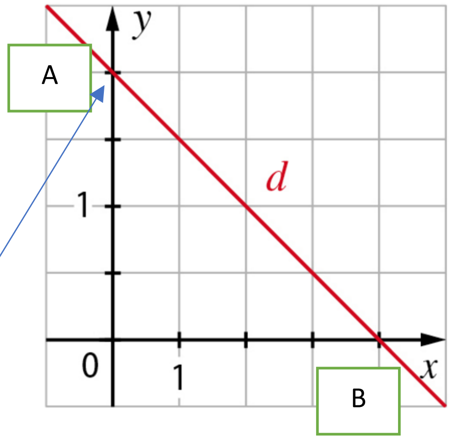
6 Vrai ou Faux ?

Indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

L'équation réduite de la droite d tracée ci-contre est :

$$y = 4x + 2.$$



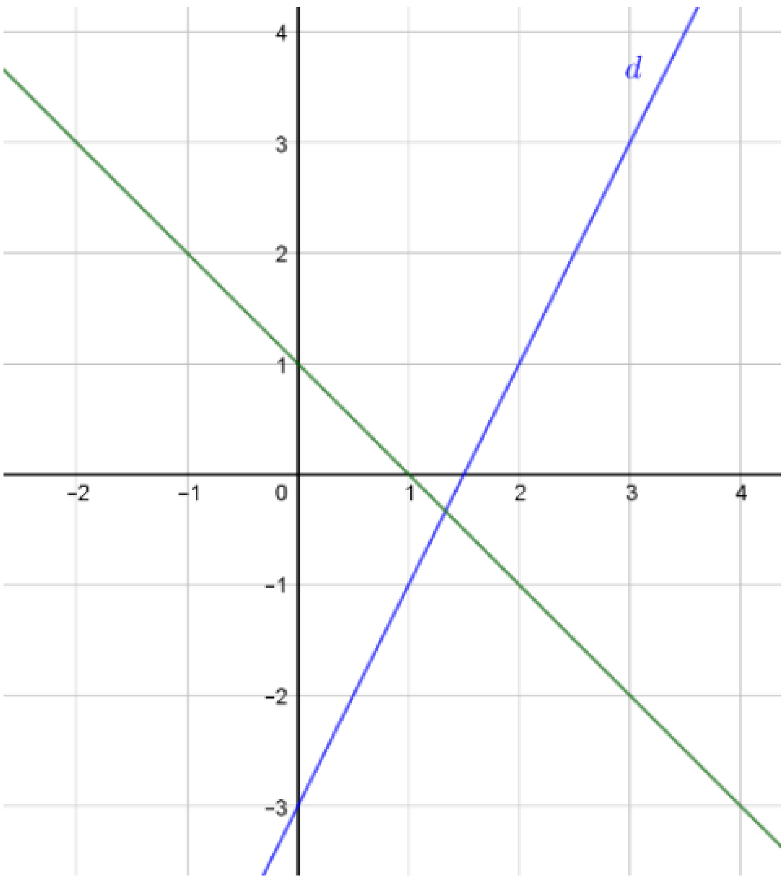
Affirmation fausse !

L'ordonnée à l'origine vaut bien $p = 2$.

On peut calculer la pente de la droite d : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-2}{4-0} = -0{,}5$.

L'équation réduite de la droite d est donc $y = -0{,}5x + 2$.

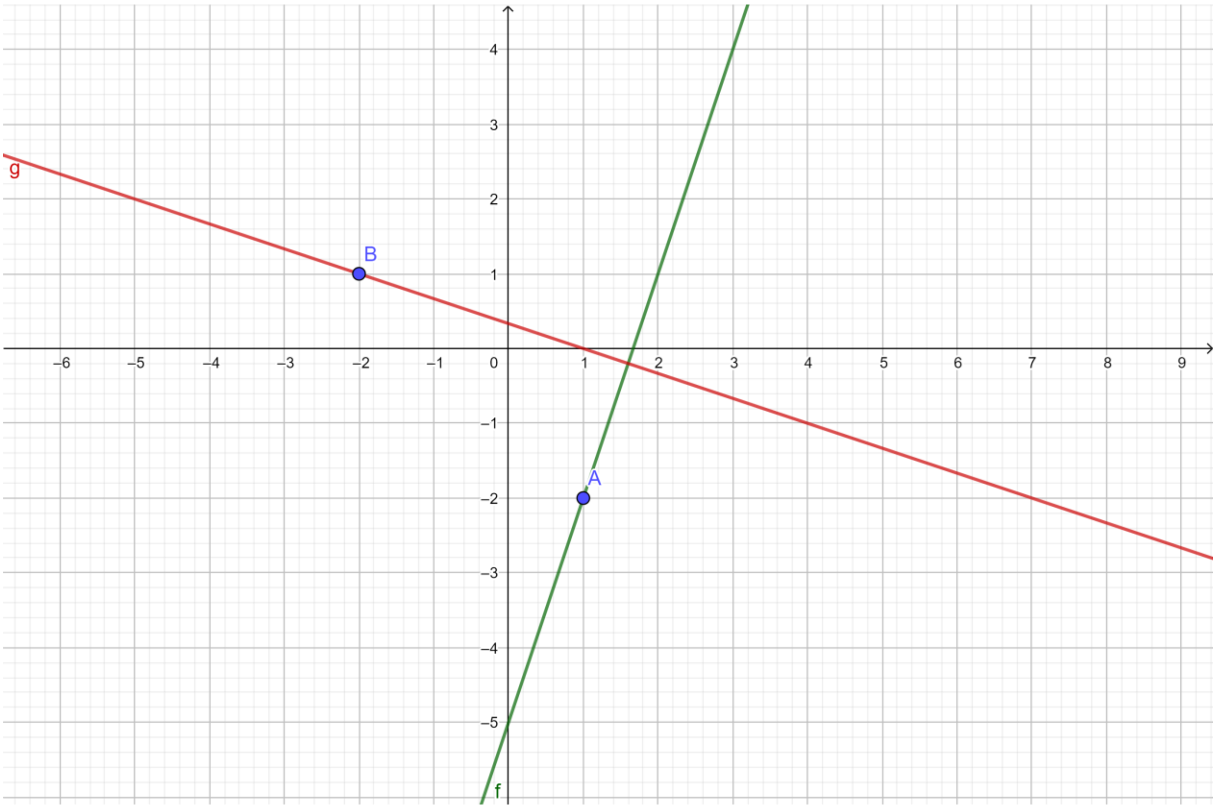
7 Dans un repère, tracer les droites d et d' d'équations respectives $y = 2x - 3$ et $y = -x + 1$.



8 Dans un repère, tracer la droite :

a. d_1 passant par A(1 ; –2) et de coefficient directeur 3 ;

b. d_2 passant par B(–2 ; 1) et parallèle à la droite d_3 d'équation $y = -\frac{1}{3}x + 2$.



9 Soit C le point de coordonnées (– 4 ; 7).
Déterminer une équation de la droite d passant par C et de coefficient directeur égal à 5.

Une équation de la droite d de coefficient directeur 5 est $y = 5x + p$.

C(-4 ;7) est un point de d.

On en déduit que $y_C = 5x_C + p$ soit $7 = 5 \times (-4) + p$ soit $7 + 20 = p$ et donc $b = 27$. Une équation de la droite d est $y = 5x + 27$.

10 On considère les points E(–2 ; 1) et F(–5 ; 7).
Déterminer une équation de la droite (EF).

Le coefficient directeur de la droite (EF) est : $m = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{7-1}{-5-(-2)} = -2$.

Une équation de la droite (EF) est donc $y = -2x + p$.

E(-2 ;1) est un point de (EF).

On en déduit que $y_E = -2x_E + p$ soit $1 = (-2) \times (-2) + p$ soit $p = -3$.

Une équation de la droite (EF) est $y = -2x - 3$.

Activité 1 Une balle en chute libre

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. $v = \frac{1{,}43-1{,}23}{0{,}54-0{,}5} = \frac{0{,}20}{0{,}04} = 5.$

b. $v = \frac{1{,}32-1{,}23}{0{,}52-0{,}5} = \frac{0{,}09}{0{,}02} = 4{,}5.$

2. a. $r(h) = \frac{4{,}9\times(0{,}5+h)^2-4{,}9\times0{,}5^2}{h} = \frac{4{,}9\times(0{,}25+h+h^2)-4{,}9\times0{,}25}{h} = \frac{4{,}9h+4{,}9h^2}{h} = 4{,}9+4{,}9h.$

b. $r(0{,}1) = 4{,}9 + 4{,}9 \times 0{,}1 = 5{,}39.$

La vitesse moyenne de la balle entre 0,5 s et 0,6 s est de 5,39 m.s^{-1}.

c. $r(0{,}01) = 4{,}949$ et $r(0{,}001) = 4{,}9049 \approx 4{,}905.$

Activité 2 Des sécantes à la tangente en un point

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. $h = 1$ donc l'abscisse du point M est 2.

$f(1 + h) = f(2) = 6$. Donc M a pour coordonnées (2 ; 6).
Pente de la droite (AM) : $\frac{6-3}{2-1} = 3.$

2. a. Pente de (AM) en fonction de h : $r(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{1+h-1} = \frac{h(h+2)}{h} = h+2.$

b. Lorsque h se rapproche de 0, $h + 2$ se rapproche de 2, donc $r(h)$ se rapproche de 2.
Ainsi, lorsque h se rapproche de 0, la pente de (AM) se rapproche de 2.

3. a. Lorsque h se rapproche de 0, la droite (AM) se rapproche de T.

b. La pente de T est 2 donc l'équation de la droite T est de la forme : $y = 2x + p$.
Le point A(1 ; 3) appartient à T, donc : $3 = 2 + p$ donc $p = 1$.

c. On retrouve le membre de droite de l'équation de la tangente T trouvée précédemment.

4. a. Pour calculer la pente de la tangente à la courbe passant par B, on calcule le nombre $f'(2)$. Or, $f'(2) = \lim\limits_{h\to0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim\limits_{h\to0}(4+4h) = 4$. D'où le résultat.

10 **1. c.** **2. b.** **3. b.**

11 **1.** $f(1) = -1$

2. $f(1+h) = 3(1+h) - 4 = 3 + 3h - 4 = 3h - 1.$

3. $\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{3h-1-(-1)}{h} = 3.$

29 **1.** $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h + 5.$

2. $\frac{f(2) - f(0)}{2-0} = \frac{10}{2} = 5.$

12 **1.** La pente de la tangente à la courbe au point d'abscisse 4 est le nombre dérivé de g au point d'abscisse 4, c'est-à-dire $g'(4)$. Donc le coefficient directeur de cette tangente est 1.
2. (4 ; 3).

13 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.*
a. Le coefficient directeur de (AB) est –3.
b. Le nombre dérivé de f en –2 est –3.

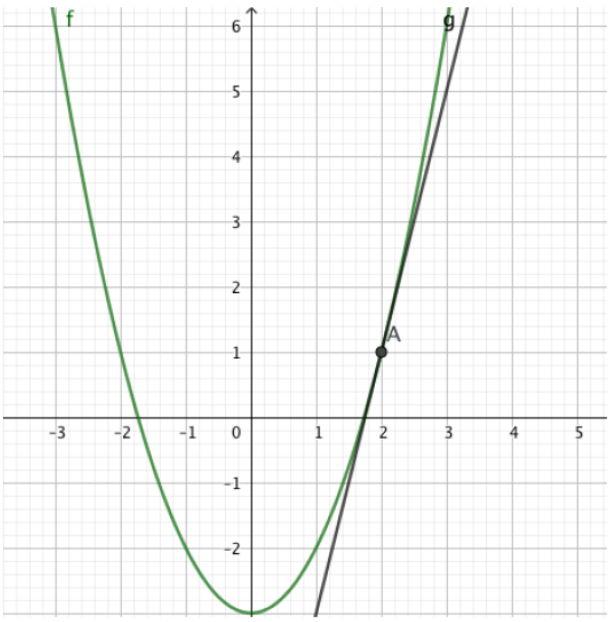
34 **1.** $f'(1) = -1$

2. $f'(3) = 3$

35 **1.** $a = 2$; $f(a) = 4$; $f'(a) = -2.$

2. $a = -1$; $f(a) = 2$; $f'(a) = 0.$

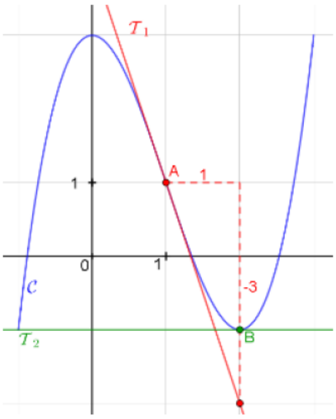
36



37 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.*

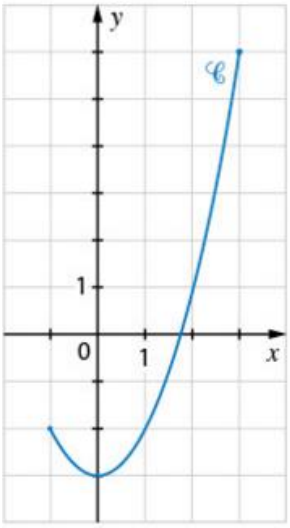
$g'(1) = -3$, donc la pente de la tangente T_1 à C au point A d'abscisse 1 est –3.

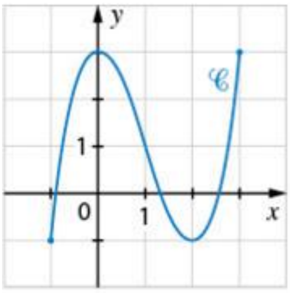
$g'(2) = 0$, donc la pente de la tangente T_2 à C au point B d'abscisse 2 est parallèle à l'axe des abscisses.



38 Vrai, car $f'(3)$ est la pente de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3.

<u>Courbes des exercices 36,37p120</u>





15 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.*

a. Sur $]0\,;+\infty[$, $k'(t)=\frac{1}{2\sqrt{t}}$.

b. $k'(4)=0{,}25$. Donc le nombre dérivé de k en 4 est 0,25.

c. $k'(16)=\frac{1}{2\sqrt{16}}=0{,}125$.

16 **1. a.** $h'(x) = 3x^2$ **b.** $h'(1) = 3$.

2. La droite T passe par les points de coordonnées (1 ; 1) et (2 ; 4), donc le coefficient directeur de T est $\frac{4-1}{2-1}$, soit 3. Donc $h'(1)=3$.

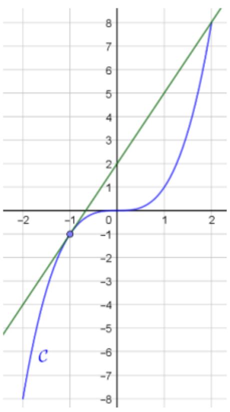
42 **a.** $f'(1) = 2$; $f'(0) = 0$; $f'(-2) = -4$.

b. $f'(x) = 2x$.

c. $f'(1) = 2\times 1 = 2$; $f'(0) = 2\times 0 = 0$ et $f'(-2) = 2\times(-2) = -4$.

43 **1.** $f'(x) = 3x^2$ donc $f'(-1) = 3$.

2.



43 Soit f la fonction définie sur $[-2\,;2]$ par $f(x) = x^3$.

1. Rappeler $f'(x)$ puis en déduire $f'(-1)$.

2. Dans un repère, tracer la courbe de la fonction f, notée $\mathscr{C}$, et sa tangente au point d'abscisse -1.

3. a. Existe-t-il une tangente T à $\mathscr{C}$ parallèle à la droite d d'équation $y = 12x + 1$? Si oui, déterminer les coordonnées du point de contact entre $\mathscr{C}$ et T.

b. Existe-t-il une tangente à $\mathscr{C}$ parallèle à l'axe des abscisses ?

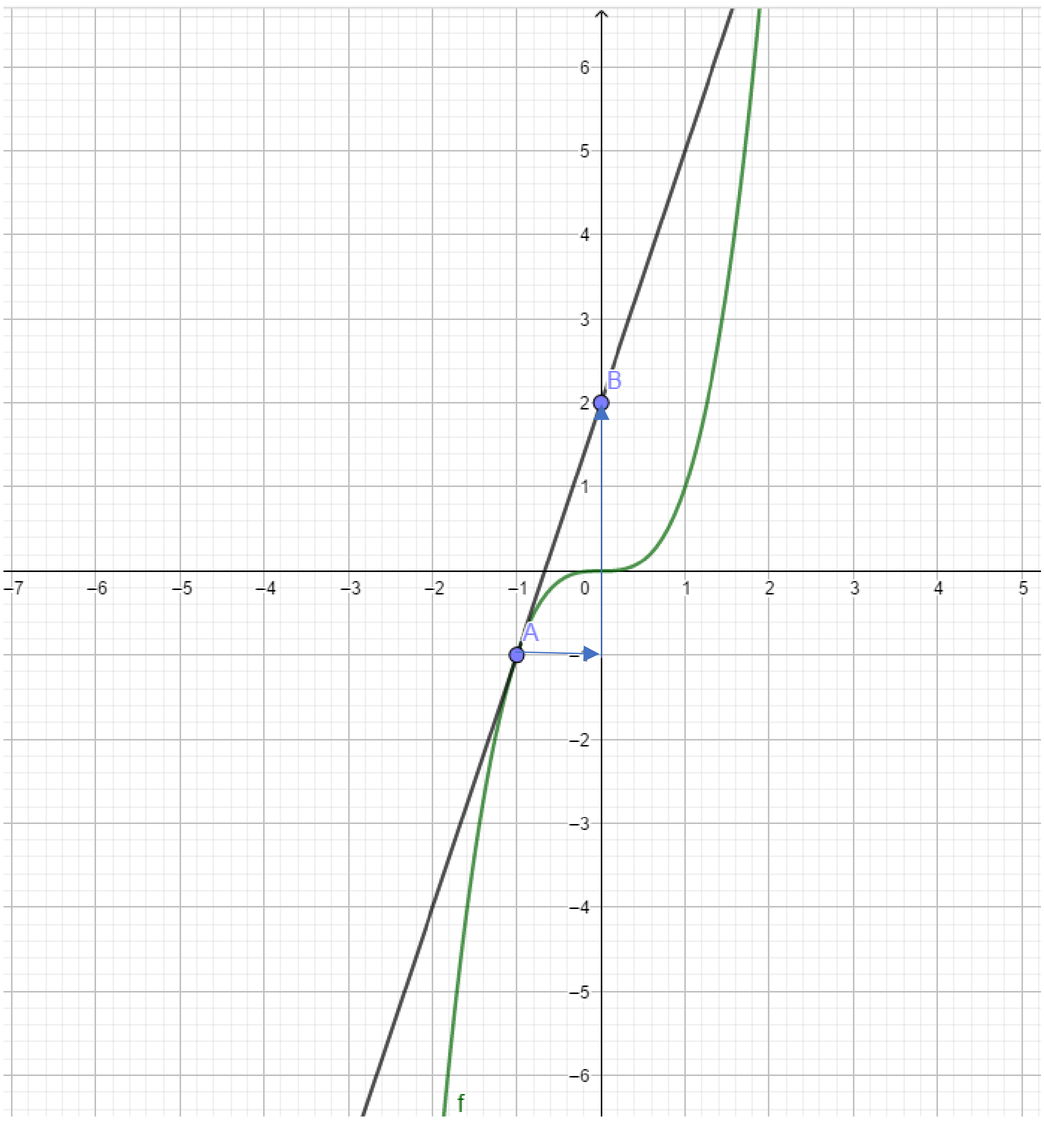
Capacité 5, p. 111

1.f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc en particulier sur [-2 ;2].

Pour tout réel x de [-2 ;2], $f'(x) = 3x^2$.

$f'(-1) = 3(-1)^2 = 3$. On rappelle que $f(-1) = (-1)^3 = -1$.

2.



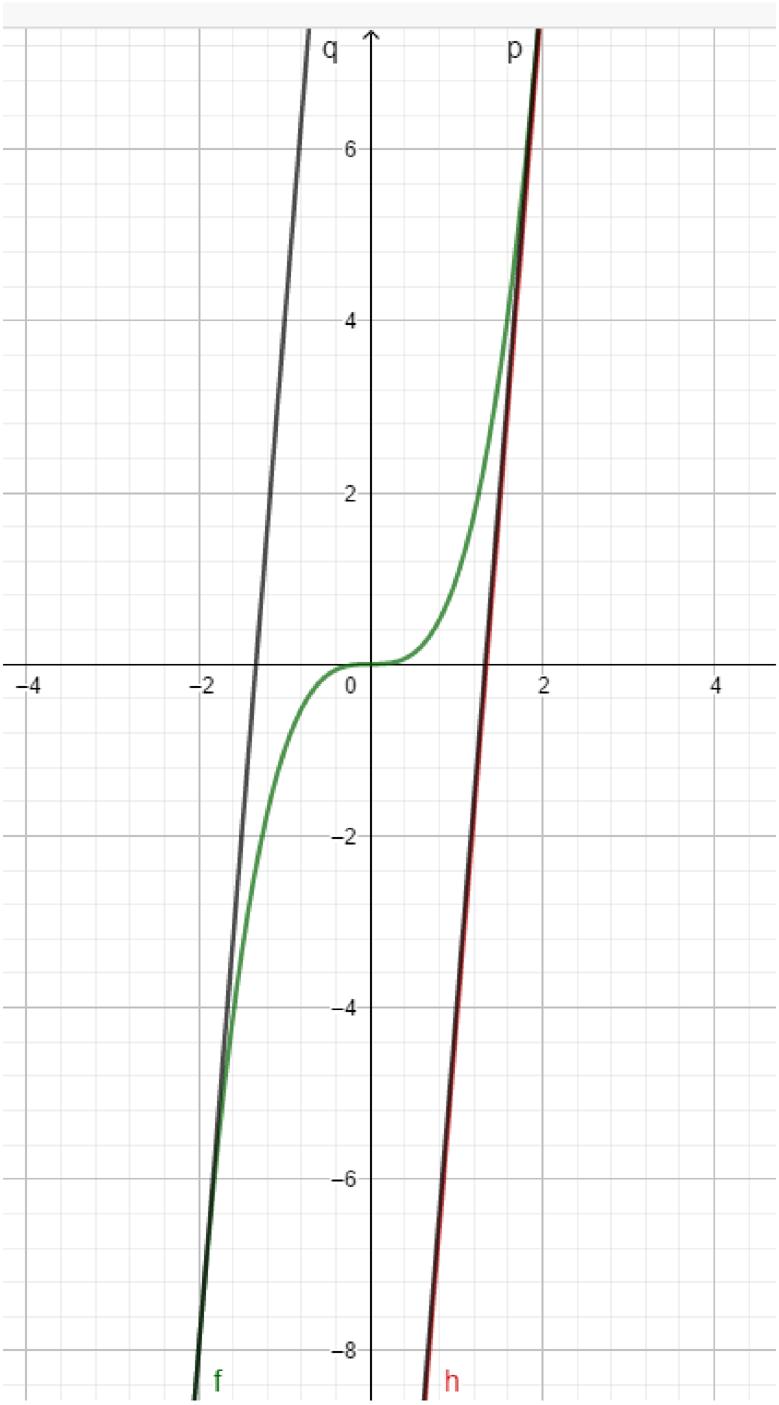
3.a)Soit d la droite d'équation $y = 12x + 1$.
Soit T la tangente à C au point d'abscisse a.
T est parallèle à d si le coefficient directeur de T est égal au coefficient directeur de d

Si $f'(a) = 12$

$f'(a) = 12 \Leftrightarrow 3a^2 = 12$

$\Leftrightarrow a^2 = 4$ (on a divisé chaque membre par 4)

$\Leftrightarrow a = -2 \; ou \; a = 2$ Il existe donc deux tangentes à C parallèle à d . Les tangentes passant par les points C(-2 ;-8) et D(2 ;8)



b) T est parallèle à l'axe des abscisses si le coefficient directeur de T est égal à 0

Si $f'(a) = 0$

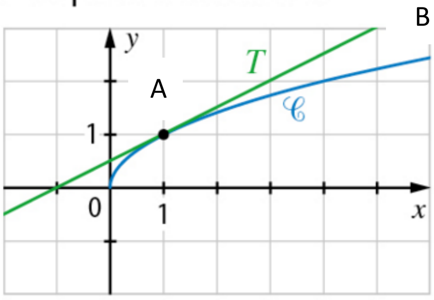
$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 3a^2 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 0$ (on a divisé chaque membre par 4)

$\Leftrightarrow a = 0$

Il existe donc une tangente à C parallèle à l'axe des abscisses . La tangente passe par les point O.

44 RAISONNER COMMUNIQUER On considère ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et sa tangente T au point d'abscisse 1.



1. a. Déterminer $f'(1)$ par lecture graphique.

b. Retrouver ce résultat par un calcul.

2. Reproduire la courbe $\mathscr{C}$ puis tracer sa tangente T au point d'abscisse 1.

3. La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 5$? Si oui, déterminer les coordonnées du point de contact.

4. Expliquer pourquoi aucune tangente de $\mathscr{C}$ n'a une pente négative.

1.a) $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1.

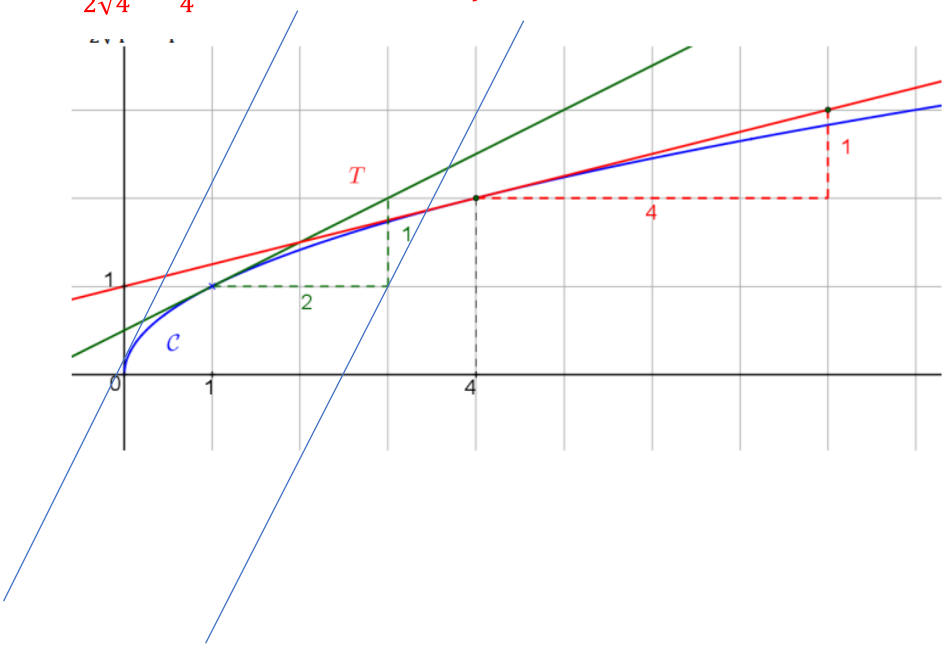
$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{5-1} = 0{,}5.$

b) f est dérivable sur $]0; +\infty[$.

Pour tout réel x, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$. On rappelle que $f(1) = \sqrt{1} = 1$.

2. $f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$. On rappelle que $f(4) = \sqrt{4} = 2$.



3.Soit d la droite d'équation $y = 2x - 5$

Soit T la tangente à C au point d'abscisse a.

T est parallèle à d si le coefficient directeur de T est égal au coefficient directeur de d

Si $f'(a) = 2$

$$f'(a) = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}} = 2$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{a} = 1$$ (on fait le produit en croix)

$$\Leftrightarrow \sqrt{a} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow a = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$f\left(\frac{1}{16}\right) = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

Il existe donc une seul tangente à C parallèle à d . Cette tangente passant par le point C$\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{4}\right)$.

4. Pour tout $x > 0$, la pente de la tangente à C au point d'abscisse x est $\frac{1}{2\sqrt{x}}$, donc est strictement positive. Ainsi, aucune tangente à C n'a de pente négative.

45 Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;+\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x}$.

1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ en son point A d'abscisse 2.

2. Montrer qu'il existe un point de $\mathscr{C}$, distinct de A, en lequel la tangente est parallèle à T.

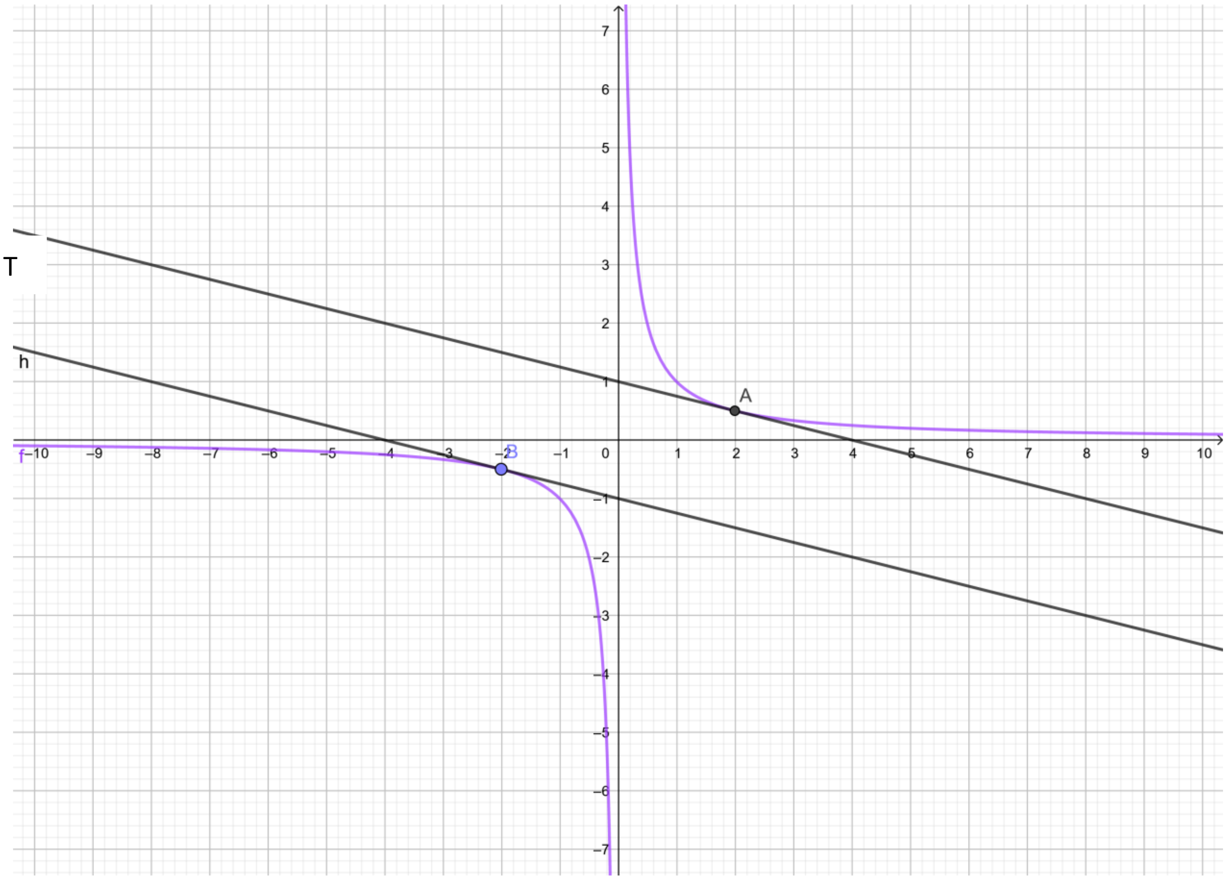
3. Soit a un réel non nul. Montrer que les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses respectives $-a$ et a sont parallèles.

1.a) $g'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2.

g est dérivable sur $]-\infty; 0[\cup\,]0; +\infty[$.

Pour tout réel x, $g'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

$g'(2) = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$.



2.On calcule $g'(-2) = -\frac{1}{(-2)^2} = -\frac{1}{4}$.

La tangente à la courbe de C au point d'abscisse -2 est parallèle à T

3. Soit a un réel non nul.

$g'(a) = -\frac{1}{a^2}$ $\quad\quad$ $g'(-a) = -\frac{1}{(-a)^2} = -\frac{1}{a^2}$

Comme $g'(a) = g'(-a)$ alors les tangentes à C aux points d'abscisse *a* et -*a* sont parallèles.

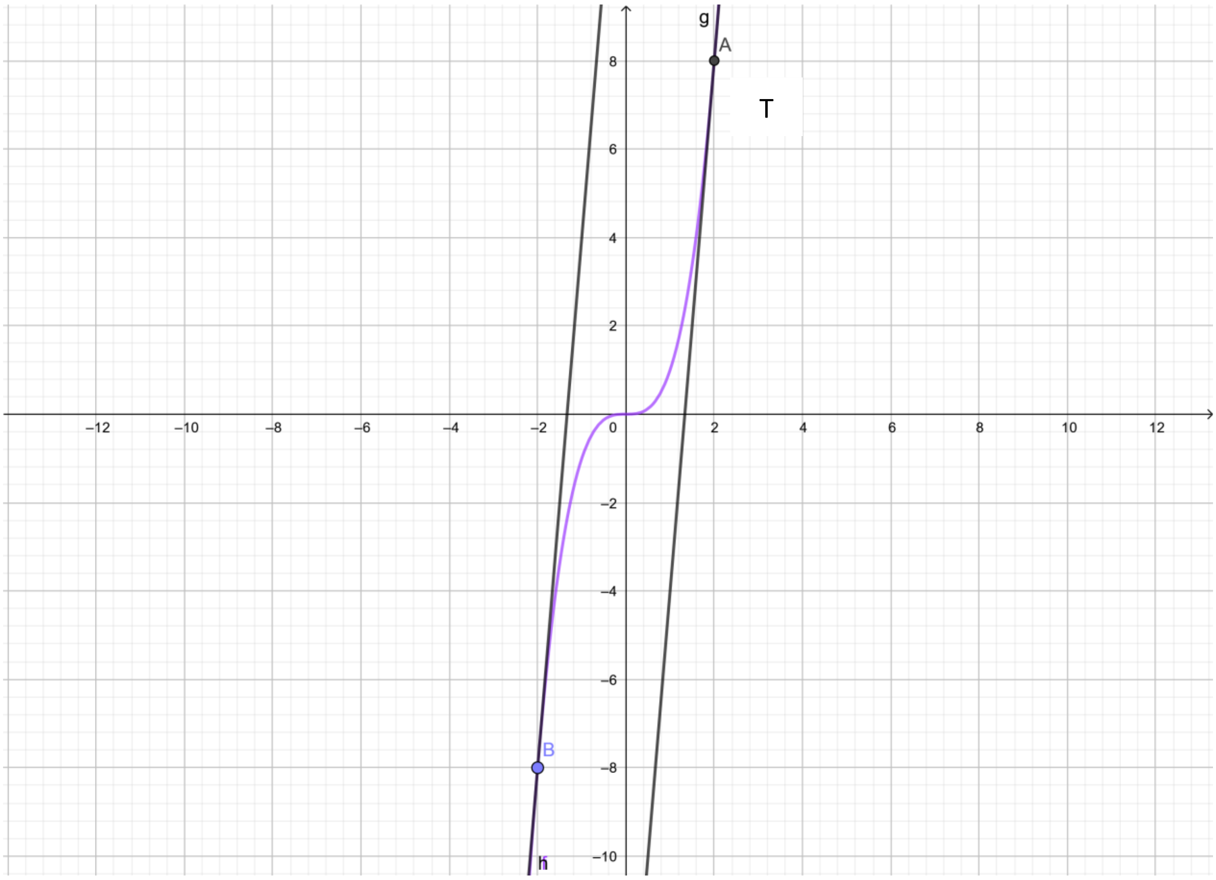
46 Reprendre l'exercice **45** avec la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^3$.

1.a) $h'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2.

h est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Pour tout réel x, $h'(x) = 3x^2$.

$h'(2) = 3 \times 2^2 = 12$.



2.On calcule $h'(-2) = 3 \times (-2)^2 = 12.$

La tangente à la courbe de C au point d'abscisse -2 est parallèle à T

3. Soit a un réel non nul.

$h'(a) = 3a^2$ $\quad\quad$ $h'(-a) = 3(-a)^2 = 3a^2$

Comme $h'(a) = h'(-a)$ alors les tangentes à C aux points d'abscisse *a* et -*a* sont parallèles.

48 Soit i la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $i(x) = \dfrac{1}{x}$ et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

Capacité 12 *p. 116*

f est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Pour tout réel x, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

$f'(2) = -\frac{1}{4}$. De plus , $f(2) = \frac{1}{2}$.

Une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 est

$y = f(2) + f'(2)(x-2)$ soit y=$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x-2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{2}{4} = -\frac{1}{4}x + 1$