Activité 1p70

Suites logiques et « Look and say »

1 On considère la suite des carrés des entiers naturels rangés dans l'ordre croissant : 0 ; 1 ; 4 ; etc.

a. Déterminer les trois termes suivants.

b. On pose $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le carré du n-ième nombre naturel non nul.

Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

c. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

On peut déterminer la valeur de u_n directement à partir de la valeur de n.

On dit que la suite (u_n) est définie **explicitement**.

2 On considère une suite (v_n) définie de la manière suivante.

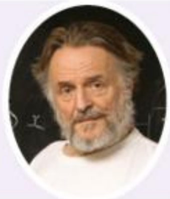
- Le premier terme est $v_0 = 1$.
- Pour obtenir le deuxième terme, on regarde la valeur du premier terme et on écrit ce que l'on voit : $v_0 = 1$. On voit un un et on écrit 11 d'où $v_1 = 11$.
- Pour déterminer le troisième terme, on regarde la valeur du deuxième terme et on écrit ce que l'on voit : $v_1 = 11$. On voit deux un et on écrit 21 d'où $v_2 = 21$.
- Pour déterminer v_3 on regarde la valeur de v_2 : on voit un deux et un un. On écrit 1211 d'où $v_3 = 1\,211$.
- Chaque terme de la suite (v_n) est défini à partir du terme précédent : on dit que la suite est définie par **récurrence**.

v_0	1
v_1	11
v_2	21
v_3	1211

Déterminer les termes v_4, v_5 et v_6.

Point Histoire

John Conway est un mathématicien anglais né en 1937.
En 1986, il a inventé la suite qui porte son nom. Voici quelques-unes de ses propriétés :
- Aucun terme de la suite ne comporte un chiffre supérieur à 3.
- À l'exception du terme initial, tous les termes de la suite possèdent un nombre pair de chiffres, les termes de rang impair se terminent par 21 et les termes de rang pair par 11.



1. **a.** 9 ; 16 ; 25.
b. $u_1 = 1$, $u_2 = 4$, $u_3 = 9$, $u_4 = 16$ et $u_5 = 25$.
c. $u_n = n^2$ pour tout entier naturel n.

2. $v_4 = 111\,221$, $v_5 = 312\,211$ et $v_6 = 13\,112\,221$.

Exercices 14,16,17,18,20p84-85

14 Soit (t_n) la suite définie par son premier terme $t_0 = -3$ et telle qu'en multipliant un terme par 4 et en lui ajoutant 5 on obtienne le terme suivant.

a. Déterminer t_1 et t_2.

b. Exprimer t_3 à l'aide de t_2.

14 **a.** $t_1 = -7$ et $t_2 = -23$.

b. $t_3 = 4t_2 + 5$.

16 Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^3$.
Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_{15}.

16 $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_2 = 8$ et $u_{15} = 3\,375$.

17 Soit (z_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par son premier terme $z_0 = 5$ et la relation $z_{n+1} = 2z_n - 3$ pour tout entier naturel n.

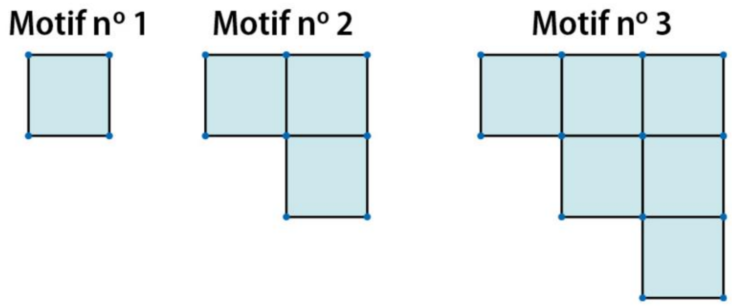
a. Écrire la relation pour $n = 0$, en déduire $z_1 = 7$.

b. Écrire la relation pour $n = 1$ et en déduire la valeur de z_2.

c. Procéder de façon analogue pour calculer z_3.

17 **a.** On écrit la relation pour $n = 0$, $z_{0+1} = 2z_0 - 3$. Donc $z_1 = 2 \times 5 - 3 = 7$.
b. On écrit la relation pour $n = 1$, $z_{1+1} = 2z_1 - 3$. Donc $z_2 = 2 \times 7 - 3 = 11$.
c. On écrit la relation pour $n = 2$, $z_{2+1} = 2z_2 - 3$. Donc $z_3 = 2 \times 11 - 3 = 19$.

18 On réalise la construction de motifs ci-dessous.



On poursuit ainsi les motifs suivants. Pour tout nombre entier naturel $n \geqslant 1$, on note C_n le nombre de carrés du motif numéro n.

a. Déterminer C_1, C_2 et C_3.

b. Exprimer C_4 à l'aide de C_3.

c. Exprimer C_5 à l'aide de C_4.

18 **a.** $C_1 = 1$, $C_2 = 3$ et $C_3 = 6$.

b. $C_4 = C_3 + 4$.

c. $C_5 = C_4 + 5$.

20 ALGO Comprendre un algorithme

Le premier terme d'une suite étant saisi dans la variable A, l'algorithme ci-contre permet de calculer le terme de rang N de cette suite.

Pour i variant de 1 à N
  $A \leftarrow 5 \times A - 3$
Fin Pour

1. On entre $A = 2$ et $N = 3$. Exécuter l'algorithme « pas à pas ». Quel terme de la suite a-t-on obtenu ? Combien vaut-il ?

2. Quelle valeur de N faut-il saisir pour obtenir le 7e terme de la suite ?

1.Faisons un tableau d'état des variables.

N	A	i
3	2	
3	$5 \times 2 - 3 = 7$	1
3	$5 \times 7 - 3 = 32$	2
3	$5 \times 32 - 3 = 157$	3

On obtient le 4ème terme de la suite c'est-à-dire $u_3 = 157$

```
def u(N):
    A=2
    for i in range(1,N+1):
        A=5*A-3
    return(A)
```

2.On doit saisir N=6.

Exercices 40,41,42 et 43 page 86

40 On considère (u_n) la suite des multiples de 5.
Définir pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, u_n :

a. en fonction de n ;

b. par récurrence en fonction de u_{n-1}.

Capacité 1, p. 73

40 a. $u_n = 5\,n$ pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1.

b. $u_n = u_{n-1} + 5$ pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1.

41 Soit une suite (u_n) définie de la manière suivante : pour tout entier naturel n, le terme d'indice n est égal au carré de son rang auquel on soustrait 3.
Donner l'expression de u_n en fonction de n.

41 $u_n = n^2 - 3$ pour tout entier naturel n.

42 Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n telle que $w_0 = -4$ et chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par 3 et en lui ajoutant 1.

1. Vérifier que w_1 est égal à -11.

2. Calculer w_2.

3. Donner la relation entre w_{n+1} et w_n pour tout entier naturel n.

42 **1.** $w_1 = w_0 \times 3 + 1$

2. $w_2 = -32$

3. $w_{n+1} = 3\,w_n + 1$ pour tout entier naturel n.

43 Chaque mois Adam qui anime une chaîne Youtube perd simultanément un quart de ses abonnés et en gagne 400 nouveaux. Pour tout entier naturel n non nul, on appelle (a_n) le nombre d'abonnés le n-ième mois.

Exprimer le nombre a_{n+1} d'abonnés le n + 1-ième mois en fonction du nombre a_n d'abonnés le mois précédent.

43 Pour tout entier naturel n non nul, a_{n+1} est le nombre d'abonnés le $(n + 1)$-ième mois. Entre le n-ième mois et le $(n + 1)$-ième mois, Adam a perdu $\frac{1}{4}$ de ses abonnés, il en a donc conservé les $\frac{3}{4}$. Le $(n + 1)$-ième mois, il a donc conservé un nombre d'abonnés égal à $\frac{3}{4}a_n$. Dans le même temps, il a gagné 400 nouveaux abonnés. Le $(n + 1)$-ième mois, Adam a donc $\frac{3}{4}a_n + 400$ abonnés.
Donc, $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 400$ pour tout entier naturel n non nul.

Exercices 44,45 page 86

44 On considère l'expérience aléatoire consistant à lancer plusieurs fois un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et à noter la liste des nombres obtenus.

1. Combien y a-t-il d'issues possibles si on lance deux fois le dé ?

2. Combien y a-t-il d'issues possibles si on lance trois fois le dé ?

3. On appelle v_n le nombre d'issues possibles pour n lancers successifs du dé.

a. Donner les valeurs de v_1, v_2 et v_3.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

Capacité 2, p. 73

44 **1.** Il y a 36 issues possibles.

2. Il y a 216 issues possibles.

3. a. $v_1 = 6$, $v_2 = 36$ et $v_3 = 216$.

b. $v_n = 6^n$ pour tout entier naturel n.

45 On place 15 000 € sur un livret d'épargne rémunéré à 2 % d'intérêts composés. On suppose que l'on retire 400 € chaque début d'année à partir de la deuxième année.

1. Calculer le capital au bout d'un an après le retrait de 400 €.

2. On appelle v_n le capital présent au bout de la n-ième année après le retrait de 400 €. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

1.Augmenter de 2% revient à multiplier par $1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$

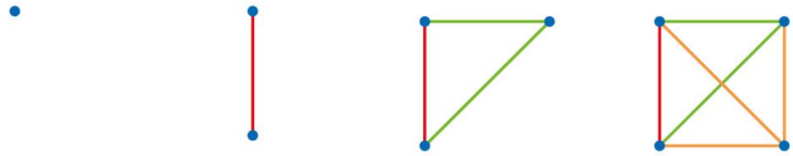
D'une année sur l'autre , le capital est donc multiplié par 1,02. Puis on soustrait 400 euros .

Ainsi le capital disponible au bout d'un an est : $15\,000 \times 1{,}02 - 400 = 14\,900$ €.

2. $v_{n+1} = 1{,}02 \times v_n - 400$ pour tout entier naturel n.

Exercices 46,47 page 86

46 On considère la suite de motifs ci-dessous dans laquelle on rajoute un point à chaque étape. Pour tout entier naturel n non nul, on appelle u_n le nombre de segments tracés sur le n-ième motif.



1^er^ motif **2^e^ motif** **3^e^ motif** **4^e^ motif**

1. Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3 et u_4.

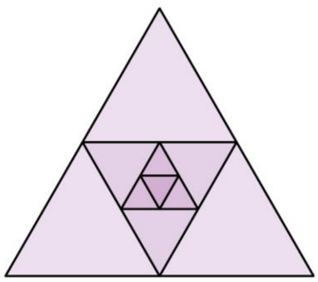
2. Exprimer pour tout entier naturel n non nul, u_{n+1} en fonction de u_n.

Capacité 3, p. 73

46 1. $u_1 = 0$, $u_2 = 1$, $u_3 = 3$ et $u_4 = 6$.

2. $u_{n+1} = u_n + n$ pour tout entier naturel n non nul.

47 On considère un triangle équilatéral de côté 1. On joint les milieux des côtés de ce triangle pour obtenir un nouveau triangle puis on réitère ce processus.



Pour tout entier naturel n non nul, on appelle p_n le périmètre du n-ième triangle.

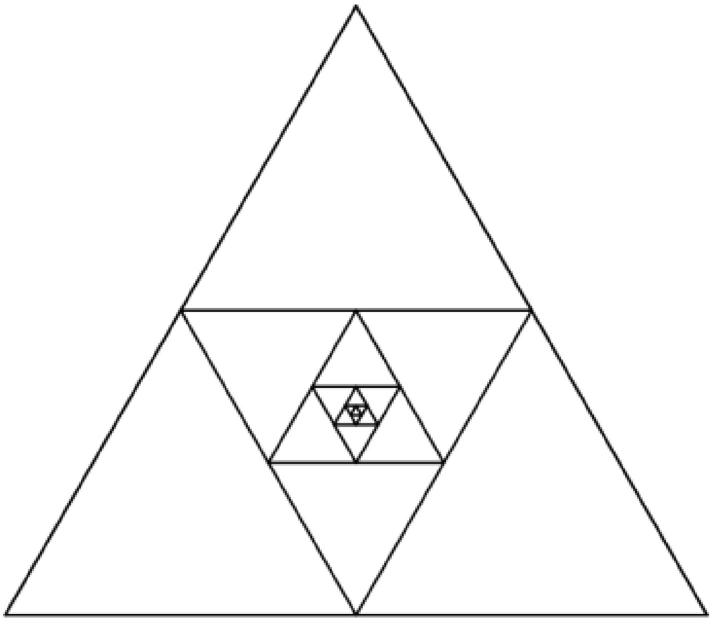
1. Reproduire la figure en itérant le processus sur trois étapes.

2. a. Montrer que le triangle obtenu à l'étape n est une réduction du triangle de l'étape précédente.

b. Combien vaut le coefficient de réduction ?

3. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

47 **1.**



2. a. Chaque nouveau triangle équilatéral a des côtés de longueur une demi fois plus petite que le précédent.

b. Le coefficient de réduction vaut $\frac{1}{2}$.

3. $p_{n+1} = p_n \times \frac{1}{2}$ pour tout entier naturel n non nul.

Exercices 50 et 51 page 87

50 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 3n - 2 \text{ et } \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 3v_n - 2 \end{cases}.$$

Pour chacune de ces suites :

a. calculer les trois premiers termes ;

b. calculer le cinquième terme.

Capacité 4, p. 75

a)

Pour tout entier naturel n, $u_n = 3n - 2$.

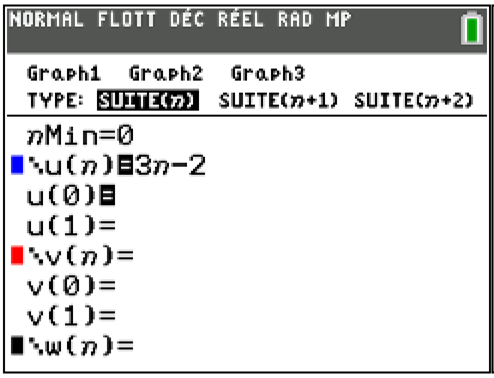
$u_0 = 3 \times 0 - 2 = -2$ $u_1 = 3 \times 1 - 2 = 1$ $u_2 = 3 \times 2 - 2 = 4$

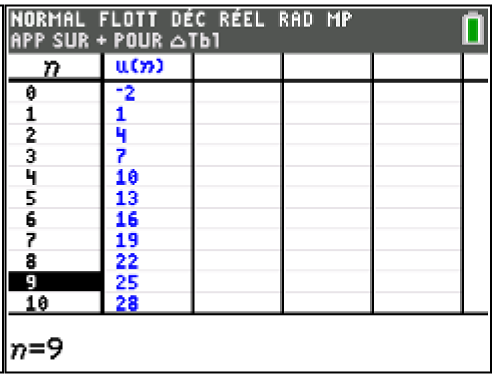
Pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 3 \times v_n - 2$ et $v_0 = 1$

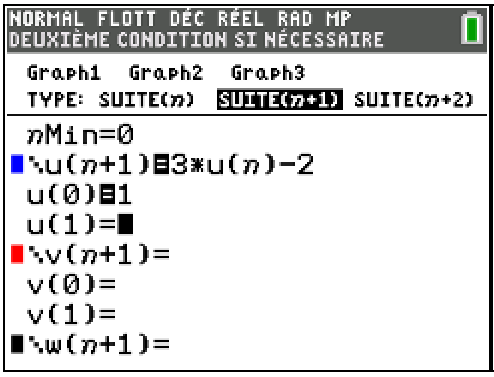
$v_1 = 3 \times v_0 - 2 = 3 \times 1 - 2 = 1$ $v_2 = 3 \times v_1 - 2 = 3 \times 1 - 2 = 1$

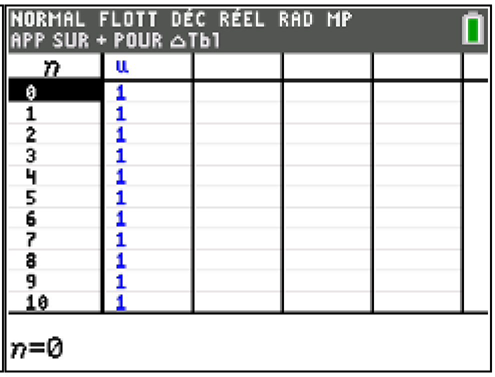
b) $u_4 = 3 \times 4 - 2 = 10$

$v_4 = 1$









51 On considère les suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 2n^2 - 1 \text{ et } \begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = 2v_n^2 - 1 \end{cases}.$$

Pour chacune de ces suites :

a. calculer les trois premiers termes ;

b. calculer le cinquième terme.

a. $u_0 = 2 \times 0^2 - 1 = -1$; $u_1 = 2 \times 1^2 - 1 = 1$ et $u_2 = 2 \times 2^2 - 1 = 7$.
$v_0 = 0$; $v_1 = 2v_0^2 - 1 = 2 \times 0^2 - 1 = -1$ et $v_2 = 2v_1^2 - 1 = 2 \times (-1)^2 - 1 = 1$.
b. $u_4 = 2 \times 4^2 - 1 = 31$.

Exercices 63,64 page 88

63 ALGO Comprendre un algorithme

La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_0 = 3$ et l'algorithme suivant permettant de créer la liste des termes de la suite de u_0 à u_n.

```
U ← 3
L ← [U]
Pour i variant de 1 à n
   | U ← 2 × U − 1
   | L ← L + [U]
Fin Pour
```

1. Déterminer ce que contient la variable L en fin d'algorithme pour $n = 5$.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.

Capacité 5, p. 75

1.Faisons un tableau d'état des variables.

n	U	L	i
5	3	(3)	
5	2*3-1=5	(3 ;5)	1
5	2*5-1=9	(3 ;5 ; 9)	2
5	2*9-1=17	(3 ;5 ;9 ;17)	3
5	2*17-1=33	(3 ;5 ;9 ;17 ;33)	4
5	2*33-1=65	(3 ;5 ;9 ;17 ;33 ;65)	5

63 **1.** Pour $N = 5$, le programme donne $L = (3, 5, 9, 17, 33, 65)$.

2. $u_{n+1} = 2\,u_n - 1$ pour tout entier naturel n.

64 ALGO Comprendre un algorithme

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et l'algorithme ci-contre permettant de créer la liste des termes de la suite de u_0 à u_n. On considère $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

```
U ← 3
L ← [U]
Pour i variant de 1 à n
   | U ← f(U)
   | L ← L + [U]
Fin Pour
```

1. Déterminer ce que contient la variable L en fin d'algorithme pour $n = 4$.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.

1.Faisons un tableau d'état des variables.

n	U	L	i
4	3	{3}	
4	$\sqrt{3^2+1}=\sqrt{10}$	$\{3\,;\sqrt{10}\}$	1
4	$\sqrt{\sqrt{10}^2+1}=\sqrt{11}$	$\{3\,;\sqrt{10};\ \sqrt{11}\}$	2
4	$\sqrt{\sqrt{11}^2+1}=\sqrt{12}$	$\{3\,;\sqrt{10};\ \sqrt{11};\ \sqrt{12}\}$	3
4	$\sqrt{\sqrt{12}^2+1}=\sqrt{13}$	$\{3\,;\sqrt{10};\ \sqrt{11};\ \sqrt{12};\ \sqrt{13}\}$	4

Pour $N=4$, le programme donne $L=\left(3,\sqrt{10},\sqrt{11},\sqrt{12},\sqrt{13}\right)$.

2. $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout entier naturel n.

```
from lycee import *
def liste_suite(n):
    U=3
    L=[U]
    for i in range(1,n+1):
        U=sqrt(U*U+1)
        L.append(U)                 #ou L=L+[U]#
    return L
```

Console Python

```
>>>
*** Console de processus distant
 Réinitialisée ***
>>>
...module lycee actif....
>>> liste_suite(5)
[3,
 3.1622776601683795,
 3.3166247903554003,
 3.4641016151377553,
 3.605551275463989,
 3.7416573867739413]
>>>
```

68 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n=n^3-3n^2+3n$.

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

2. Représenter ces termes dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1.Pour tout entier naturel n, $u_n=n^3-3n^2+3n$.

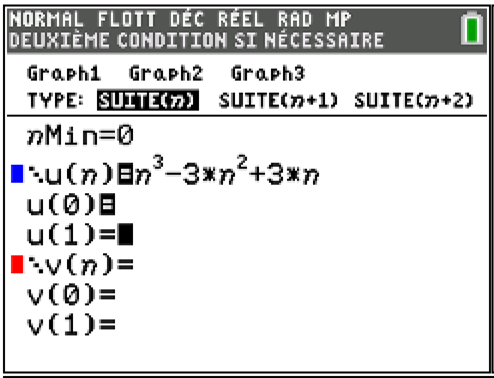
$u_0=0^3-3\times0^2+3\times0=0$ $\quad A_0(0;0)$

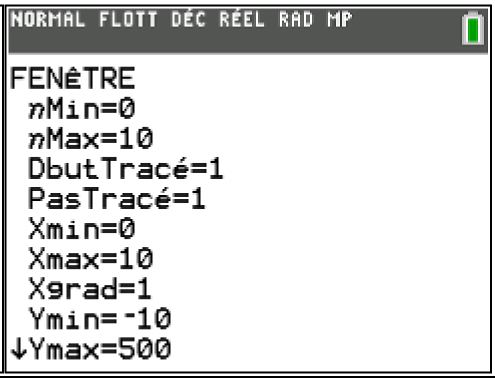
$u_1=1^3-3\times1^2+3\times1=1$ $\quad A_1(1;1)$

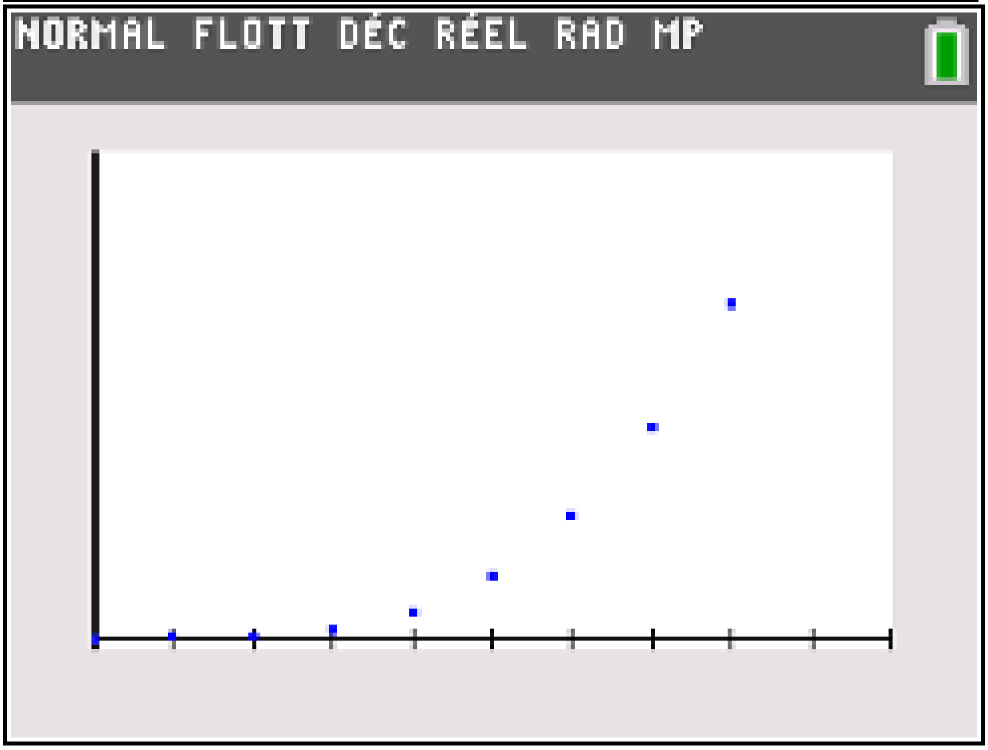
$u_2=2^3-3\times2^2+3\times2=2$ $\quad A_2(2;2)$

$u_3=3^3-3\times3^2+3\times3=9$ $\quad A_3(3;9)$

$u_4=4^3-3\times4^2+3\times4=28$ $\quad A_4(4;28)$







52 Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

1. u est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 9n + (-3)^n$

2. t est définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} t_0 = 2 \\ t_{n+1} = t_n - (n+3)^2 \end{cases}$

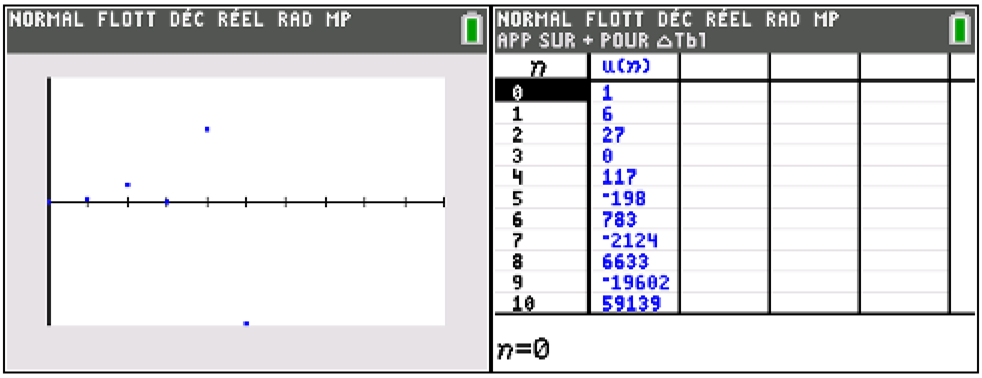
1.Pour tout entier naturel n, $u_n = 9 \times n + (-3)^n$.

$u_0 = 9 \times 0 + (-3)^0 = 0 + 1 = 1$

$u_1 = 9 \times 1 + (-3)^1 = 9 - 3 = 6$

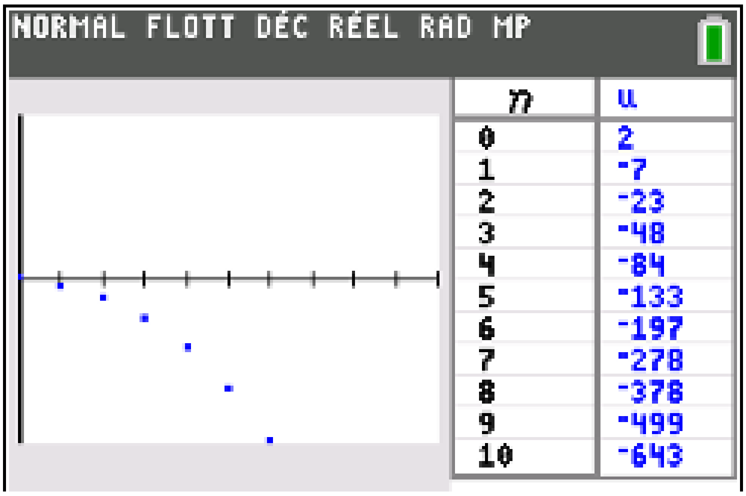
$u_2 = 9 \times 2 + (-3)^2 = 18 + 9 = 27$

$u_3 = 9 \times 3 + (-3)^3 = 27 - 27 = 0$



La suite (u_n) n'est pas monotone.

2. La suite (t_n) semble décroissante. Prouvons le.

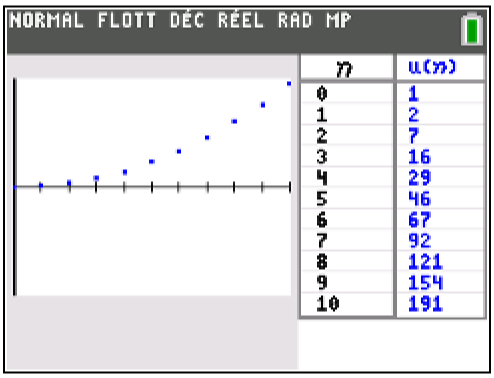


pour tout entier naturel n , $t_{n+1} - t_n = t_n - (n+3)^2 - t_n = -(n+3)^2$
pour tout entier naturel n , $(n+3)^2 \geq 0$ et donc $-(n+3)^2 \leq 0$.
Ainsi pour tout entier naturel n , $t_{n+1} - t_n \leq 0$.
La suite (t_n) est donc décroissante.

53 Pour chacune des suites ci-dessous, déterminer le sens de variation en calculant la différence $u_{n+1} - u_n$.

1. (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 - n + 1$.
2. (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$.
3. (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$.
4. (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n - \sqrt{u_n^{\,2} + 3}$.

1.



La suite (u_n) semble croissante. Prouvons le.

Pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 - (n+1) + 1 - (2n^2 - n + 1)$$

$$= 2(n^2 + 2n + 1) - n - 1 + 1 - 2n^2 + n - 1$$

$$= 2n^2 + 4n + 2 - n - 2n^2 + n - 1$$

$$= 2n^2 + 4n + 2 - n - 2n^2 + n - 1$$

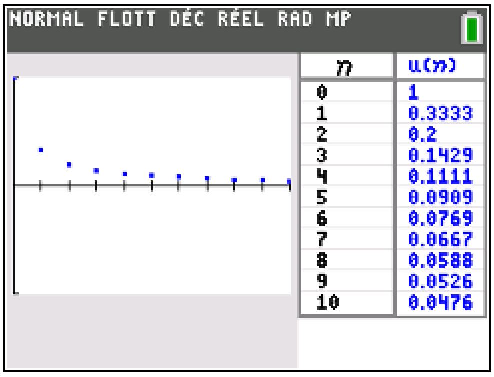
$$= 4n + 1$$

Or pour tout entier naturel n , $n \geq 0$ et donc $4n \geq 0$ et $4n + 1 \geq 1 \geq 0$

On en déduit donc que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n \geq 0$.

La suite (u_n) est donc croissante.

2.



La suite (u_n) semble décroissante. Prouvons le.

$$u_{n+1} = \frac{1}{2(n+1)+1}$$

Pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$= \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1}$$

$$= \frac{2n+1}{(2n+3)(2n+1)} - \frac{2n+3}{(2n+1)(2n+3)}$$

$$= \frac{2n+1-2n-3}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)}$$

Or pour tout entier naturel n , $n \geq 0$ et donc $2n \geq 0$

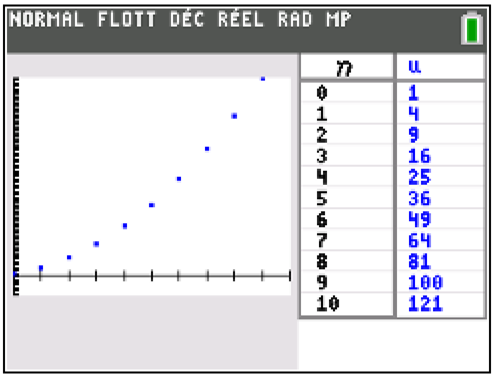
Ainsi $2n + 1 \geq 0$ et $2n + 3 \geq 0$

$-2 \leq 0$

On en déduit donc que pour tout entier naturel n , $\frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} \leq 0$ *et* $u_{n+1} - u_n \leq 0$.

La suite (u_n) est donc décroissante.

3.



La suite (u_n) semble croissante. Prouvons le.

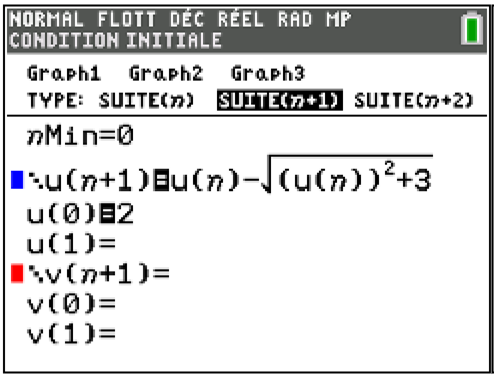
pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = u_n + 2n + 3 - u_n = 2n + 3$
Or pour tout entier naturel n , $n \geq 0$

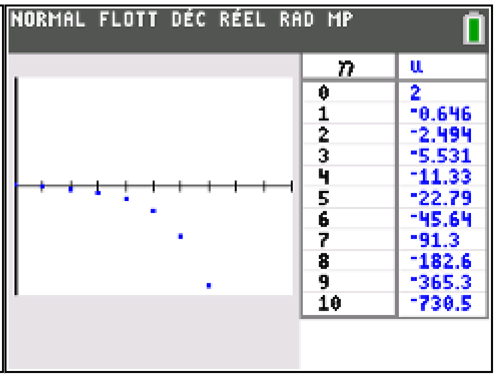
et donc $2n \geq 0$

Ainsi $2n + 3 \geq 3 \geq 0$

On en déduit donc que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n \geq 0$.

La suite (u_n) est donc croissante.
4.





La suite (u_n) semble décroissante. Prouvons le.

pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n = u_n - \sqrt{u_n^2 + 3} - u_n = -\sqrt{u_n^2 + 3}$
Or pour tout entier naturel n , $\sqrt{u_n^2 + 3} \geq 0$ et donc $-\sqrt{u_n^2 + 3} \leq 0$

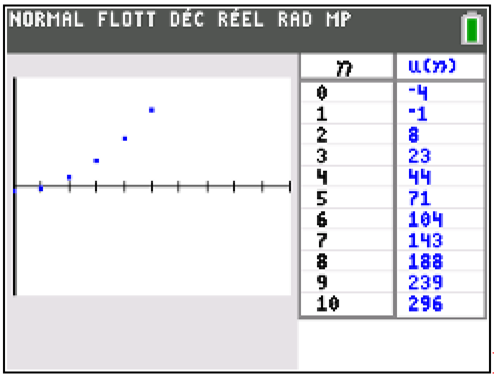
On en déduit donc que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} - u_n \leq 0$.

La suite (u_n) est donc décroissante.

54 Pour chacune des suites u ci-dessous, déterminer les variations de la fonction f telle que $u_n = f(n)$ et en déduire les variations de u.

1. $u_n = 3n^2 - 4$ **2.** $u_n = -2n + 1$

1.



La suite (u_n) semble croissante. Prouvons le.

On remarque que $u_n = f(n)$ où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4$

$a(x-\alpha)^2 + \beta$

$f(x) = 3(x-0)^2 - 4$ est la forme canonique de f. $a = 3$, $\alpha = 0$ et $\beta = -4$

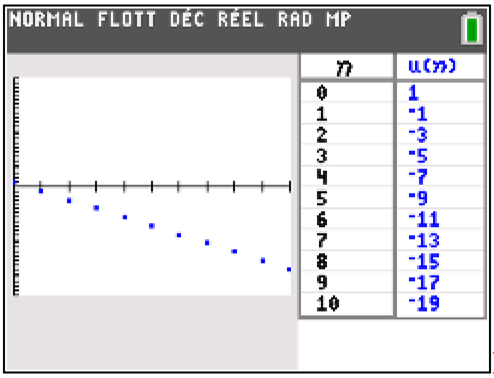
Comme > 0 , alors f est strictement décroissante sur]-∞ ; α] et strictement croissante sur [α ;+∞[(branches orientées vers le haut)

x	-∞	0	n	$n+1$	+∞
$f(x)$	↘	-4	$f(n)$ ↗	$f(n+1)$	↗

f est strictement décroissante sur]-∞ ; 0] et strictement croissante sur [0 ;+∞[

comme f est croissante sur [0 ;+∞[alors la suite (u_n) est croissante

2.



La suite (u_n) semble décroissante. Prouvons le.

On remarque que $u_n = f(n)$ où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 1$

Comme $a < 0$, alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	0	n	$n+1$	+∞
$f(x)$	↘		$f(n)$	$f(n+1)$	↘

comme f est décroissante sur [0 ;+∞[alors la suite (u_n) est décroissante

65 ALGO PROG Programmer un algorithme

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = u_n{}^2 - 1 \text{ et } u_0 = -2.$$

1. Écrire une fonction Python de paramètre n qui retourne la liste des n premiers termes de la suite (u_n).

2. Émettre une conjecture sur la limite de la suite (u_n).

Capacité 6, p. 75

1.

```
def liste_suite(n):
    u=-2
    L=[u]
    for i in range(1,n):
        u=u**2-1
        L=L+[u]
    return(L)
```

2. On conjecture que la limite de la suite est $+\infty$.

```
>>> liste_suite(8)
[-2, 3, 8, 63, 3968]
>>> liste_suite(8)
[-2, 3, 8, 63, 3968, 15745023, 247905749270528, 61457260521381894004129398783]
>>>
```

69

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par $v_n = \frac{3}{2}n - 1$.

Déterminer le plus petit entier p tel que $v_p > 300$.

69 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.*

On résout l'inégalité $\frac{3}{2}p - 1 > 300$.

Donc $\frac{3}{2}p > 301$ ou

$p > \frac{2}{3} \times 301 \approx 200{,}7$.

Donc $p = 201$.

70 On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n, par $w_n = -n^2 + 2n + 13$.
Déterminer le plus petit entier naturel p tel que $w_p < 10$.

On résout l'inéquation $w_n < 10$.

$$w_n < 10 \Leftrightarrow -n^2 + 2n + 13 < 10 \Leftrightarrow -n^2 + 2n + 3 < 0$$

Soit le polynome du second degré $-x^2 + 2x + 3$.

$a = -1, b = 2\ et\ c = 3$ $\Delta = 16 > 0$ Il y a 2 racines $x_1 = \frac{-2-\sqrt{16}}{-2} = 3$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{16}}{-2} = -1$

x	-∞		-1		0		3		+∞
$-x^2 + 2x + 3$		-	0	+			0	-	

$-n^2 + 2n + 3 < 0 \Leftrightarrow n > 3 \Leftrightarrow n \geq 4$

66 PROG Programmer un algorithme

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_{n+1} = \frac{v_n}{1+v_n^2} \text{ et } v_0 = 2.$$

1. Écrire une fonction Python de paramètre n qui retourne la liste des n premiers termes de la suite (v_n).

2. Émettre une conjecture concernant la limite de la suite (v_n).

1.

```
listesuite(n):
v=2
L=[v]
for i in range(1,n):
     v=v/(1+v**2)
     L=L+[v]
return L
```

2.Si dans la console , on entre listesuite(10000) , on remarque que les termes de la suite de plus en plus proche de 0 à mesure que l'indice devient grand. On dira donc que la la suite v a pour limite 0.

67 PROG Compléter un algorithme

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 15$ et la relation $u_{n+1} = 3u_n + 7$ pour tout entier naturel n.

Compléter la fonction Python ci-contre afin qu'elle retourne le plus petit entier p tel que $u_p > 1\,000$.

```
def seuil():
    A=15
    N=0
    while ......:
        N=N+1
        A=......
    return (N)
```

```
def seuil():
    A=15
    N=0
    while A<=1000:
        N=N+1
        A=3*A+7
    return(N)
```

```
*** Remote le mc
>>>
*** Console de p
>>>
>>> seuil()
4
>>>
```

73 ALGO PROG

Compléter puis programmer un algorithme

Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 4$ et $v_{n+1} = v_n + \dfrac{1}{v_n}$.

1. Compléter l'algorithme ci-contre pour que la variable S contienne la somme $v_0 + \ldots + v_N$ en fin d'algorithme.

2. Écrire une fonction Python de paramètre N qui retourne la somme $v_0 + \ldots + v_N$.

$V \leftarrow 4$
$S \leftarrow 4$
Pour i variant de 1 à ...
  $V \leftarrow$ ....
  $S \leftarrow$ ....
Fin Pour

1.

$V \leftarrow 4$
$S \leftarrow 4$
Pour i variant de 1 à N
  $V \leftarrow$ V+1/V
  $S \leftarrow$ S+V
Fin Pour

2.

```python
def somme(N):
    V=4
    S=4
    for i in range(1,N+1):
        V=V+1/V
        S=S+V
    return(S)
```

```
>>>
*** Console de proc
>>>
>>> somme(50)
404.5091454422541
>>>
```