

33 Compléter le tableau ci-dessous.

Mesure en degrés		75°		120°	
Mesure en radians	$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{4\pi}{9}$		$\frac{5\pi}{4}$

34 Convertir 35° en radians et $\frac{7\pi}{12}$ radians en degrés.

33

Mesure en degrés	150°	75°	80°	120°	225°
Mesure en radians	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{9}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$

34 $35^\circ = \frac{7\pi}{36}$ radians et $\frac{7\pi}{12}$ radians = 105° .

7 1. Tracer le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

2. Placer les points A, B, C et D, images respectives par enroulement de la droite numérique autour du cercle trigonométrique des cas suivants :

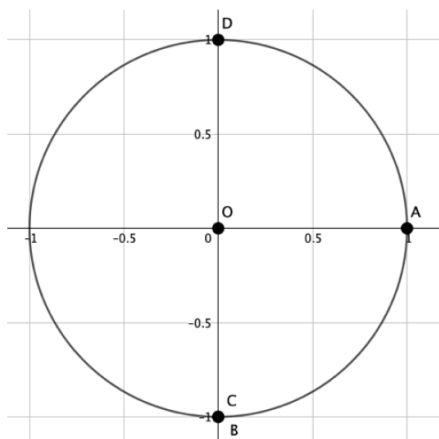
a. 0

b. $-\frac{\pi}{2}$

c. $\frac{3\pi}{2}$

d. $-\frac{3\pi}{2}$

7



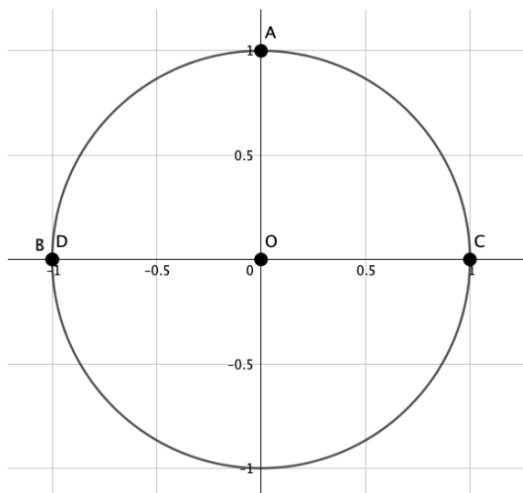
Pour les exercices **8** à **10**, tracer le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$, puis placer les points images des réels proposés par enroulement.

8 $\frac{\pi}{2}; -\pi; 4\pi; -3\pi$

9 $-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}$

10 $\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$

8

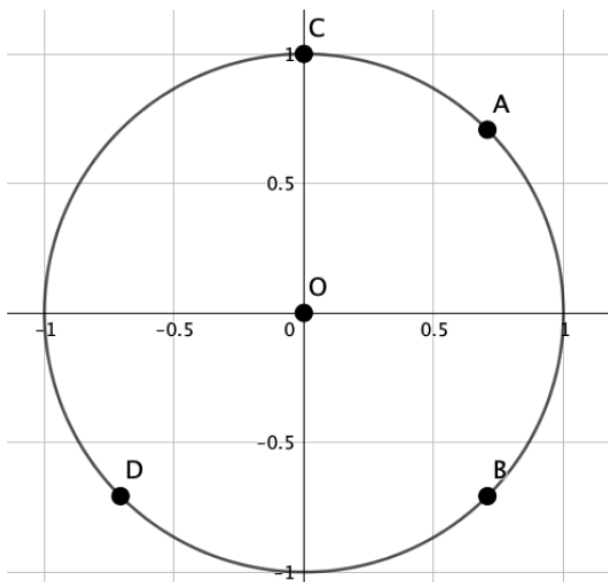


9 $\frac{\pi}{2}$ correspondant à un quart de tour dans le sens direct :

- $-\frac{\pi}{2}$ correspond à un quart de tour dans le sens indirect,
- $\frac{3\pi}{2} = 3 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à trois quarts de tour dans le sens direct,
- $-\frac{5\pi}{2} = -5 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à cinq quarts de tour dans le sens indirect,
- $\frac{7\pi}{2} = 7 \times \frac{\pi}{2}$ correspond à sept quarts de tour dans le sens direct.

Ces réels ont tous pour image le point de coordonnées $(0; -1)$.

10



12  **ORAL** Rappeler les valeurs des nombres suivants.

- a. $\cos(0)$ b. $\sin(0)$ c. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
 d. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ e. $\cos(\pi)$ f. $\sin(\pi)$

12 a. $\cos(0) = 1$

b. $\sin(0) = 0$

c. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

d. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

e. $\cos(\pi) = -1$

f. $\sin(\pi) = 0$

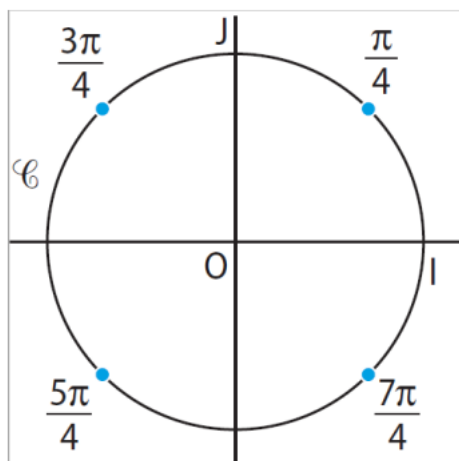
14 Sur le cercle trigonométrique, placer les points images par enroulement de chacun des réels suivants, puis comparer les cosinus et sinus de ces réels.

- a. $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$ b. $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$ c. $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$

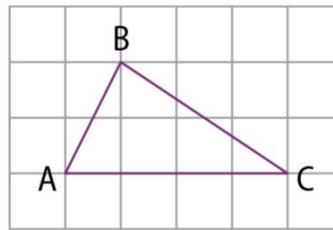
a. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

b. $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

c. $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$



1 1. Reproduire le triangle ABC ci-contre et placer les points D, E et F tels que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$,
 $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.



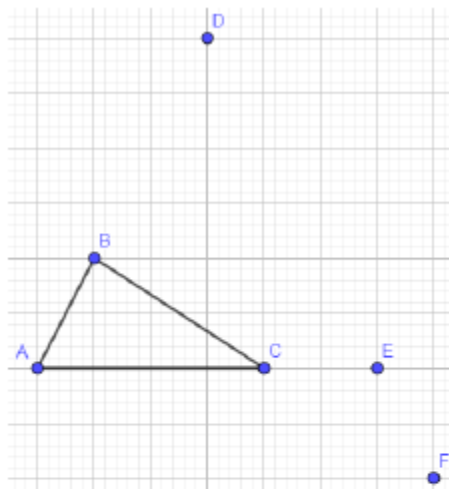
2. a. Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$.

b. Montrer que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

c. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont colinéaires.

3. Que peut-on en déduire pour les points D, E et F ?

1.



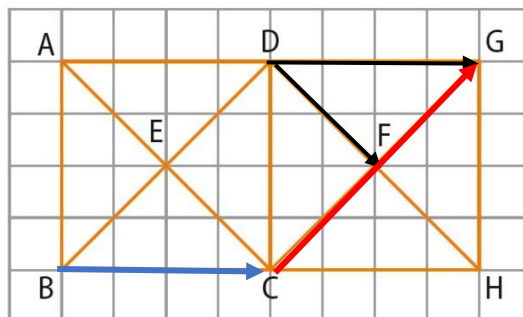
2. a. $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

b. $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{FE} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{DE}$

3. D, E et F sont alignés.

2 On considère deux carrés ABCD et DCHG de centre E et F.



a. Citer tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{DF}$.

b. Citer le vecteur d'extrémité C égal à $\overrightarrow{DG}$.

c. Déterminer $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$.

a) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FH}$.

b) $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BC}$

$$c) \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{BG}$$

3 QCM Choisir la ou les bonnes réponses.

1. Si I est le milieu de [BC], alors quel que soit le point A :

- a. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI}$
 c. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BI}$ d. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IC}$

2. Soit deux points A et B. On a :

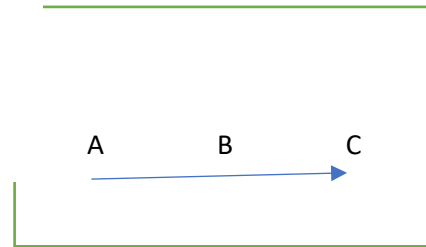
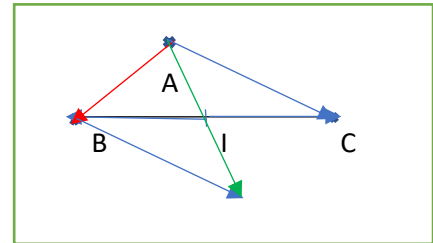
- a. $\|\overrightarrow{AB}\| = \overrightarrow{AB}$ b. $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$
 c. $\| -2\overrightarrow{AB} \| = 2\|\overrightarrow{AB}\|$ d. $\|\overrightarrow{BA}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$

3. Soit le vecteur $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Alors :

- a. $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ b. $\vec{v} = \overrightarrow{CB}$
 c. $\vec{v} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA}$ d. $\vec{v} = -\overrightarrow{BC}$

4. Soit A, B et C des points tels que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

- a. A, B et C sont alignés b. $AC = 2AB$
 c. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires d. $AC = -2BA$



1.a)vrai

$$c) \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BI} \text{ vrai}$$

2.b)c)d) vrai

$$3. \vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$$

b) vrai

$$c) \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} = \vec{v} \text{ vrai}$$

d) vrai

4.a)vrai b) vrai c) vrai

4 Vrai ou Faux ?

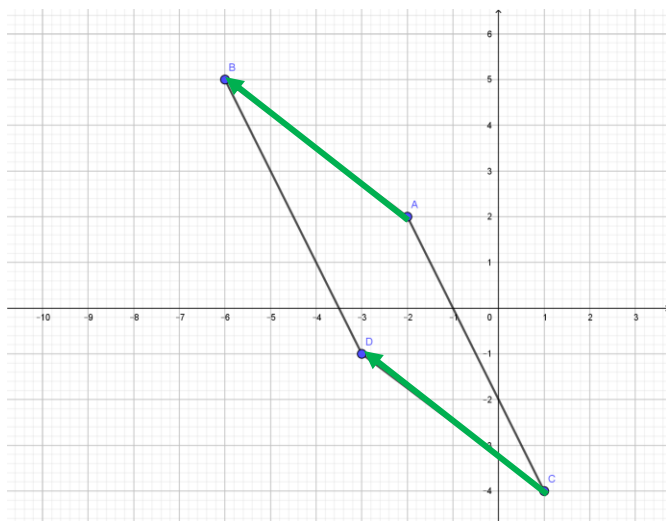
Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

a. On considère les points A(-2 ; 2), B(-6 ; 5), C(1 ; -4) et D(-3 ; -1). Alors, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

b. Le vecteur $\vec{u}(-1 ; 2)$ est tel que $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$.

a)



$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A) \text{ soit } \overrightarrow{AB}(-6 - (-2); 5 - 2) \text{ soit } \overrightarrow{AB}(-4; 3)$$

$$\overrightarrow{CD}(x_D - x_C; y_D - y_C) \text{ soit } \overrightarrow{CD}(-3 - 1; -1 - (-4)) \text{ soit } \overrightarrow{CD}(-4; 3)$$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Par conséquent, le quadrilatère ABDC est un parallélogramme. VRAI

$$b) \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ affirmation fausse}$$

Activité 1p220

Le déplacement d'un attelage

Baptiste débute comme pilote d'attelage. Il s'entraîne sur une trajectoire rectiligne de A vers B.

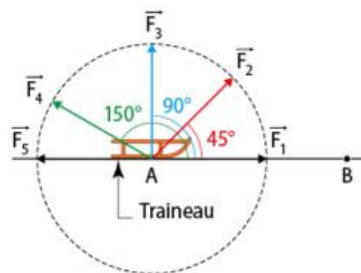
On exerce une force $\vec{F}$ sur le traîneau et on s'intéresse à son influence sur le déplacement.



1 a. Parmi les forces $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_5$ représentées ci-contre, quelles sont celles qui semblent favorables au mouvement ?
Celles qui semblent s'y opposer ?

Celles qui semblent ne pas avoir d'effet sur le mouvement du traîneau ?

b. D'une façon plus générale, à quelles conditions une force est-elle favorable au déplacement ? Défavorable ? Sans effet ?



2 En physique, Coriolis appelle travail de la force $\vec{F}$ lors du déplacement de A vers B la quantité W égale à $F \times AB \times \cos(\alpha)$. W représente une énergie et s'exprime en joules, F est la norme de $\vec{F}$ exprimée en newtons, AB est en mètres et α est la mesure de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$, où $\vec{AC} = \vec{F}$. Dans l'exemple précédent, on suppose que les forces $\vec{F}_i$ ont une intensité égale à 400 newtons et que la distance AB vaut 1 000 m.

a. Calculer et comparer les quantités W pour chacune de ces forces.

Commenter à l'aide du signe de W les conjectures établies à la question 1.b..

b. Quelle est la force la plus favorable au déplacement ? La plus défavorable ?

La quantité W est appelée produit scalaire des vecteurs $\vec{F}$ et $\vec{AB}$ et on note cette opération $\vec{F} \cdot \vec{AB}$. Ainsi, $\vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\alpha)$.

1. a. Les forces favorables au mouvement : $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.

Les forces qui semblent s'y opposer sont $\vec{F}_4, \vec{F}_5$.

La force qui semble ne pas avoir d'effet sur le mouvement du traîneau est : $\vec{F}_3$.

b. La force est favorable au déplacement si elle forme un angle inférieur à $\pm 90^\circ$ avec la trajectoire. Elle est sans effet si elle est égale à $\pm 90^\circ$ sinon elle est défavorable.

2. a. $W_1 = 400\,000$; $W_2 = 200\,000 \times \sqrt{2} \approx 282\,843$; $W_3 = 0$;

$W_4 = -200\,000 \times \sqrt{3} \approx -346\,410$; $W_5 = -400\,000$.

Donc $W_1 > W_2 > W_3 > W_4 > W_5$.

Les forces formant un angle inférieur à $\pm 90^\circ$ avec la trajectoire ont un travail positif, celles égales à $\pm 90^\circ$ ont un travail nul et les autres ont un travail négatif.

b. La force la plus favorable est $\vec{F}_1$ et la plus défavorable est $\vec{F}_5$.

10 On considère trois points A, B et C.
Dans chacun des cas suivants, calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

a. $AB = 4$, $AC = 9$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{2}$.

b. $AB = 8$, $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$.

c. $AB = 1$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$.

$$a) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = 4 \times 9 \times \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$b) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = 8 \times 3 \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 12\sqrt{3}$$

$$c) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = 1 \times 5 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

11 On considère un triangle ABC.

a. Calculer la valeur de $\cos(\widehat{ACB})$ sachant que $CA = 8$, $CB = 4$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 12$.

b. Calculer AB sachant que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10$, $AC = 4$ et $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{1}{2}$.

$$a) \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 12 \Leftrightarrow \|\vec{CA}\| \times \|\vec{CB}\| \times \cos(\widehat{ACB}) = 12$$

$$\Leftrightarrow 8 \times 4 \times \cos(\widehat{ACB}) = 12$$

$$\Leftrightarrow 32 \times \cos(\widehat{ACB}) = 12$$

$$\Leftrightarrow \cos(\widehat{ACB}) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} \quad \widehat{ACB} = \cos^{-1}\left(\frac{3}{8}\right) \approx 67,98 \text{ degrés}$$

$$b) \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10 \Leftrightarrow \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) = 10$$

$$\Leftrightarrow AB \times 4 \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\Leftrightarrow AB \times 2 = 10$$

$$\Leftrightarrow AB = 5$$

12 On considère un carré ABCD de côté 5.
Donner la valeur de $\widehat{BAC}$ en degrés.
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA}$.

$$\widehat{BAC} = 45^\circ$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$AC = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC})$$

$$= 5 \times 5\sqrt{2} \times \cos(45^\circ)$$

$$= 25\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 25$$

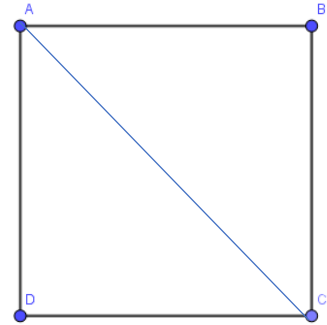
$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CD}\| \times \cos(\widehat{ACD})$$

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = 5\sqrt{2} \times 5 \times \cos(45^\circ)$$

$$= 25\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 25$$

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA} = \|\overrightarrow{DC}\| \times \|\overrightarrow{DA}\| \times \cos(\widehat{CDA}) = 5 \times 5 \times \cos(90^\circ) = 0$$



38 Soit un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 8$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$.
Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Capacité 1, p. 223

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) \\ &= 3 \times 8 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{mode radian}) \\ &= 24 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 12\sqrt{2}\end{aligned}$$

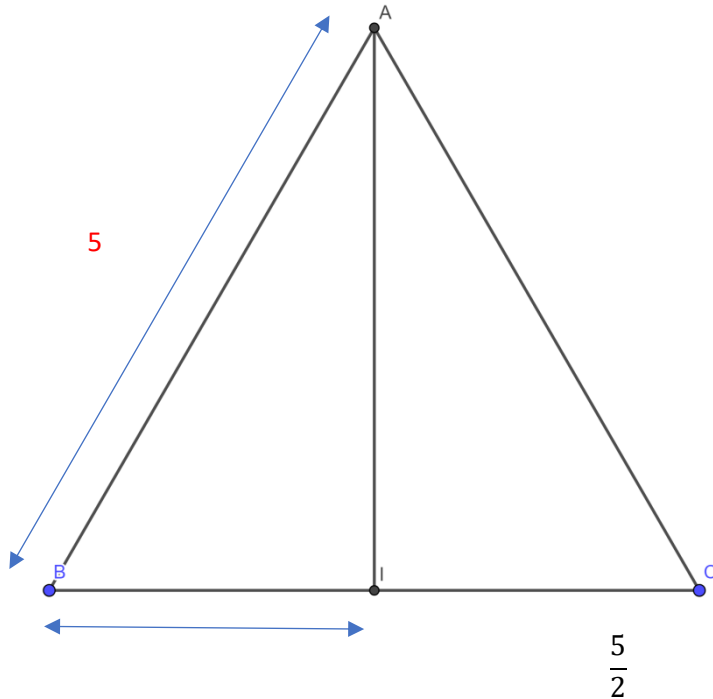
42 Soit un triangle GHI isocèle en H.
Calculer HI sachant que $\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{HG} = 18\sqrt{3}$ et $\widehat{IHG} = \frac{\pi}{6}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{HG} &= 18\sqrt{3} \Leftrightarrow \|\overrightarrow{HI}\| \times \|\overrightarrow{HG}\| \times \cos(\widehat{IHG}) = 18\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow HI \times HG \times \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) &= 18\sqrt{3} \quad \text{or } HI = HG \\ \Leftrightarrow HI^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} &= 18\sqrt{3} \\ \Leftrightarrow HI^2 &= 36 \\ \Leftrightarrow HI = \sqrt{36} = 6 \text{ ou } HI = -\sqrt{36} = -6 & \text{ (aucun sens)} \\ \Leftrightarrow HI &= 6\end{aligned}$$

43 Soit un triangle équilatéral ABC de côté 5 et I le milieu de [BC].

1. Montrer que $AI = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

2. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{BC}$.



1. Le triangle ABC étant équilatéral, la médiane (AI) est aussi une hauteur du triangle ABC

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABI rectangle en I. On a :

$$BI^2 + AI^2 = AB^2.$$

$$\text{Ainsi, } AI^2 = AB^2 - BI^2$$

$$= 5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$= \frac{75}{4}$$

$$\text{On en déduit que } AI = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} 2. \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} &= \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\widehat{BAC}) \\ &= 5 \times 5 \times \cos(60^\circ) \quad (\text{mode degré}) \\ &= 25 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} &= \|\overrightarrow{BC}\| \times \|\overrightarrow{BA}\| \times \cos(\widehat{ABC}) \\ &= 5 \times 5 \times \cos(60^\circ) \\ &= 25 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} &= \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AI}\| \times \cos(\widehat{BAI}) \\ &= 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \cos(30^\circ) \\ &= 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{25 \times 3}{4} \\ &= \frac{75}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} &= \|\overrightarrow{CI}\| \times \|\overrightarrow{CA}\| \times \cos(\widehat{ACI}) \\ &= \frac{5}{2} \times 5 \times \cos(60^\circ) \\ &= \frac{5}{2} \times 5 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{4} \end{aligned}$$

$\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\|\overrightarrow{IB}\| \times \|\overrightarrow{BC}\|$ car $\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires de sens contraires

$$\begin{aligned} &= -\frac{5}{2} \times 5 \\ &= -\frac{25}{2} \end{aligned}$$

45 Déterminer la longueur CA sachant que :

a. $CB = 2\sqrt{5}$, $\cos(\widehat{BCA}) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 2$.

b. $CB = \sqrt{5}$, $\cos(\widehat{BCA}) = -\frac{3}{5}$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -6$.

a) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 2 \Leftrightarrow \|\vec{CA}\| \times \|\vec{CB}\| \times \cos(\widehat{BCA}) = 2$

$$\Leftrightarrow CA \times 2\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{2}}{10} = 2$$

$$\Leftrightarrow CA \times \frac{\sqrt{10}}{5} = 2$$

$$\Leftrightarrow CA = \frac{2}{\frac{\sqrt{10}}{5}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10}$$

b) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -6 \Leftrightarrow \|\vec{CA}\| \times \|\vec{CB}\| \times \cos(\widehat{BCA}) = -6$

$$\Leftrightarrow CA \times \sqrt{5} \times -\frac{3}{5} = -6$$

$$\Leftrightarrow CA \times \frac{-3\sqrt{5}}{5} = -6$$

$$\Leftrightarrow CA = \frac{-6}{\frac{-3\sqrt{5}}{5}} = \frac{30}{3\sqrt{5}} = \frac{30\sqrt{5}}{15} = 2\sqrt{5}$$