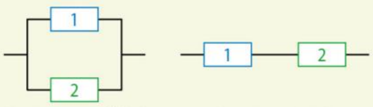
Correction de l'exercice 59p292

MATHS & PHYSIQUE

59 Un circuit électronique intègre deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'événement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note D_2 l'événement « le composant 2 est défaillant avant un an ». On suppose que les deux événements D_1 et D_2 sont indépendants et que $P(D_1) = P(D_2) = 0{,}39$.
Deux montages possibles sont envisagés :



Circuit en parallèle A　　Circuit en série B

1. Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.

2. Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

1. On doit calculer $P(D_1 \cap D_2)$.
$P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \times P(D_2)$ car les évènements D_1 *et* D_2 sont indépendants.
$P(D_1 \cap D_2) = 0{,}39 \times 0{,}39 = 0{,}1521.$
2. On doit calculer $P(D_1 \cup D_2)$.
$P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2)$
$P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \times P(D_2)$ car les évènements D_1 *et* D_2 sont indépendants.
$P(D_1 \cup D_2) = 0{,}39 + 0{,}39 - 0{,}39 \times 0{,}39 = 0{,}6279.$

60 Agathe, qui vient d'apprendre qu'elle a réussi son examen du code de la route, appelle chacun de ses parents sur leurs téléphones pour leur annoncer la nouvelle.
On note A l'événement « son père répond à son appel » et B l'événement « sa mère répond à son appel ».
On sait que $P(A) = 0{,}8$ et $P(B) = 0{,}75$. De plus, on fait l'hypothèse que ces deux événements sont indépendants.
Quelle est la probabilité pour qu'Agathe puisse annoncer la nouvelle à ses deux parents ?

Capacité 7, p. 282

60 L'événement « Agathe peut annoncer la nouvelle à ses deux parents » est l'événement $A \cap B$.
La probabilité correspondante est $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ car les événements A et B sont indépendants.
Ainsi $P(A \cap B) = 0{,}8 \times 0{,}75 = 0{,}6$.

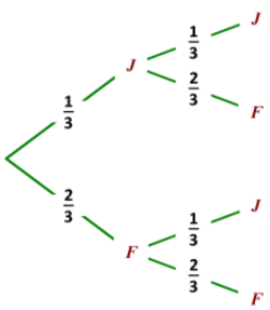
62 Lors d'un test de sélection, un QCM est proposé aux candidats. Ce QCM comporte deux questions qui ont chacune 3 réponses possibles parmi lesquelles une seule est juste.
Un candidat répond au hasard à ce QCM.

1. Représenter les différentes issues possibles de cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités

2. En déduire la probabilité pour que le candidat ait au moins une réponse juste.

Capacité 6, p. 281

1.



2.On appelle A l'évènement : « le candidat a au moins une réponse juste »
Cet évènement est composé de 3 issues : JF , FJ et JJ.

P(A)= P(JF)+P(FJ)+P(JJ) $=\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$.

Autre méthode : P(A)= $1 - P(\bar{A}) = 1 - P(FF)$

$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$

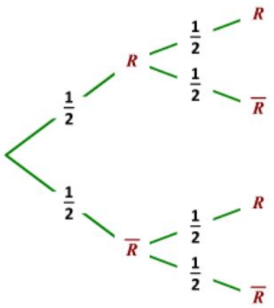
63 Une question ouverte

Un automobiliste effectue un parcours sur lequel se trouvent deux feux tricolores qui fonctionnent de manière autonome et indépendante.

Ces feux possèdent le même cycle : vert : 25 secondes, orange : 5 secondes, rouge : 30 secondes.

Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge ?

Piste → Voir p. 372



On appelle A l'évènement : « l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge »

Cet évènement est composé de 3 issues : $R\bar{R}$, $\bar{R}R$ et RR .

P(A)=P($R\bar{R}$) $+ P(\bar{R}R) + P(RR) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

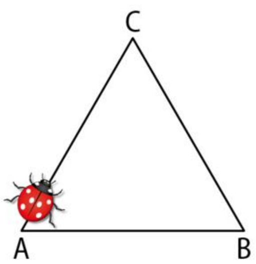
Autre méthode : P(A)$= 1 - P(\bar{A})$

$= 1 - P(\bar{R}\bar{R})$

$= 1 - \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4}$

64 Une coccinelle se déplace aléatoirement sur les sommets d'un triangle ABC. Elle part du sommet A puis vole vers un autre sommet. Son déplacement se fait 2 fois sur 3 dans le sens des aiguilles d'une montre et 1 fois sur 3 dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

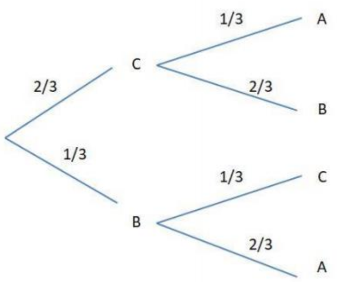


On s'intéresse aux deux premiers déplacements.

1. Représenter les différentes issues possibles de cette expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.

2. Quelle est la probabilité que la coccinelle soit revenue à son point de départ au bout des deux premiers déplacements ?

1.



2.On appelle E l'évènement : « La coccinelle revient à son point de départ au bout des deux premiers déplacements »

Cet évènement est composé de 2 issues : CA et BA

P(E)= P(CA)+P(BA) $=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$.

71 On diagnostique une maladie au moyen d'un test. Soit T l'événement « le test est positif » et M l'événement « la personne est malade ».
On sait que $P_M(\mathrm{T}) = 0{,}98$ et $P_{\overline{M}}(\overline{\mathrm{T}}) = 0{,}99$.

1. Exprimer par une phrase la signification de ces probabilités.

2. On sait par ailleurs que 5 % des individus sont atteints de la maladie.

a. Calculer $P(\mathrm{M} \cap \mathrm{T})$ et $P(\overline{\mathrm{M}} \cap \mathrm{T})$.

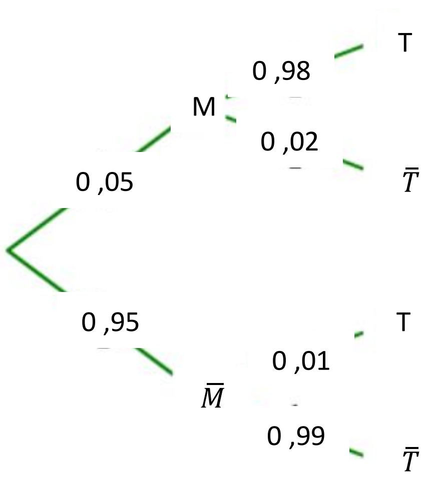
b. En déduire la valeur de $P(\mathrm{T})$.

c. Les événements M et T sont-ils indépendants ?

71 **1.** $P_M(\mathrm{T})$: probabilité que le test soit positif sachant que la personne est malade,

$P_{\overline{M}}(\overline{\mathrm{T}})$: probabilité que le test soit négatif sachant que la personne n'est pas malade.

2.a)



$P_M(T) = 0{,}98$ équivaut à $\frac{P(M \cap T)}{P(M)} = 0{,}98$

équivaut à $P(M \cap T) = 0{,}98 \times P(M) = 0{,}98 \times 0{,}05 = 0{,}049$

$P_{\overline{M}}(T) = 0{,}01$ équivaut à $\frac{P(\overline{M} \cap T)}{P(\overline{M})} = 0{,}01$

équivaut à $P(\overline{M} \cap T) = 0{,}01 \times P(\overline{M}) = 0{,}01 \times 0{,}95 = 0{,}0095$

b)On utilise la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0{,}049 + 0{,}0095 = 0{,}0585$$

c) $P(M) \times P(T) = 0{,}05 \times 0{,}0585 = 0{,}002925$

$P(M \cap T) = 0{,}049$

Comme $P(M \cap T) \neq P(M) \times P(T)$ alors les évènement M et T ne sont pas indépendants.

76 Camille joue sur son smartphone à un jeu vidéo auquel elle gagne 7 fois sur 10. Elle joue successivement trois parties. On considère que les épreuves aléatoires formées par chacune de ces trois parties sont indépendantes.

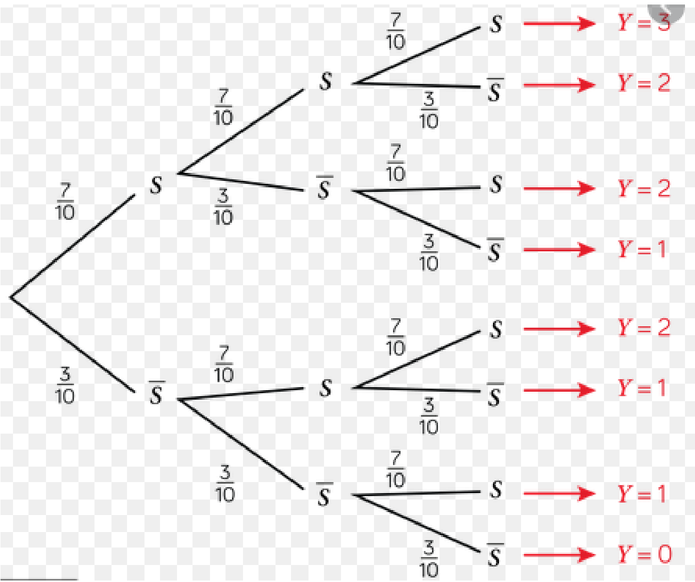
a. Vérifier que la probabilité que Camille gagne exactement deux parties est 0,441.

b. Recopier et compléter le tableau suivant.

Nombre de parties gagnées	0	1	2	3
Probabilité			0,441	

c. En déduire la probabilité de gagner au moins deux parties.

a.On appelle S le fait de gagner une partie



L'évènement D est constitué de 3 issues : SS$\bar{S}$, S$\bar{S}$ S et $\bar{S}$ SS.

P(D)=P(SS$\bar{S}$)+P(S$\bar{S}$ S)+P($\bar{S}$ SS)=$0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}3 + 0{,}7 \times 0{,}3 \times 0{,}7 + 0{,}3 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 3 \times 0{,}7^2 \times 0{,}3 = 0{,}441$.

b.

Nombre de parties gagnées	0	1	2	3
Probabilité	0,027	0,189	0,441	0,343

c. On doit calculer P(D)+P(SSS)=0,441+0,343 $= 0{,}784$

Sujet B — 30 min — CALCULER — RAISONNER

CAPACITÉS MISES EN ŒUVRE
- *Calculer des probabilités conditionnelles à partir de tableau d'effectifs*
- *Étudier l'indépendance de deux événements*

Dans un club sportif, chaque membre ne pratique qu'un sport. Leur répartition est donnée dans le tableau suivant :

	VTT	Gymnastique	Volley-ball	Tir à l'arc	Total
Femmes	60	95	23	22	200
Hommes	90	50	107	53	300
Total	150	145	130	75	500

On choisit au hasard un membre du club sportif, et on considère les événements :

A : « La personne choisie est une femme » ;
B : « La personne choisie fait du VTT ».

1. a. Calculer les probabilités $P(\mathrm{A})$ et $P(\mathrm{B})$ des événements A et B.
b. Calculer les probabilités $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.
c. Calculer les probabilités $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ et $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

2. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

3. a. Quelle est la probabilité que la personne choisie soit un homme pratiquant le VTT ?
b. Sachant que la personne choisie joue au volley-ball, quelle est la probabilité que ce soit un homme ?

Sujet C — 40 min — MODÉLISER — CHERCHER

CAPACITÉS MISES EN ŒUVRE
- *Choisir un mode de représentation pour une situation de probabilités conditionnelles*
- *Calculer et utiliser des probabilités conditionnelles*
- *Utiliser la formule des probabilités totales*

Une entreprise conditionne du sucre blanc provenant de deux exploitations U et V en paquets de différentes qualités. Le sucre extra fin est conditionné dans des paquets portant le label « extra fin ».
On admet que 3 % du sucre provenant de l'exploitation U et 5 % du sucre provenant de l'exploitation V est extra fin.
On prélève au hasard un paquet de sucre dans la production de l'entreprise et, dans un souci de traçabilité, on s'intéresse à la provenance de ce paquet.
On considère les événements suivants :
– U : « le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation U » ;
– V : « le paquet contient du sucre provenant de l'exploitation V » ;
– E : « le paquet porte le label 'extra fin' ».

1. Dans cette question, on admet que l'entreprise fabrique 30 % de ses paquets avec du sucre provenant de l'exploitation U et les autres avec du sucre provenant de l'exploitation V.
a. Quelle est la probabilité que le paquet prélevé porte le label « extra fin » ?
b. Sachant qu'un paquet porte le label « extra fin », quelle est la probabilité que le sucre qu'il contient provienne de l'exploitation U ?

2. L'entreprise souhaite modifier son approvisionnement auprès des deux exploitations afin que, parmi les paquets portant le label « extra fin », 30 % d'entre eux contiennent du sucre provenant de l'exploitation U.
Comment doit-elle s'approvisionner auprès des exploitations U et V ?

Sujet B

1. a. $P(\mathrm{A}) = 200/500 = 0{,}4$

$P(\mathrm{B}) = 150/500 = 0{,}3$

b. $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 60/500 = 0{,}12$

$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 290/500 = 0{,}58$

c. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 60/200 = 0{,}3$
$P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) = 60/150 = 0{,}4$

2. A et B sont indépendants.

3. a. $P(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}) = 90/500 = 0{,}18$

b. $107/130 \approx 0{,}82$

1.a)

On cherche $P(E)$.

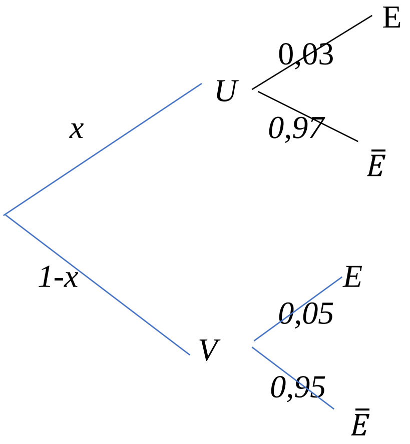
U et V forment une partition de l'univers, donc d'après les probabilités totales on a

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E \cap U) + P(E \cap V) \\ &= P(U) \times P_U(E) + P(V) \times P_V(E) \\ &= 0{,}009 + 0{,}035 = 0{,}044 \end{aligned}$$

b)

$$P_E(U) = \frac{P(E \cap U)}{P(E)} = \frac{0{,}009}{0{,}044} = \frac{9}{44} \approx 0{,}205$$

2.



On veut $P_E(U) = 0{,}3 \Leftrightarrow \frac{0{,}03x}{0{,}03x+0{,}05(1-x)} = 0{,}3$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 0{,}3(0{,}03x + 0{,}05 - 0{,}05x) = 0{,}03x \\ &\Leftrightarrow 0{,}3(-0{,}02x + 0{,}05) = 0{,}03x \\ &\Leftrightarrow -0{,}006x + 0{,}015 = 0{,}03x \\ &\Leftrightarrow -0{,}036x = -0{,}015 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Si l'entreprise veut atteindre son objectif, elle doit donc acheter environ 41,7% de son sucre à l'exploitation U et 58,3% à V