

Exercices 28,29,30,31,32p288

28 On choisit un chien au hasard dans un élevage. On note L l'événement : « le chien choisi est un labrador » ; B l'événement : « le chien choisi est un berger allemand » et S l'événement : « le chien choisi est sevré ».



1. Interpréter à l'aide de probabilités les informations suivantes :

- a. 55 % des chiens de l'éleveur sont des labradors.
- b. 36 % des chiens de l'éleveur sont des bergers allemands sevrés.
- c. 64 % des labradors sont sevrés.

2. À l'aide de pourcentages, traduire par une phrase les probabilités suivantes :

- a. $P(B) = 0,8$
- b. $P(B \cap \bar{S}) = 0,09$
- c. $P_B(S) = 0,80$

Capacité 1, p. 277

28

- 1. a. 55 % des chiens de l'éleveur sont des labradors soit : $P(L) = 0,55$.
- b. 36 % des chiens de l'éleveur sont des bergers allemands sevrés soit : $P(B \cap S) = 0,36$.
- c. 64 % des labradors sont sevrés soit : $P_L(S) = 0,64$.
- 2. a. 80 % des chiens de l'élevage sont des bergers allemands.
- b. 9 % des chiens de l'élevage sont des bergers allemands non sevrés.
- c. 80 % des bergers allemands sont sevrés.

29 Parmi ses salariés, une société compte 70 % d'employés commerciaux. 80 % d'entre eux possèdent une voiture de fonction. Alors que parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, seulement 10 % possèdent une voiture de fonction. On interroge au hasard un employé de la société.

On considère les événements suivants :

- C : « L'employé interrogé est un commercial » ;
- V : « L'employé interrogé possède une voiture de fonction ».

1. Dédurre des informations de l'énoncé :

- a. les probabilités $P(C)$ et $P(\bar{C})$;
- b. les probabilités $P_C(V)$ et $P_{\bar{C}}(V)$.
- 2. a. Définir par une phrase l'événement $C \cap V$; calculer la probabilité : $P(C \cap V)$.
- b. Définir par une phrase l'événement $\bar{C} \cap V$; calculer la probabilité : $P(\bar{C} \cap V)$.

29

- 1. a. La société compte 70 % d'employés commerciaux soit $P(C) = 0,7$.
 $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,7 = 0,3$
- b. 80 % des commerciaux possèdent une voiture de fonction soit $P_C(V) = 0,8$.
Parmi les employés qui ne sont pas des commerciaux, 10 % possèdent une voiture de fonction soit $P_{\bar{C}}(V) = 0,1$.
- 2. a. L'événement $C \cap V$ correspond aux employés commerciaux disposant d'une voiture de fonction.
 $P(C \cap V) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$.
- b. L'événement $\bar{C} \cap V$ correspond aux employés non commerciaux disposant d'une voiture de fonction.
 $P(\bar{C} \cap V) = 0,3 \times 0,1 = 0,03$

30 A et B désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire tels que :

$$P(A) = 0,72, P(B) = 0,47 \text{ et } P(A \cup B) = 0,88.$$

Déterminer $P(A \cap B)$, puis $P_B(A)$ et $P_A(B)$.

PISTE : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

30 Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site lycee.editions-bordas.fr.

Comme $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, on en déduit :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,72 + 0,47 - 0,88 = 0,31.$$

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,31}{0,47} = \frac{31}{47} \text{ et } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,31}{0,72} = \frac{31}{72}.$$

31 C et D désignent deux événements de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire tels que :

$$P(C) = \frac{2}{5}, P_C(D) = \frac{3}{4} \text{ et } P_D(C) = \frac{3}{7}.$$

1. Déterminer $P(C \cap D)$.

2. Exprimer $P(D)$ en fonction de $P(C \cap D)$ et $P_D(C)$.

En déduire la valeur de $P(D)$.

31 1. $P(C \cap D) = P(C) \times P_C(D) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3.$

2. Comme $P(C \cap D) = P(D) \times P_D(C)$, on a : $P(D) = \frac{P(C \cap D)}{P_D(C)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{7}} = \frac{3}{10} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{10} = 0,7.$

32 Dans une population, 82 % des ménages possèdent une voiture, 11 % possèdent un deux-roues et 89 % possèdent au moins un véhicule (voiture ou deux-roues).



1. On choisit au hasard un ménage dans la population.

Déterminer la probabilité qu'il possède une voiture et un deux-roues.

2. On choisit au hasard un ménage possédant une voiture.

Déterminer la probabilité qu'il possède aussi un deux-roues.

32 Soit V l'événement « le ménage possède une voiture » et D l'événement « le ménage possède un deux-roues ».

1. On a $P(V) = 0,82$, $P(D) = 0,11$ et $P(V \cup D) = 0,89$.

Ainsi, $P(V \cap D) = P(V) + P(D) - P(V \cup D) = 0,82 + 0,11 - 0,89$ soit $P(V \cap D) = 0,04$.

$$2. P_V(D) = \frac{P(V \cap D)}{P(V)} = \frac{0,04}{0,82} = \frac{4}{82} = \frac{2}{41}$$

exercices 47,48 page 290

47 Un sondage est effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés. Il révèle que 15 % des personnes pratiquent la natation, dont 20 % pratiquent également le cyclisme. De plus, parmi les personnes ne pratiquant pas la natation, 35 % font du cyclisme.

On rencontre au hasard un vacancier. On considère les événements suivants : N : « le vacancier pratique la natation » ; C : « le vacancier pratique le cyclisme ».

1. Traduire en termes de probabilités les données numériques de l'énoncé.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

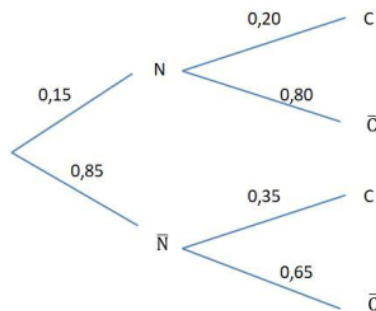
Capacité 3, p. 278

LE SAVIEZ-VOUS

C'est **Arthur Engel** qui donne une des premières formalisations des arbres probabilistes à l'usage des enseignants dans son ouvrage *L'enseignement des probabilités et statistiques* (1975).

47 1. Soit les événements N « le vacancier pratique la natation » et C « le vacancier pratique le cyclisme ». On a : $P(N) = 0,15$, $P_N(C) = 0,2$ et $P_{\bar{N}}(C) = 0,35$

2.



48 Les trois principaux services de soins d'un centre hospitalier sont l'hématologie, la diabétologie et l'urologie. Les seringues utilisées sont fournies soit par le laboratoire Clamex, soit par le laboratoire Spara.

On choisit au hasard et de manière équiprobable un patient qui a eu une prise de sang dans l'un des trois services cités précédemment. On considère les événements suivants :

H : « la prise de sang a été effectuée dans le service hématologie » ;

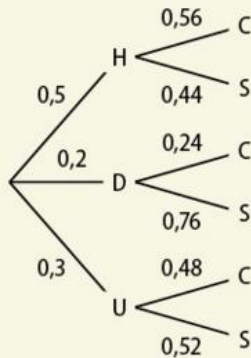
D : « la prise de sang a été effectuée dans le service diabétologie » ;

U : « la prise de sang a été effectuée dans le service urologie » ;

C : « la seringue utilisée a été fournie par le laboratoire Clamex » ;

S : « la seringue utilisée a été fournie par le laboratoire Spara ».

L'arbre ci-contre modélise la situation.



1. Indiquer la signification des nombres 0,2 et 0,48.

2. a. Quelle est la probabilité de l'événement H ?

b. Quelle est la probabilité que la seringue utilisée ait été fournie par le laboratoire Clamex, sachant qu'elle a été utilisée dans le service diabétologie ?

3. Calculer la probabilité de l'événement « le patient choisi a subi une prise de sang dans le service d'urologie avec une seringue fournie par le laboratoire Spara ».

Capacité 4, p. 279

48

1. $0,2 = P(D)$ et $0,48 = P_U(C)$.

2. a. $P(H) = 0,5$

b. $P_D(C) = 0,24$

3. $P(U \cap S) = 0,156$

52 QCM

Dans une population, on estime qu'il naît 51 % de garçons et 49 % de filles. Si le premier enfant d'une famille est une fille, dans 75 % des cas il y a un deuxième enfant. Si le premier enfant est un garçon, il y a un deuxième enfant dans 20 % des cas.

On choisit, au hasard dans cette population, une famille ayant au moins un enfant.

On considère les événements suivants :

– F : « le premier enfant de cette famille est une fille » ;

– D : « cette famille a eu un deuxième enfant ».

Pour chacune des questions, choisir la bonne réponse.

1. La valeur de $P(D)$ est :

a. 0,469 5 b. 0,75 c. 0,367 5 d. 0,530 25

2. La probabilité que la famille choisie ait au moins deux enfants et que le premier soit une fille est :

a. 0,122 5 b. 0,49 c. 0,367 5 d. 1,24

52 1. Réponse a).

2. Réponse c).

56 Les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter des voyageurs.

On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.

On note S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » et M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique et on admet que :

– lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;

– lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. a. Déterminer la probabilité que le portique sonne.

b. Déterminer la probabilité d'avoir un « faux-positif », c'est-à-dire la probabilité que le passager ne porte pas d'objet métallique et que le portique sonne.

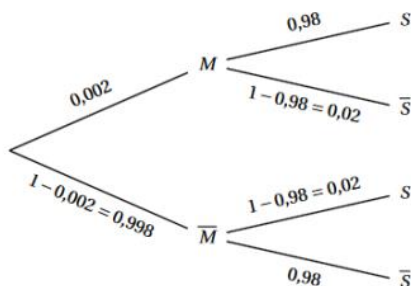
2. a. Si le portique sonne pour un passager, quelle est la probabilité que ce passager porte un objet métallique ?

b. Quelle est la proportion de « faux positifs » parmi les passagers pour lesquels le portique a sonné ?

c. Commenter les résultats obtenus aux questions précédentes.

Capacité 8, p. 282

56



1. a. La probabilité que le portique sonne est $P(S) = 0,002 \times 0,98 + 0,998 \times 0,02 = 0,02192$.

b. La probabilité que le passager ne porte pas d'objet métallique et que le portique sonne est :

$$P(\bar{M} \cap S) = 0,998 \times 0,02 = 0,01996$$

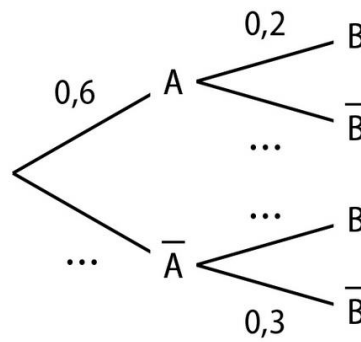
2. a. On veut $P_S(M) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{0,002 \times 0,98}{0,02192} = \frac{0,00196}{0,02192} \approx 0,0894$.

b. La proportion de « faux positifs » parmi les passagers pour lesquels le portique a sonné est :

$$P_S(\bar{M}) = \frac{P(\bar{M} \cap S)}{P(S)} = \frac{0,998 \times 0,02}{0,02192} = \frac{0,01996}{0,02192} \approx 0,9106 \text{ soit environ } 91 \%$$

c. Quand le portique sonne, il y a 91 % de chance que le voyageur ne porte pas d'objet métallique et seulement 9 % de chance que le voyageur porte un objet métallique.

49 On considère deux événements A et B associés à une expérience aléatoire modélisée par l'arbre pondéré ci-contre.



1. Indiquer la signification des nombres 0,6 ; 0,2 et 0,3.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.

3. a. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap B$.

b. Calculer $P(B)$.

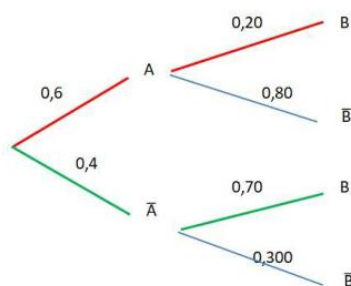
49

1. $0,6 = P(A)$

$0,2 = P_A(B)$

$0,3 = P_{\bar{A}}(\bar{B})$

2.



3. a. $P(A \cap B) = 0,12$

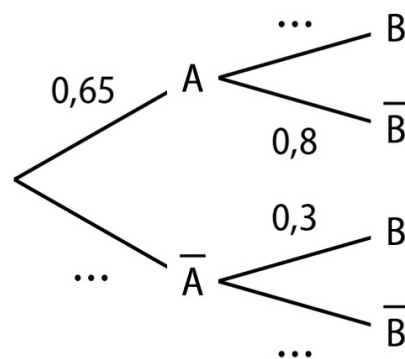
b. $P(B) = 0,4$

50 Vrai ou Faux ?

Indiquer si les affirmations proposées sont vraies ou fausses, puis justifier. On considère l'arbre de probabilité ci-contre.

1. La probabilité conditionnelle de B sachant A est égale à 0,2.

2. La probabilité de B est égale à 0,5.

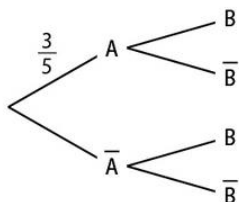


1. Vrai $P_A(B) = 0,2$.

2. Faux $P(B) = 0,65 \times 0,2 + 0,35 \times 0,3 = 0,235$.

(formule des probabilités totales)

51 **ALGO** Pour simuler une expérience aléatoire, dont l'arbre de probabilités est donné ci-contre, un élève a réalisé un algorithme. À l'aide de cet algorithme, compléter l'arbre en plaçant les probabilités manquantes.



```

T1 ← entier aléatoire entre 1 et 5
Si T1 ≤ 3
    Alors A ← « Événement A réalisé »
    T2 ← entier aléatoire entre 1 et 7
    Si T2 ≤ 4
        Alors B ← « Événement B réalisé »
        Sinon B ← « Événement B non réalisé »
    Fin Si
    Sinon Afficher « Événement A non réalisé »
    T2 ← entier aléatoire entre 1 et 3
    Si T2 ≤ 1
        Alors B ← « Événement B réalisé »
        Sinon B ← « Événement B non réalisé »
    Fin Si
Fin Si

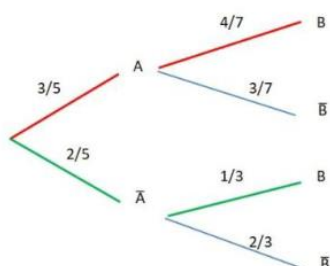
```

53 Une box de crossfit ouvre dans une commune composée de 9 000 femmes et 6 000 hommes. Un sondage montre que 40 % des femmes sont prêtes à prendre un abonnement, contre seulement 15 % pour les hommes. On rencontre au hasard un habitant de la commune. Soit les événements suivants :

- F : « la personne rencontrée est une femme » ;
- H : « la personne rencontrée est un homme » ;
- A : « la personne est prête à prendre un abonnement ».



51



1. Montrer que $P(F) = 0,6$.
2. Pourquoi est-il pertinent d'utiliser un arbre pondéré pour décrire cette expérience aléatoire ? Construire cet arbre pondéré.
3. a. Expliciter par une phrase l'événement $F \cap A$.
b. Calculer la probabilité de $F \cap A$.
4. Calculer la probabilité que la personne rencontrée soit un homme prêt à s'abonner à la box.
5. Pauline trouve un papier du sondage d'un habitant sur lequel est écrit « Je ne veux pas m'abonner à la box de crossfit ». Déterminer la probabilité que l'écriture soit celle d'une femme.

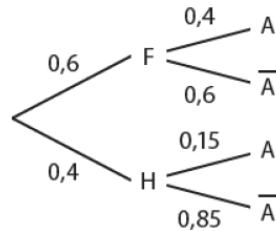
53 Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site lycee.editions-bordas.fr.

Errata : l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, question 5 il faut lire : « je ne veux pas m'abonner à la box de crossfit »

$$1. P(F) = \frac{9\,000}{6\,000 + 9\,000} = 0,6.$$

2. Un arbre pondéré est pertinent car l'énoncé nous donne les probabilités conditionnelles $P_F(A)$ et $P_H(A)$.

On peut construire l'arbre pondéré ci-dessous.



3. a. L'événement $F \cap A$ est l'événement « la personne rencontrée est une femme prête à s'abonner à la box de crossfit ».

b. $P(F \cap A) = P(F) \times P_F(A) = 0,6 \times 0,4 = 0,24$.

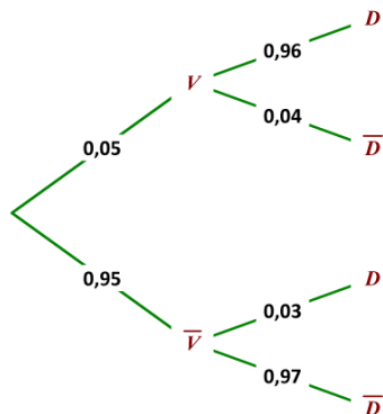
4. La probabilité que la personne rencontrée soit un homme prêt à s'abonner à la box de crossfit est $P(H \cap A) = P(H) \times P_H(A) = 0,4 \times 0,15 = 0,06$.

5. On veut la probabilité de l'événement F sachant $\bar{A}$, soit $P_{\bar{A}}(F) = \frac{P(F \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 \times 0,6}{0,6 \times 0,6 + 0,4 \times 0,85}$.
Ainsi $P_{\bar{A}}(F) = \frac{0,36}{0,7} = 0,514$ à 0,001 près.

55 Dans un cybercafé, la probabilité qu'un ordinateur soit infecté par un virus durant la journée est 0,05. Un logiciel antivirus analyse tous les soirs les ordinateurs du cybercafé. Si un virus est présent, alors le logiciel antivirus indique sa présence dans 96 % des cas. S'il n'y a pas de virus, ce logiciel indique néanmoins la présence d'un virus dans 3 % des cas. On choisit au hasard un des ordinateurs du cybercafé. En utilisant la formule des probabilités totales, déterminer la probabilité que le logiciel détecte un virus.

Capacité 11, p. 284

55 On note D l'événement « l'ordinateur détecte un virus » et V l'événement « l'ordinateur est infecté par un virus ».



$$P(D) = P(V \cap D) + P(\bar{V} \cap D) = 0,05 \times 0,96 + 0,95 \times 0,03, \text{ soit } P(D) = 0,0765.$$

(formule des probabilités totales)

56 Les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter des voyageurs. On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique. On note S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » et M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».



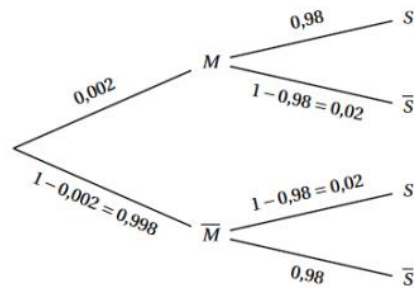
On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique et on admet que :

- lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98 ;
- lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. a. Déterminer la probabilité que le portique sonne.
- b. Déterminer la probabilité d'avoir un « faux-positif », c'est-à-dire la probabilité que le passager ne porte pas d'objet métallique et que le portique sonne.
2. a. Si le portique sonne pour un passager, quelle est la probabilité que ce passager porte un objet métallique ?
- b. Quelle est la proportion de « faux positifs » parmi les passagers pour lesquels le portique a sonné ?
- c. Commenter les résultats obtenus aux questions précédentes.

Capacité 8, p. 282

56



(formule des probabilités totales)

1. a. La probabilité que le portique sonne est $P(S) = 0,002 \times 0,98 + 0,998 \times 0,02 = 0,02192$.

b. La probabilité que le passager ne porte pas d'objet métallique et que le portique sonne est :

$$P(\bar{M} \cap S) = 0,998 \times 0,02 = 0,01996$$

2. a. On veut $P_S(M) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{0,002 \times 0,98}{0,02192} = \frac{0,00196}{0,02192} \approx 0,0894$.

b. La proportion de « faux positifs » parmi les passagers pour lesquels le portique a sonné est :

$$P_S(\bar{M}) = \frac{P(\bar{M} \cap S)}{P(S)} = \frac{0,998 \times 0,02}{0,02192} = \frac{0,01996}{0,02192} \approx 0,9106 \text{ soit environ } 91 \%$$

c. Quand le portique sonne, il y a 91 % de chance que le voyageur ne porte pas d'objet métallique et seulement 9 % de chance que le voyageur porte un objet métallique.



Romane se déplace à vélo ou en transports en commun. Lorsque la journée est ensoleillée, elle se déplace en vélo 9 fois sur 10. Sinon, elle ne se déplace en vélo que 6 fois sur 10.

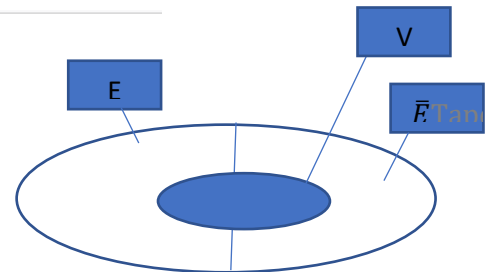
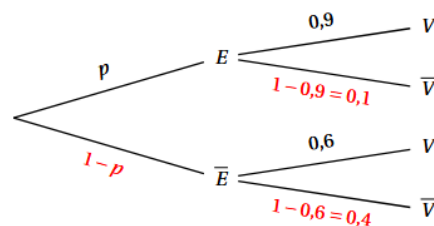


La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où habite Romane, est notée p . Pour une journée donnée, on note :

- E l'événement « La journée est ensoleillée » ;
- V l'événement « Romane se déplace en vélo ».

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation.
2. Montrer que la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est $P(V) = 0,3p + 0,6$.
3. On constate que dans 67,5 % des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail.
 - a. Calculer la valeur de p .
 - b. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, montrer que la probabilité que la journée soit ensoleillée est $\frac{1}{3}$.

1. On construit l'arbre pondéré représentant la situation :



2. D'après la formule des probabilités totales, la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est :

$$P(V) = P(E \cap V) + P(\bar{E} \cap V) = p \times 0,9 + (1 - p) \times 0,6 = 0,9p + 0,6 - 0,6p = 0,3p + 0,6.$$

(formule des probabilités totales)

3. On constate que dans 67,5 % des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail, donc $P(V) = 0,675$.

$$\begin{cases} P(V) = 0,3p + 0,6 \\ P(V) = 0,675 \end{cases} \Rightarrow 0,3p + 0,6 = 0,675 \Leftrightarrow 0,3p = 0,075 \Leftrightarrow p = \frac{0,075}{0,3}$$

donc $p = 0,25$

- b. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, la probabilité que la journée soit ensoleillée est :

$$P_V(E) = \frac{P(V \cap E)}{P(V)} = \frac{p \times 0,9}{0,675} = \frac{0,25 \times 0,9}{0,675} = \frac{0,225}{0,675} = \frac{1}{3}.$$

70 Une population de lapins comporte trois fois plus de femelles que de mâles. Des études statistiques fiables ont montré que 6 % des mâles sont albinos et que 0,4 % des femelles ont aussi ce caractère.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité pour qu'un lapin pris au hasard soit albinos ?

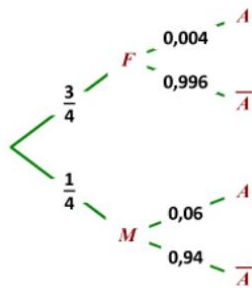
3. On choisit un lapin : il est albinos.

Quelle est la probabilité pour que ce soit un mâle?

70 On choisit au hasard un lapin dans la population et on considère les événements :

F « le lapin est une femelle », M « le lapin est un male » et A « le lapin est albinos ».

1.



2. $P(A) = P(A \cap F) + P(A \cap M) = 0,018.$

(formule des probabilités totales)

3. $P_A(M) = \frac{0,015}{0,018} = \frac{5}{6}.$

69 Trois machines A, B et C produisent respectivement 60 %, 30 % et 10 % du nombre total de boulons fabriqués dans une entreprise. Les pourcentages d'objets défectueux sont respectivement 2 %, 3 % et 4 % de chacune des trois productions. On choisit au hasard un boulon dans la production de la journée.

1. Recopier et compléter le tableau de probabilités ci-dessous.

Machine	A	B	C	Total
Défectueux				
Non défectueux				
Total				

2. Quelle est la probabilité pour que ce boulon soit défectueux ?

3. Sachant que le boulon choisi est défectueux, quelle est la probabilité pour que ce boulon ait été produit par la machine C ?

4. En calculant une probabilité, Malik a trouvé comme valeur 0,48.

À quel événement correspond cette probabilité ?

70 Une population de lapins comporte trois fois plus de femelles que de mâles. Des études statistiques fiables ont montré que 6 % des mâles sont albinos et que 0,4 % des femelles ont aussi ce caractère.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité pour qu'un lapin pris au hasard soit albinos ?

3. On choisit un lapin : il est albinos.
Quelle est la probabilité pour que ce soit un mâle ?

1.

Machine	A	B	C	Total
Défectueux	0,012	0,009	0,004	0,025
Non défectueux	0,588	0,291	0,096	0,975
Total	0,6	0,3	0,1	1

2. $P(D) = 0,025$

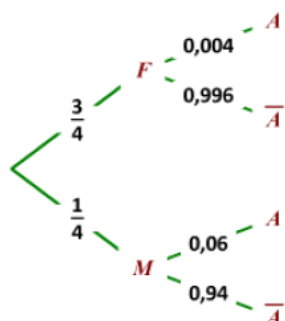
3. $P_D(C) = 4/25$, soit 16 %.

4. $0,48 = 0,012/0,025 = P_D(A)$.

70 On choisit au hasard un lapin dans la population et on considère les événements :

F « le lapin est une femelle », M « le lapin est un male » et A « le lapin est albinos ».

1.



2. $P(A) = P(A \cap F) + P(A \cap M) = 0,018$.

3. $P_A(M) = \frac{0,015}{0,018} = \frac{5}{6}$.

Inventer un énoncé dont le contexte et les données sont représentés par l'arbre pondéré ci-dessous qui donne quelques probabilités et probabilités conditionnelles. L'énoncé pourra comprendre plusieurs questions.

