Exercices 14,15,16,17,18,19,21p254-255, 35,36,37,39,40,41,43,45,46,47,52,60,61,63,64p256-257 23,24,25,26,,29,31,32,33p255,69,70,71,72,73,75p258

14 Soit une droite d de vecteur directeur $\vec{u}(1\,;3)$.

1. Justifier que le vecteur $\vec{n}(3\,;-1)$ est un vecteur normal à d.

2. Donner les coordonnées de deux autres vecteurs normaux à d.

14

1. $\vec{n}\cdot\vec{u} = 1\times 3 + 3\times(-1) = 0$ donc $\vec{n}$ est normal à d.

2. Les vecteurs $2\vec{n}(6\,;-2)$ et $3\vec{n}(9\,;-3)$ sont des vecteurs normaux à d.

15 Soit les points A (2 ; 3) et B (–2 ; 8).

1. Calculer les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite (AB).

2. En déduire que le vecteur de coordonnées (5 ; 4) est un vecteur normal à la droite (AB).

15

1. $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB). $\overrightarrow{AB}(-4\,;5)$.

2. $\vec{n}(5\,;4)$ vérifie $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n} = 0$ donc c'est un vecteur normal à (AB).

16 On considère la droite d d'équation $4x - 3y + 11 = 0$.

1. Expliquer pourquoi le vecteur de coordonnées (4 ; –3) est un vecteur normal à d.

2. Donner une équation d'une autre droite ayant le même vecteur normal.

16

1. Un vecteur directeur de d est $\vec{d}(3\,;4)$. De plus on a $\vec{n}(4\,;-3)$ qui vérifie $\vec{d}\cdot\vec{n} = 0$.

2. $4x - 3y + 2 = 0$ par exemple.

17 Proposer une équation d'une droite d dont un vecteur normal est $\vec{n}(8\,;-5)$.

17 $8x - 5y + 3 = 0$ convient.

18 Soit d une droite de vecteur normal $\vec{n}(2\,;-1)$.

1. Parmi les vecteurs ci-dessous, lequel n'est pas un vecteur normal à d ?

a. $\vec{a}(-2\,;1)$ **b.** $\vec{b}(4\,;-2)$

c. $\vec{c}(1\,;2)$ **d.** $\vec{d}(10\,;-5)$

2. Parmi les équations ci-dessous, laquelle ne peut pas être une équation de d ?

a. $2x-y=0$ **b.** $x+2y=0$

c. $-2x+y+1=0$ **d.** $y=2x-3$

18

1. Réponse c.

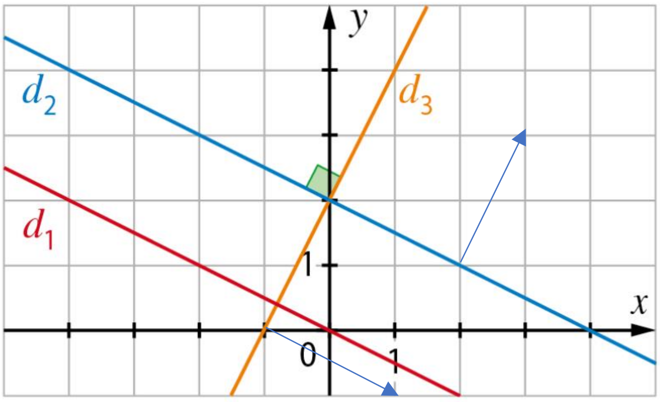
2. Réponse b.

19 Associer à chaque droite représentée ci-contre son équation.

a. $E_1 : x+2y-4=0$

b. $E_2 : x+2y=0$

c. $E_3 : 2x-y+2=0$



Dans E1 si x=0 , 2y-4=0 soit 2y=4 et y=2 A(0 ;2) de plus E1 a pour vecteur normal (1 ;2)

E1 d2 E2 : d1 E3 : d3

21 Soit d la droite passant par le point A(3 ; 0), et de vecteur normal $\vec{n}(1\,;7)$.

1. Justifier que la droite d a pour équation : $x+7y+c=0$, où c est un nombre réel.

2. Sachant que A appartient à la droite d, déterminer le nombre c, puis une équation de d.

21

1. Une droite de vecteur normal $\vec{n}(a\,;b)$ a une équation de la forme $ax + by + c = 0$.
Ici $a = 1$ et $b = 7$. Donc une équation de d est de la forme $x + 7y + c = 0$.
2. On doit avoir $1 \times 3 + 7 \times 0 + c = 0$. Donc $c = -3$.
Une équation de d est $x + 7y - 3 = 0$.

35 Soit d la droite de vecteur normal $\vec{n}(5\,;2)$ et passant par le point A de coordonnées (1 ; 3). Déterminer une équation de d.

Capacité 1, p. 251

35 Une équation de d est $5x + 2y - 11 = 0$.

36 Dans chacun des cas suivants, donner une équation de la droite d, passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

a. A(3 ; 8) et $\vec{n}(7\,;-1)$ **b.** A(–2 ; 0) et $\vec{n}(-2\,;3)$

36

a. $7x - y - 13 = 0$
b. $-2x + 3y - 4 = 0$

37 Soit d la droite passant par le point A(1 ; 3) et de vecteur normal $\vec{n}(-2\,;5)$. Dire, en justifiant, si les points B(0 ; 2,6) et C(4 ; 1) appartiennent à la droite d.

37 Une équation de d est $-2x + 5y - 13 = 0$. Les coordonnées du point B vérifient l'équation, et celles de C ne la vérifient pas. Donc B d et C $\notin d$.

39 Soit les points A(–1 ; 3), B (5 ; 1) et C(2 ; –1), et d la droite perpendiculaire à (AB) passant par C.

1. Donner un vecteur normal à la droite d.

2. Déterminer une équation de d.

39

1. $\overrightarrow{AB}$ est normal à d.
2. $6x - 2y - 14 = 0$

40 Soit les points E(2 ; –1), F(6 ; 5) et G(–3 ; 1), et d la droite perpendiculaire à (EF) passant par G.
Déterminer une équation de d.

40 La droite d est perpendiculaire à (EF), donc un vecteur normal à d est $\overrightarrow{EF}(4\,;6)$.
Une équation de d est donc de la forme $4x + 6y + c = 0$.
Comme d passe par G, $4x_G + 6y_G + c = 0$.
Par conséquent, $4 \times (-3) + 6 \times 1 + c = 0$, soit $-12 + 6 + c = 0$ et donc $c = 6$.
Une équation de d est : $4x + 6y + 6 = 0$.
En divisant par 2 chaque membre, on obtient : $2x + 3y + 3 = 0$ qui est une autre équation de d.

41 Soit les points A(3 ; 5), B(6 ; –1) et C(1 ; 4).
Déterminer une équation de la hauteur issue de B dans le triangle ABC.

41 $2x + y - 11 = 0$

43 Soit les points A(1 ; 2) et B(–1 ; 4).

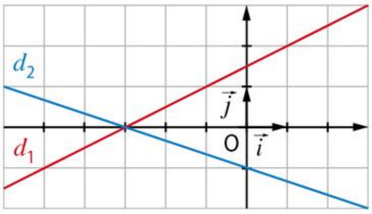
1. Calculer les coordonnées du milieu J du segment [AB].
2. Déterminer une équation de la médiatrice du segment [AB].

43

1. $J(0\,;3)$
2. $-2x + 2y - 6 = 0$

45 On a représenté ci-dessous les droites d_1 et d_2 d'équations respectives :

$$d_1 : x - 2y + 3 = 0 \text{ et } d_2 : x + 3y + 3 = 0.$$



1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite d_1.

2. Soit d_3 la perpendiculaire à la droite d_1 passant par le point A(1 ; 2).

a. Donner les coordonnées d'un vecteur normal à d_3.

b. Déterminer une équation de d_3.

3. a. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de d_2.

b. Déterminer une équation de la perpendiculaire à d_2 passant par l'origine du repère.

45

1. $\overrightarrow{d_1}(2\,;-1)$

2. a. $\overrightarrow{d_1}(2\,;-1)$

b. $d_3 : 2x - y = 0$

3. a. $\overrightarrow{d_2}(-3; 1)$

b. $-3x + y = 0$

46 Soit d la droite d'équation $2x - 5y + 3 = 0$.

1. Donner un vecteur directeur de la droite d.

2. En déduire une équation de la droite Δ, perpendiculaire à d et passant par le point E(–2 ; 7).

46

1. $\vec{d}(5\,; 2)$

2. $5x + 2y - 4 = 0$

47 Dans chacun des cas suivants, écrire une équation de la droite passant par A(1 ; 2) et perpendiculaire à la droite d dont on donne une équation.

a. $2x + 9y - 1 = 0$ **b.** $3x - 5y + 2 = 0$

47

a. $-9x + 2y + 5 = 0$

b. $5x + 3y - 11 = 0$

Pour les exercices 52 à 56, donner les coordonnées d'un vecteur normal à d_1 et celles d'un vecteur normal à d_2.

Capacité 2, p. 251

52 $d_1 : 2x - 5y + 3 = 0$ et $d_2 : y = -3x + 5$

53 $d_1 : 2x + 7y + 9 = 0$ et $d_2 : y = 4x - 10$

54 $d_1 : y = x$ et $d_2 : y = 1$

55 $d_1 : 11x + 1 = 0$ et $d_2 : -x + y = 7$

56 $d_1 : x + y = 0$ et $d_2 : 2y - 1 = 0$

52 $\overrightarrow{n_1}(2 ; -5)$ et $\overrightarrow{n_2}(-3 ; -1)$

53 $\overrightarrow{n_1}(2 ; 7)$ et $\overrightarrow{n_2}(4 ; -1)$

54 $\overrightarrow{n_1}(1 ; -1)$ et $\overrightarrow{n_2}(0 ; 1)$

55 $\overrightarrow{n_1}(11 ; 0)$ et $\overrightarrow{n_2}(-1 ; 1)$

56 $\overrightarrow{n_1}(1 ; 1)$ et $\overrightarrow{n_2}(0 ; 2)$

60 Soit d la droite d'équation $7x - 4y + 1 = 0$.

1. Tracer d dans un repère.

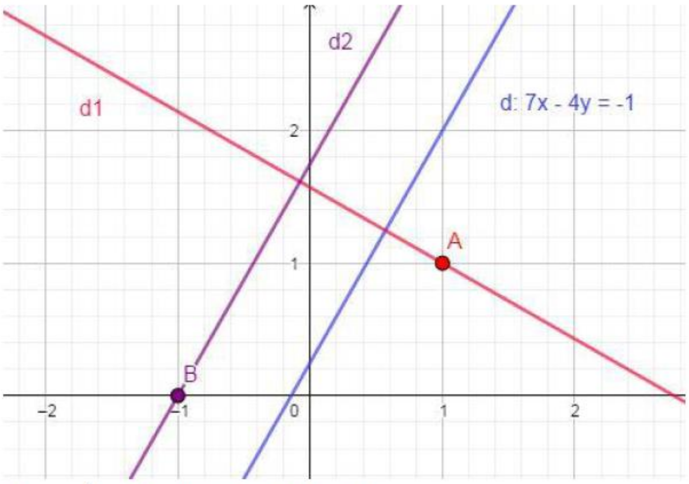
2. Tracer chacune des droites suivantes puis en donner une équation.

a. la droite d_1 perpendiculaire à d passant par A(1 ; 1).

b. la droite d_2 parallèle à d passant par B(−1 ; 0).

60

1.



2. a. $d_1 : 4x + 7y - 11 = 0$

b. $d_2 : \; 7x - 4y + 7 = 0$

61 Soit d_1 et d_2 les droites d'équations respectives :

$m_1 x - y + p_1 = 0$ et $m_2 x - y + p_2 = 0$

où m_1 et m_2 sont des réels non nuls.

1. Donner un vecteur normal à d_1 et un vecteur normal à d_2.

2. Montrer que d_1 et d_2 sont perpendiculaires si, et seulement si, $m_1 m_2 = -1$.

3. a. Écrire l'équation réduite de chacune des droites d_1 et d_2.

b. Que représentent les réels m_1 et m_2 pour les droites d_1 et d_2 ?

61

1. $\overrightarrow{n_1}(m_1\,;-1)$ et $\overrightarrow{n_2}(m_2\,;-1)$.

2. d_1 et d_2 sont perpendiculaires si et seulement si $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ sont orthogonaux, c'est-à-dire si et seulement si $\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2} = m_1 m_2 + 1 = 0$.

3. a. $d_1 : y = m_1 x + p_1$ et $d_2 : y = m_2 x + p_2$.

b. Ce sont les coefficients directeurs respectifs des deux droites.

63 On considère la droite d d'équation $x + y - 1 = 0$ et le point A(1 ; 4). Soit H le projeté orthogonal de A sur d.

1. Déterminer une équation de la droite Δ, perpendiculaire à d passant par A.

2. En déduire les coordonnées du point H.

Capacité 5, p. 252

63

1. $\Delta : -x + y - 3 = 0$

2. $H(-1\,;2)$

64 On considère la droite d d'équation $x + 2y - 4 = 0$ et le point A(3 ; 3). Soit H le projeté orthogonal de A sur d.

1. Déterminer une équation de la droite Δ, perpendiculaire à d passant par A.

2. En déduire les coordonnées du point H.

64

1. $\Delta : -2x + y + 3 = 0$

2. $H(2\,;1)$

23 L'une des équations ci-dessous est celle d'un cercle. Dire laquelle, et préciser le rayon et les coordonnées du centre de ce cercle.

a. $E_1 : x^2 + y^2 = -5$

b. $E_2 : (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

c. $E_3 : x + 2y - 1 = 0$

d. $E_4 : x^2 + y + 1 = 0$

23 **a.** E_1 n'est pas une équation de cercle.
En effet, $x^2 + y^2 \geq 0$ (car somme de deux carrés) donc aucun couple $(x\,;y)$ ne vérifie l'égalité $x^2 + y^2 = -5$.
b. E_2 est une équation de cercle.
$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ équivaut à $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$.
Il s'agit donc du cercle de centre le point de coordonnées (2 ; 1) et de rayon 2.
c. E_3 est une équation de droite.
d. E_4 est une équation de parabole.
En effet, $x^2 + y + 1 = 0$ équivaut à $y = -x^2 - 1$. C'est une équation de la forme $y = ax^2 + bx + c$.

24 Déterminer le rayon et les coordonnées du centre du cercle d'équation $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 2$.

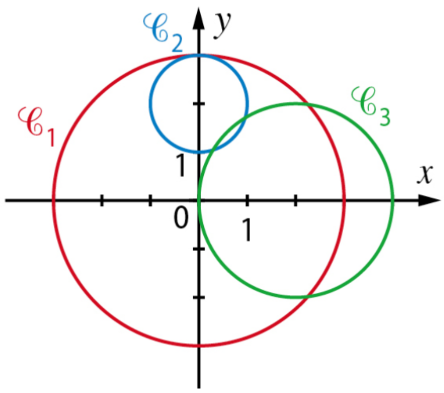
24 Cercle de rayon $\sqrt{2}$ et de centre $(5\,;7)$.

25 Associer à chaque cercle représenté ci-contre son équation.

a. $E_1 : x^2 + y^2 = 9$

b. $E_2 : (x-2)^2 + y^2 = 4$

c. $E_3 : x^2 + (y-2)^2 = 1$



25

a. C_1

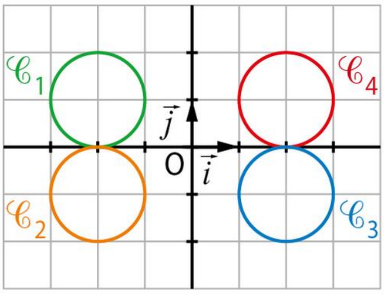
b. C_3

c. C_2

26 Associer à chaque cercle $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ son équation.

a. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ **b.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

c. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$ **d.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$



26 Tous les cercles ont pour rayon 1.
Le cercle $\mathcal{C}_1$ a pour centre le point de coordonnées $(-2 ; 1)$.
Une équation de $\mathcal{C}_1$ est donc $(x-(-2))^2 + (y-1)^2 = 1^2$, soit $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$.
Il s'agit de l'équation **b.**

Le cercle $\mathcal{C}_2$ a pour centre le point de coordonnées $(-2 ; -1)$.
Une équation de $\mathcal{C}_2$ est donc $(x-(-2))^2 + (y-(-1))^2 = 1^2$, soit $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 1$.
Il s'agit de l'équation **c.**

Le cercle $\mathcal{C}_3$ a pour centre le point de coordonnées $(2 ; -1)$.
Une équation de $\mathcal{C}_3$ est donc $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 = 1^2$, soit $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$.
Il s'agit de l'équation **a.**

Le cercle $\mathcal{C}_4$ a pour centre le point de coordonnées $(2 ; 1)$.
Une équation de $\mathcal{C}_4$ est donc $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1^2$.
Il s'agit de l'équation **d.**

29 Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation du cercle de centre l'origine du repère et de rayon r.

a. $r = 1$ **b.** $r = 2$ **c.** $r = \sqrt{3}$

29

a. $x^2 + y^2 = 1$
b. $x^2 + y^2 = 4$
c. $x^2 + y^2 = 3$

31 Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation du cercle de centre A et de rayon 2.

a. A(1 ; –1) **b.** A(0 ; 2) **c.** A(–3 ; 0)

31

a. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$
b. $x^2 + (y-2)^2 = 4$
c. $(x+3)^2 + y^2 = 4$

32 On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A(1 ; 1) passant par B(4 ; 5).

1. Montrer que le rayon de $\mathscr{C}$ est égal à 5.

2. Déterminer une équation de $\mathscr{C}$.

32 **1.** Le rayon de $\mathcal{C}$ est AB.
$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5.$
Le rayon de $\mathcal{C}$ est bien égal à 5.
2. Une équation de $\mathcal{C}$ est : $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 5^2$, soit $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.

33 **1.** Déterminer une équation du cercle de centre B(0 ; 5) et de rayon 7.

2. Montrer qu'elle peut s'écrire : $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$.

33

1. $x^2 + (y-5)^2 = 49$
2. Il suffit de développer $(y-5)^2$.

69 Soit le cercle $\mathscr{C}$ de centre A(–3 ;1) et de rayon 6.

1. Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}$.

2. Le point B(2 ; 4) appartient-il à $\mathscr{C}$? Justifier.

Capacité 3, p. 251

69

1. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 36$
2. $(2+3)^2 + (4-1)^2 = 34 \neq 36$ donc $B \notin C$.

70 Déterminer une équation du cercle de centre A et de rayon r dans chacun des cas suivants.

a. A(–1 ; 0) et $r = 3$ **b.** A(3 ; –5) et $r = \sqrt{5}$

70

a. $(x+1)^2 + y^2 = 9$

b. $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 5$

71 **1.** Écrire une équation du cercle de centre C(–6 ; –8) et de rayon 10.

2. Ce cercle passe-t-il par l'origine du repère ? Justifier.

71

1. $(x+6)^2 + (y+8)^2 = 100$

2. $(0+6)^2 + (0+8)^2 = 36 + 64 = 100$ donc $(0\,;0) \in C$.

72 **1.** Écrire une équation du cercle de centre I(–2 ; 3) et passant par le point A(1 ; 1).

2. Ce cercle passe-t-il par les points de coordonnées : (–1 ; –1), (–2 ; 16), (–15 ; 3) et (–4 ; 6) ?

72 **1.** Le rayon du cercle est IA= $\sqrt{(1+2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

Une équation de ce cercle de centre I(–2; 3) et de rayon $\sqrt{13}$ est :

$(x-(-2))^2 + (y-3)^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2$, soit $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 13$.

2. $(-1+2)^2 + (-1-3)^2 = 1 + 16 = 17$ et $17 \neq 13$: le cercle ne passe pas par le point de coordonnées (–1 ; –1).

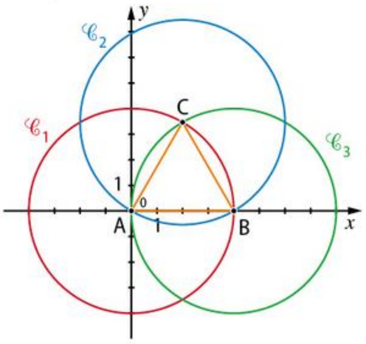
$(-2+2)^2 + (16-3)^2 = 0^2 + 13^2$ et $13^2 \neq 13$: le cercle ne passe pas par le point de coordonnées (–2 ; 16).

$(-15+2)^2 + (3-3)^2 = (-13)^2$ et $(-13)^2 \neq 13$: le cercle ne passe pas par le point de coordonnées (–15 ; 3).

$(-4+2)^2 + (6-3)^2 = 4 + 9 = 13$: le cercle passe par le point de coordonnées (–4 ; 6)

73 Histoire des maths

On considère les points B(4 ; 0) et C(2 ; $2\sqrt{3}$).

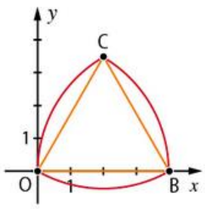


1. Vérifier que le triangle OBC est équilatéral.

2. Déterminer une équation de chaque cercle représenté ci-dessus : $\mathscr{C}_1$ de centre O et de rayon 4 ; $\mathscr{C}_2$ de centre C et de rayon 4 et $\mathscr{C}_3$ de centre B est de rayon 4.

3. La courbe formée par les trois arcs de cercle colorés en rouge sur la figure ci-contre est appelée triangle de Reuleaux.

Quelle est la plus grande distance entre chaque sommet O, B ou C et un autre point de cette courbe ?



73

1. $OB = OC = CB = 4$

2. $C_1 : x^2 + y^2 = 16$, $C_2 : (x-2)^2 + (y - 2\sqrt{3})^2 = 16$ et $C_3 : (x-4)^2 + y^2 = 16$.

3. Pour B : la plus grande distance entre B et un autre point de la courbe est 4 : c'est la distance entre B et tout point de la courbe reliant O et C, c'est-à-dire tout point de l'arc du cercle de centre B et de rayon 4.

On suit le même raisonnement pour O et C.

75 Déterminer l'ensemble des points M(x ; y) tels que :

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

75 $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ équivaut à $x^2 - 6x + y^2 + 2y + 5 = 0$.

Or, $x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$ et $y^2 + 2y = (y+1)^2 - 1$.

Par conséquent, $x^2 - 6x + y^2 + 2y + 5 = 0$ équivaut à $(x-3)^2 - 9 + (y+1)^2 - 1 + 5 = 0$, donc à $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, soit à :

$$(x-3)^2 + (y-(-1))^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2.$$

L'ensemble des points recherché est le cercle de centre le point de coordonnées (3 ; –1) et de rayon $\sqrt{5}$.