Exercice 29p51,99p54,100p55,101p55,114,115p56

29 f est une fonction polynôme du second degré. Préciser dans chaque cas le signe du coefficient de x^2 et les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f dans un repère.

a.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	11	$\searrow$	

b.

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	9	$\nearrow$	

29 **a.** Puisque la fonction f est croissante, puis décroissante, le coefficient de x^2 est négatif.
La fonction f admet un maximum en 7 de valeur 11, donc les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f sont (7 ; 11).

b. Puisque la fonction f est décroissante, puis croissante, le coefficient de x^2 est positif.
La fonction f admet un minimum en –5 de valeur 9, donc les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f sont (–5 ; 9).

99 Dans le plan rapporté à un repère, on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = -7x^2 + 28x + 3$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole $\mathcal{P}$.

2. Déterminer l'axe de symétrie de la parabole $\mathcal{P}$.

99 **1.** $\mathcal{P}$ est une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$, avec $a = -7$, $b = 28$ et $c = 3$.
On calcule :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{28}{2\times(-7)} = 2.$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 868$ $\qquad$ $\beta = -\frac{\Delta}{4a} = 31$

Le sommet S de la parabole a pour coordonnées S(2;31)

2.L'axe de symétrie a pour équation $x = \alpha$ c'est à dire $x = 2$.

100 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3x - 1$.
Étudier les variations de f, puis tracer la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

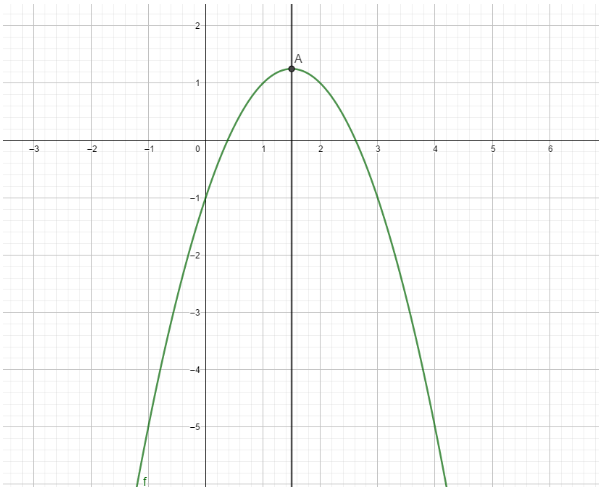
Capacité 6, p. 45

$a = -1 \qquad b = 3 \qquad c = -1$

Δ=5 $\quad \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{-2} = \frac{3}{2} \qquad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} \quad f(x) = -1\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$

Comme $a = -1 < 0$ alors f admet un maximum en $\frac{3}{2}$ de valeur $\frac{5}{4}$

f est croissante sur]-∞; $\frac{3}{2}$] et décroissante sur [$\frac{3}{2}$; $+\infty$[.

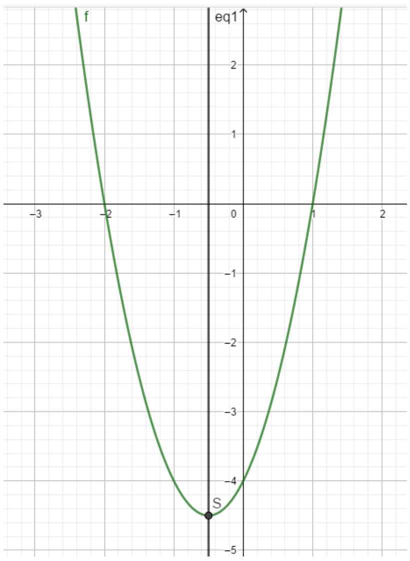


Exercice 101p55

101 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$.
Étudier les variations de f, puis tracer la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé.

$a = 2 \qquad b = 2 \qquad c = -4$

Δ=36 $\quad \alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \qquad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-36}{8} = -\frac{9}{2}$



Comme $a = 2 > 0$ alors f admet un minimum en $-\frac{1}{2}$ de valeur $-\frac{9}{2}$

f est décroissante sur]-∞;$-\frac{1}{2}$] et croissante sur [$-\frac{1}{2}$; $+\infty$[.

Exercice 114p56

114 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = 5x^2 + 20x + 21$.
Dresser le tableau de variation de f.

$a = 5 \qquad b = 20 \qquad c = 21$

Δ=-20 $\quad \alpha = -\frac{b}{2a} = -2 \qquad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = 1 \quad f(x) = 5(x+2)^2 + 1$

Comme $a = 5 > 0$ alors f admet un minimum en -2 de valeur 1

f est décroissante sur]-∞;-2] et croissante sur [-2; $+\infty$[.

x	-∞	-2	+∞

$f(x)$	1

Exercice 115p56

115 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2x + 1$.
Dresser le tableau de variation de g.

$a = -1$ $\quad b = 2$ $\quad c = 1$

Δ=8 $\quad \alpha = -\frac{b}{2a} = 1$ $\quad \beta = -\frac{\Delta}{4a} = 2$ $\quad f(x) = -1(x-1)^2 + 2$

Comme $a = -1 < 0$ alors f admet un maximum en 1 de valeur 2

f est croissante sur]-∞;1] et décroissante sur [1; +∞[.

x	-∞	1	+∞
$f(x)$	↗	2	↘

Ex53p52,59p52,60,63,65p51-53,71p53, 70,72,73,82p53

53 Résoudre chacune des équations suivantes.

a. $x^2 + x - 12 = 0$ **b.** $5x^2 - 3x + 1 = 0$

c. $2x^2 + x - 3 = 0$ **d.** $9x^2 - 30x + 25 = 0$

Capacité 4, p. 43

53

a. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = 1$ et $c = -12$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 49$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-1-\sqrt{49}}{2\times 1} = -4$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{49}}{2\times 1} = 3$.

b. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 5$, $b = -3$ et $c = 1$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times 1 = -11$.
Comme $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

c. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 2$, $b = 1$ et $c = -3$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-1-\sqrt{25}}{2\times 2} = -\frac{3}{2}$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{25}}{2\times 2} = 1$.

d. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 9$, $b = -30$ et $c = 25$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-30)^2 - 4 \times 9 \times 25 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, l'équation a une unique solution distincte $x_0 = \frac{30}{2\times 9} = \frac{5}{3}$.

Dans les exercices 59 et 60 résoudre les équations données.

59 **a.** $15x^2 + x - 6 = 0$ **b.** $x^2 - 2x - 15 = 0$

60 **a.** $5x^2 - 7x + 6 = 0$ **b.** $4x^2 - 20x + 21 = 0$

59

a. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 15$, $b = 1$ et $c = -6$. Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = 1^2 - 4 \times 15 \times (-6) = 361$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-1-\sqrt{361}}{2 \times 15} = -\frac{2}{3}$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{361}}{2 \times 15} = \frac{3}{5}$.

b. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = -2$ et $c = -15$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{2-\sqrt{64}}{2 \times 1} = -3$ et $x_2 = \frac{2+\sqrt{64}}{2 \times 1} = 5$.

60

a. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 5$, $b = -7$ et $c = 6$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 5 \times 6 = -71$.
Comme $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$.
b. L'équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 4$, $b = -20$ et $c = 21$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-20)^2 - 4 \times 4 \times 21 = 64$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes $x_1 = \frac{20-\sqrt{64}}{2 \times 4} = \frac{3}{2}$ et $x_2 = \frac{20+\sqrt{64}}{2 \times 4} = \frac{7}{2}$.

Dans les exercices 62 à 64 résoudre les équations données.

62 **a.** $x^2 - 16x = 0$ **b.** $x^2 + 6 = 0$

63 **a.** $2x(x+5) = 75 + x^2$ **b.** $(2x+9)(x-8) = 0$

64 **a.** $(4x+3)^2 = (5x-1)^2$ **b.** $(9v+11)^2 - 56 = 3v - 1$

63

a. L'équation $2x(x+5) = 75 + x^2$ est équivalente à l'équation $2x^2 + 10x = 75 + x^2$ donc à $x^2 + 10x - 75 = 0$.
Cette dernière équation est de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 1$, $b = 10$ et $c = -75$.
Le discriminant de cette équation du second degré est $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times (-75) = 400$.
Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes :
$x_1 = \frac{-10-\sqrt{400}}{2 \times 1} = -15$ et $x_2 = \frac{-10+\sqrt{400}}{2 \times 1} = 5$.
b. L'équation $(2x+9)(x-8) = 0$ équivaut à $2x + 9 = 0$ ou $x - 8 = 0$ donc à $x = -\frac{9}{2}$ ou $x = 8$. Les solutions de l'équation sont $-\frac{9}{2}$ et 8.

65 Pour quelles valeurs de x peut-on calculer l'expression :

$$A(x) = \frac{x^2 + 19x + 18}{x^2 + 5x - 6} \text{ ?}$$

65 L'expression $A(x)$ est calculable si et seulement si son dénominateur n'est pas nul, c'est-à-dire si et seulement si $x^2 + 5x - 6 \neq 0$.

On résout l'équation $x^2 + 5x - 6 = 0$. Le réel 1 est une solution évidente de cette équation du second degré. L'autre solution x_2 vérifie $1 \times x_2 = -6$ donc $x_2 = -6$.

Finalement on peut calculer l'expression $A(x)$ pour tous les réels sauf -6 et 1.

71 Déterminer tous les réels c tels que l'équation $-x^2+x+c=0$ n'ait pas de solution.

71 L'équation du second degré $-x^2+x+c=0$ n'a aucune solution si et seulement si son discriminant est strictement négatif.

On a $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times c = 1 + 4c$. $\Delta < 0$ si et seulement si $1 + 4c < 0$ ce qui équivaut à $4c < -1$ donc à $c < -\frac{1}{4}$.

70 Déterminer tous les réels b tels que l'équation $x^2+bx+5=0$ n'ait aucune solution.

70 L'équation du second degré $x^2+bx+5=0$ n'a aucune solution si et seulement si son discriminant est strictement négatif.

On a $\Delta = b^2 - 4 \times 1 \times 5 = b^2 - 20$. $\Delta < 0$ si et seulement si $b^2 - 20 < 0$ ce qui équivaut à $-\sqrt{20} < b < \sqrt{20}$ donc à $-2\sqrt{5} < b < 2\sqrt{5}$.

72 LOGIQUE **1.** Soit une équation du second degré **(E)** de la forme $ax^2+bx+c=0$. Montrer que, si a et c sont de signes contraires, alors l'équation **(E)** a deux solutions.

2. Énoncer la réciproque de la proposition précédente.
Est-elle vraie ?

3. La condition « a et c de signes contraires » est-elle une condition nécessaire ou une condition suffisante pour que **(E)** ait deux solutions ?

72

1. Si a et c sont de signes contraires alors $ac < 0$ donc $-4ac > 0$ d'où $b^2 + (-4ac) > 0$ soit $\Delta > 0$. L'équation admet donc deux solutions distinctes.

2. « Si une équation admet deux solutions distinctes, alors a et c sont de signes contraires. »
Faux. Contre-exemple : L'équation $x^2 - 3x + 2 = 0$ a deux solution distinctes –1 et –2 or pour cette équation $a = 1$ et $c = 2$, a et c sont donc de même signe.

3. La condition est donc suffisante mais pas nécessaire.

Ex73p53

73 PROG Compléter et modifier un programme

a. Compléter la fonction Python ci-contre afin qu'elle retourne les solutions d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ (avec $a \neq 0$), quand celle-ci a des solutions.

```
from math import*
def secdegré1(a,b,c):
    d=...........
    if d<0:
        ............
    else:
        ............
```

b. Modifier ce programme afin de traiter les trois cas possibles.

```
from lycee import *
def secdegré1(a,b,c):
    d=b**2-4*a*c
    if d<0:
        print("pas de solutions")
    else:
        if d==0:
            x0=-b/(2*a)
            print("une solution:",x0)
        else:
            x1=(-b-sqrt(d))/(2*a)
            x2=(-b+sqrt(d))/(2*a)
            print("deux solutions:",x1,x2)
    return
```

82 Déterminer deux nombres réels dont la somme est 15 et le produit est –54.

82 Les deux réels cherchés sont solutions de l'équation $x^2 - 15x - 54 = 0$.

Cette équation a pour discriminant $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions distinctes :
$x_1 = \frac{15 - \sqrt{441}}{2 \times 1} = -3$ et $x_2 = \frac{15 + \sqrt{441}}{2 \times 1} = 18$.

Les réels cherchés sont donc –3 et 18.

exercices93p54,172p66 (équations bicarrées)

93 Déterminer deux nombres entiers consécutifs sachant que leur produit est 702.

93 Soit n le plus petit des deux entiers consécutifs vérifiant la condition.
L'entier n vérifie $n(n+1) = 702$ soit $n^2 + n - 702 = 0$.

Cette équation a pour discriminant $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-702) = 2\,809$.

Comme $\Delta > 0$ l'équation a deux solutions distinctes :
$n_1 = \frac{-1-\sqrt{2\,809}}{2 \times 1} = -27$ et $n_2 = \frac{-1+\sqrt{2\,809}}{2 \times 1} = 26$.

Si $n = -27$, $n + 1 = -26$ les deux entiers consécutifs sont -27 et -26.

Si $n = 26$, $n + 1 = 27$: les deux entiers consécutifs sont 26 et 27.

172 Équations bicarrées

Un polynôme qui ne contient que les termes x^2, x^4 et une constante est un polynôme bicarré, comme par exemple :

$$g(x) = x^4 + 3x^2 + 1.$$

1. On veut résoudre l'équation bicarrée **(E)** $2x^4 + x^2 - 6 = 0$.

a. Pour cela, on effectue un changement de variable.
Poser $u = x^2$ et résoudre l'équation associée d'inconnue u :

$$2u^2 + u - 6 = 0.$$

b. Pourquoi ne retient-on que les valeurs positives de u ?

c. En déduire les solutions de **(E)**.

2. Résoudre par le même procédé l'équation bicarrée :

$$x^4 + 4x^2 - 5 = 0.$$

172

1.

a. $u_1 = -2$ et $u_2 = \frac{3}{2}$.

b. On ne retient que les valeurs positives puisque u est le carré d'un nombre réel donc $u \geq 0$.

c. $x^2 = \frac{3}{2}$ équivaut à $x = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ou $x = -\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Solutions de (E) : $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ et $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

2. En posant $u = x^2$ on obtient l'équation $u^2 + 4u - 5 = 0$ qui a pour solutions 1 et -5.
$x^2 = 1$ équivaut à $x = 1$ ou $x = -1$.
Solutions : -1 et 1.

Exercices 131,135,137,139,141,142p57

Exercice 131p57

131 a. $h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$ **b.** $j(x) = 5x^2 + 6x + 11$

a)Signe de $h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

$a = \frac{1}{3}$ $b = -2$ $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times \frac{1}{3} \times 3 = 4 - 4 = 0$

Le polynôme h admet donc une seule racine : $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$

Le polynôme h est du signe de $a = \frac{1}{3}$ sauf en x_0 où il s'annule

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$	+	0	+

$h(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$
h(x) s'annule en 3

b)Signe de $j(x)=5x^2+6x+11$

$a=5 \qquad b=6 \qquad c=11$
$\Delta=b^2-4ac=6^2-4\times5\times11=36-220=-184$

Le polynôme j n'admet donc pas de racine :
Le polynôme j est du signe de $a=5$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$5x^2+6x+11$	+

$j(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $\mathbb{R}$

Pour les exercices 135 à 142 résoudre les inéquations données.

135 **a.** $x^2-12x+32>0$ **b.** $-2x^2+11x-12\geqslant0$

136 **a.** $5x^2+2x<0$ **b.** $4x^2-2x+\frac{1}{4}>0$

137 **a.** $x^2-3x+5\leqslant0$ **b.** $x^2+9x-10<0$

138 **a.** $2x^2+8x-3\geqslant0$ **b.** $49x^2-4\geqslant0$

139 **a.** $(x+4)^2-25<0$ **b.** $(x+2)(2x-3)\geqslant0$

140 **a.** $-7x^2+x<1$ **b.** $12>x^2+11x$

141 **a.** $(1-4x)^2>(2x+1)^2$ **b.** $9x^2>16$

142 **a.** $2x^2+11x-15\geqslant3x-5$ **b.** $x(x-3)<9-3x$

Capacité 9, p. 47

<u>Exercice 135p57</u>

a) Résoudre l'inéquation $x^2-12x+32>0$

Signe de $f(x)=x^2-12x+32$

$a=1 \qquad b=-12 \qquad c=32$
$\Delta=b^2-4ac=(-12)^2-4\times1\times32=16$
Δ>0 .Le polynôme f admet donc deux racines:

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-12)-\sqrt{16}}{2}=\frac{12-4}{2}=4$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-12)+\sqrt{16}}{2}=\frac{12+4}{2}=8$$

Le polynôme f est du signe de $a=1$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		4		8		$+\infty$
$x^2-12x+32$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-\infty;4[\cup]8;+\infty[$
$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]4;8[$

f(x) s'annule en 4 et 8.

$$x^2 - 12x + 32 > 0 \iff x \in]-\infty; 4[\cup]8; +\infty[$$

b) Résoudre l'inéquation $-2x^2 + 11x - 12 \geq 0$

Signe de $f(x) = -2x^2 + 11x - 12$

$a = -2 \qquad b = 11 \qquad c = -12$

$\Delta = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \times (-2) \times (-12) = 25$

$\Delta > 0$ .Le polynôme f admet donc deux racines:

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11-\sqrt{25}}{-4} = \frac{-11-5}{-4} = 4$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11+\sqrt{25}}{2} = \frac{-11+5}{-4} = \frac{3}{2}$

Le polynôme f est du signe de $a = -2$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
$-2x^2 + 11x - 12$		-	0	+	0	-	

$f(x)$ est strictement négative sur l'intervalle $]-\infty; \frac{3}{2}[\cup]4; +\infty[$

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]\frac{3}{2}; 4[$

f(x) s'annule en $\frac{3}{2}$ et 4.

$$-2x^2 + 11x - 12 \geq 0 \iff x \in \left[\frac{3}{2}; 4\right]$$

Exercice 139p57

a)Résoudre l'inéquation $(x + 4)^2 - 25 < 0$

Signe de $f(x) = (x + 4)^2 - 25$ C'est la forme canonique .On trouve $a = 1$, $\alpha = -4$ *et* $\beta = -25$

$f(x) = (x + 4)^2 - 5^2 = (x + 4 - 5)(x + 4 + 5) = (x - 1)(x + 9)$

Le polynôme f admet donc deux racines évidentes -9 et 1:

Le polynôme f est du signe de $a = -2$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-9		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-\infty; -9[\cup]1; +\infty[$

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-9; 1[$

f(x) s'annule en -9 et 1

$$(x + 4)^2 - 25 < 0 \iff x \in]-9; 1[$$

b.Résoudre l'inéquation $(x + 2)(2x - 3) \geq 0$

Signe de $f(x) = (x + 2)(2x - 3) = (x + 2)\left(2 \times x - 2 \times \frac{3}{2}\right) = 2(x + 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

Le polynôme f admet donc deux racines évidentes : -2 et $\frac{3}{2}$

Le polynôme f est du signe de $a = 2$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-2		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-\infty;-2[\cup]\frac{3}{2};+\infty[$

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-2;\frac{3}{2}[$

f(x) s'annule en -2 et $\frac{3}{2}$.

$$(x+2)(2x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-2] \cup [\frac{3}{2};+\infty[$$

Exercice 141p57

a)Résoudre l'inéquation $(1+4x)^2 > (2x+1)^2$

$(1+4x)^2 > (2x+1)^2 \Leftrightarrow (1+4x)^2 - (2x+1)^2 > 0$

Signe de $f(x) = (1+4x)^2 - (2x+1)^2$

$=(1+4x+2x+1)(1+4x-2x-1) = (6x+2)(2x) = 4x(3x+1)$

Le polynôme f admet donc deux racines évidentes 0 et $-\frac{1}{3}$:

Le polynôme f est du signe de $a = 4$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		0		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ est strictement positive sur l'intervalle $]-\infty;-\frac{1}{3}[\cup]0;+\infty[$

$f(x)$ est strictement négative sur l'intervalle $]-\frac{1}{3};0[$

f(x) s'annule en $-\frac{1}{3}$ ***et 0***

$$(1+4x)^2 > (2x+1)^2 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-\frac{1}{3}[\cup]0;+\infty[$$

b)Résoudre l'inéquation $9x^2 > 16$

$9x^2 > 16 \Leftrightarrow 9x^2 - 16 > 0$

Signe de $f(x) = 9x^2 - 16$

$f(x) = (3x)^2 - 4^2 = (3x-4)(3x+4) = 9(x-\frac{4}{3})(x+\frac{4}{3})$

Le polynôme f admet donc deux racines évidentes -$\frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3}$:

Le polynôme f est du signe de $a = 9$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$

$f(x)$	+	0	-	0	+

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-\infty; -\frac{4}{3}[\cup]\frac{4}{3}; +\infty[$

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}[$

f(x) s'annule en $\frac{4}{3}$ *et* $-\frac{4}{3}$

$$9x^2 > 16 \Leftrightarrow \boldsymbol{x} \in]-\infty; -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}[\cup]\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}; +\infty[$$

Exercice 142p57

a)Résoudre l'inéquation $2x^2 + 11x - 15 \geq 3x - 5$

$2x^2 + 11x - 15 \geq 3x - 5 \Leftrightarrow 2x^2 + 11x - 3x - 15 + 5 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 10 \geq 0$

Signe de $2x^2 + 8x - 10$

Signe de $f(x) = 2x^2 + 8x - 10$

$a = 2 \qquad b = 8 \qquad c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 2 \times (-10) = 144$

Δ>0 .Le polynôme f admet donc deux racines:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{144}}{4} = \frac{-8-12}{4} = -5$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{144}}{4} = \frac{-8+12}{4} = 1$$

Le polynôme f est du signe de $a = 2$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$2x^2 + 8x - 10$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-\infty; -5[\cup]1; +\infty[$

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-5; 1[$

f(x) s'annule en -5 et 1.

$$2x^2 + 11x - 15 \geq 3x - 5 \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{x} \in]-\infty; -5] \cup [1; +\infty[$$

b)Résoudre l'inéquation $x(x-3) < 9 - 3x$

$$x(x-3) < 9 - 3x \Leftrightarrow x - 3x - 9 + 3x < 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 < 0$$

Signe de $x^2 - 9$

Signe de $f(x) = x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

.Le polynôme f admet donc deux racines évidentes: -3 et 3

Le polynôme f est du signe de $a = 1$ à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$2x^2 + 8x - 10$		+	0	-	0	+	

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$

$f(x)$ *est strictement positive sur l'intervalle* $]-3; 3[$

f(x) s'annule en -3 et 3.

$$x(x-3) < 9 - 3x \Leftrightarrow \boldsymbol{x} \in]-3; 3[$$