonction est périodique de période 2π .



81 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\frac{1}{2}\sin(x)$.
On a tracé ci-contre sa représentation graphique $\mathcal{C}_f$ sur l'intervalle $[0; \pi]$.



1. Reproduire cette courbe.

2. Calculer $f(-x)$ et en déduire une propriété graphique sur $\mathcal{C}_f$.
Compléter alors $\mathcal{C}_f$ sur $[-\pi; 0]$.

3. Calculer $f(x + 2\pi)$ et en déduire une propriété graphique sur $\mathcal{C}_f$. Compléter alors $\mathcal{C}_f$ sur $[-3\pi; 3\pi]$.

81 1. Voir la question 3.

2. Pour tout réel x , on a :

$$f(-x) = -\frac{1}{2}\sin(-x) = -\frac{1}{2} \times (-\sin(x)) = -(-\frac{1}{2}\sin(x)) = -f(x).$$

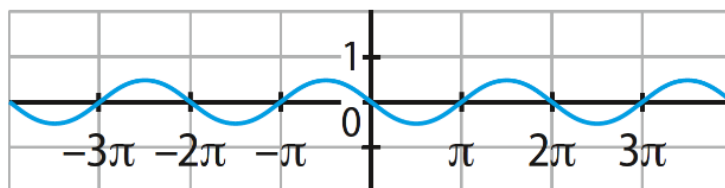
car la fonction sinus est impaire donc pour tout réel x , $f(-x) = -f(x)$.

Par conséquent, f est impaire et sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'origine du repère.

3. Pour tout réel x , on a : $f(x + 2\pi) = -\frac{1}{2}\sin(x + 2\pi) = -\frac{1}{2}\sin(x) = f(x)$

car la fonction sinus est 2π -périodique, donc f est 2π -périodique.

On obtient, en appliquant des translations de vecteur $2\pi\vec{i}$:



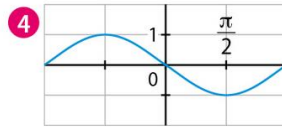
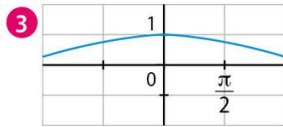
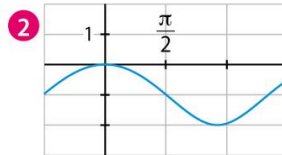
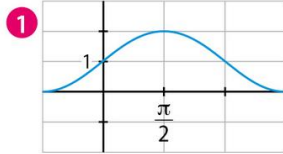
83 Associer chacune des quatre fonctions suivantes à une des courbes représentatives proposées :

a. $f(x) = 1 + \sin(x)$

b. $g(x) = \frac{1}{2}(\cos(x) + 1)$

c. $h(x) = -\sin(x)$

d. $k(x) = \cos(x) - 1$



83 a. On a $f(0) = 1 + \sin(0) = 1$ et $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 1 = 2$, donc la représentation graphique **1** correspond à celle de f .

b. $g(0) = \frac{1}{2}(1 + \cos(0)) = 1$, donc la représentation graphique **3** correspond à celle de la fonction g .

c. $h(-x) = -\sin(-x) = -(-\sin(x)) = \sin(x) = -h(x)$ car la fonction sinus est impaire. La représentation graphique de h est donc symétrique par rapport à l'origine du repère, il s'agit donc de la représentation graphique **2**.

d. $k(-x) = \cos(-x) - 1 = \cos(x) - 1 = k(x)$ car la fonction cosinus est paire.

La représentation graphique de k est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, il s'agit donc de la représentation graphique **4**.