Préparation du cours : chapitre 1

Vidéo : mathssa.fr/seconddegre ( jusqu’à 3mns 30s)

**Exercice 1**

Soit la fonction du second degré définie par $f(x)=x²-3x$

1.Identifier les coefficients $a,b et c.$

2.Résoudre l’équation $f(x)=0$ point cours : racine d’un polynome

**Exercice 2**

Mêmes questions avec $f(x)=4x²-1.$

**Exercice 3**

Soit la fonction du second degré définie par $f\left(x\right)=3x^{2}-9x+6.$

1.Identifier $a,b et c$.

2.Calculer $f(1) $et $f(2).$ Que peut on en déduire ?

3.Démontrer que $f(x)=3(x-1)(x-2)$. Que peut on en déduire ?

Point cours : factorisation d’un polynome du second degré à l’aide de 2 racines

Correction :

**Exercice 1 :**Soit la fonction du second degré définie par $f(x)=x²-3x$

1. $a=1,b=-3 et c=0.$

2. $f\left(x\right)=0⇔x^{2}-3x=0$

 $⇔x×x-x×3=0$

 $⇔x(x-3)=0$

 $⇔x=0 ou x-3=0$

 $⇔x=0 ou x=3$ S={0 ;3}

 point cours : racine d’un polynome

Soit $f$ une **fonction polynôme de degré 2** . Les racines de ce polynôme, si elles existent, sont les solutions de l’équation $f(x)=0.$

**Exercice 2**$:f(x)=4x²-1.$

1. $a=4,b=0 et c=-1.$

2. $f\left(x\right)=0⇔4x^{2}-1=0$

 $⇔4x²=1$

 $⇔x²=\frac{1}{4}$

 $⇔x=\sqrt{\frac{1}{4}} ou x=-\sqrt{\frac{1}{4}}$

 $⇔x=\frac{1}{2} ou x=-\frac{1}{2}$ S={-$\frac{1}{2}$ ;$\frac{1}{2}$}

**Exercice 3 :**Soit la fonction du second degré définie par $f\left(x\right)=3x^{2}-9x+6.$

1. $a=3,b=-9 et c=6.$

2.$f\left(1\right)=3×1^{2}-9×1+6=0$

$f\left(2\right)=3×2^{2}-9×2+6=0$ 1 et 2 sont des racines de f…

3.Pour tout réel $x$, $3\left(x-1\right)\left(x-2\right)=3\left(x^{2}-2x-1x+2\right)$

 $=3\left(x^{2}-3x+2\right)$

 $=3x^{2}-9x+6$

$ =f(x)$

$f(x)$ =$3\left(x-1\right)\left(x-2\right)$

Point cours : factorisation d’un polynome du second degré à l’aide de 2 racines

Soit $f$ une **fonction polynôme de degré 2** dont l’expression est $f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ ayant deux racines distinctes $x\_{1} et x\_{2}.$ Alors, $f$ peut s’écrire sous la **forme factorisée** :

 $f\left(x\right)=a(x-x\_{1})(x-x\_{2})$

Exercice : somme et produit de racines

Soit $f$ un polynôme du second degré dont l’expression factorisée est $f(x)=3(x-2)(x-5)$

1.Déterminer S la somme des racines de f puis P le produit des racines.

2.Déterminer les valeurs de a , b et c.

3.Dans le cas général, exprimer S et P en fonction de $a,b et c.$

1.Les racines de f sont 2 et 5. $S=2+5=7 et P=2×5=10.$

2.$f\left(x\right)=3\left(x-2\right)\left(x-5\right)=3\left(x^{2}-5x-2x-10\right)=3x^{2}-21x-30$

$a=3 , b=-21 et c=-30$

*3.* $S=-b/a$ *et* $P=c/a$

Exercice : signe d’un polynôme du second degré ayant deux racines

1.Soit $f$ un polynôme du second degré dont l’expression factorisée est $f(x)=3(x-2)(x+5)$

Déterminer le signe de $f\left(x\right).$

2. Soit $f$ un polynôme du second degré dont l’expression factorisée est $f\left(x\right)=-4(x+1)(x-2)$

Déterminer le signe de $f\left(x\right).$

1.

$x-2=0⟺x= 2$ $x+5=0⟺x= -5$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ -5 $2$ +∞  |
| $$x-2$$ | * - 0 +
 |
| $$x+5$$ | * 0 + +
 |
| $$(x-2)(x+5)$$ |   + 0 - 0 + |
| $$3(x-2)(x+5)$$ |  + 0 - 0 + |

2.$x+1=0⟺x= -1$ $x-2=0⟺x= 2$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ -1 $2$ +∞  |
| $$x+1$$ | * 0 + +
 |
| $$x-2$$ | * - 0 +
 |
| $$(x+1)(x-2)$$ |   + 0 - 0 + |
| $$-4(x-2)(x+5)$$ |  - 0 + 0 - |

Cours : si f est un polynome du second degré ayant deux racines alors f est du signe de a à l’extérieur des racines

**La méthode d’Al Khwarizmi**

Modèle : la fonction polynome du second degré $x²+10x$ peut aussi s’écrire sous la forme factorisée ……………………… . Nous allons partir à la recherche d’une nouvelle forme.

On construit un carré de coté $x$ bordé par deux rectangles de cotés 5 (et $x$).On calcule l’aire de deux façons différentes.

 $x$ 5

$$x$$

 Aire de la zone colorée : $x²+5x+5x=x²+10x$

 5

$$x+5$$

 Aire du grand carré moins l’aire du petit : $………………..$

$$5$$

$$5$$

$$x+5$$

On obtient donc $x^{2}+10x=$ ………………….

La forme obtenue s’appelle …………………..

La ……………………….. du polynôme du second degré $ax²+bx+c$ est $…………………..$

**Application 1:** écrire les expressions suivantes en s’inspirant du modèle :

$x^{2}+4x=$ …………….

$x^{2}+25x=$ …………….

**Application 2:cas général**

$ax^{2}+bx+c=a\left(x^{2}+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$

 $=a\left(……………………………\frac{c}{a}\right) $

 $=a\left(………………-\frac{……………………….}{4a²}\right)$ on pose $Δ=b^{2}-4ac$

 $=a\left(………………-\frac{….}{4a²}\right)$

 $=a\left(………………\right)^{2}-\frac{….}{4a}$

$α= ……….$ $β= ……………$

**Exercice :** soit la fonction polynôme du second degré défini par $f(x)=2x²-20x+10$. Déterminer sa forme canonique à l’aide des formules (on commencera par identifier $a,b,c$ puis calculer $Δ)$

**La méthode d’Al Khwarizmi**

Modèle : la fonction polynome du second degré $x²+10x$ peut aussi s’écrire sous la forme factorisée $x(x+10)$ . Nous allons partir à la recherche d’une nouvelle forme.

On construit un carré de coté $x$ bordé par deux rectangles de cotés 5 (et $x$).On calcule l’aire de deux façons différentes.

 $x$ 5

$$x$$

 Aire de la zone colorée : $x²+5x+5x=x²+10x$

 5

$$x+5$$

 Aire du grand carré moins l’aire du petit : $\left(x+5\right)^{2}-25$

$$5$$

$$5$$

$$x+5$$

On obtient donc $x^{2}+10x=$ $(x+5)²-25$

La forme obtenue s’appelle la forme canonique du polynôme du second degré $x²+10x$

La forme canonique du polynôme du second degré $ax²+bx+c$ est $a\left(x-α\right)^{2}+β$

**Application 1:** écrire les expressions suivantes en s’inspirant du modèle :

$x^{2}+4x=$ $(x+2)²-4$

$x^{2}+25x=$ $(x+5)²-25$

**Application 2:cas général**

$ax^{2}+bx+c=a\left(x^{2}+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$

 $=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^{2}-\left(\frac{b}{2a}\right)^{2}+\frac{c}{a}\right) $

 $=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^{2}-\frac{b^{2}-4ac}{4a²}\right)$ on pose $Δ=b^{2}-4ac$

 $=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^{2}-\frac{Δ}{4a²}\right)$

 $=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^{2}-\frac{Δ}{4a}$

$α= -\frac{b}{2a}$ $β= -\frac{Δ}{4a}$

**Exercice :** soit la fonction polynôme du second degré défini par $f(x)=2x²-20x+10$. Déterminer sa forme canonique à l’aide des formules (on commencera par identifier $a,b,c$ puis calculer $Δ)$

On identifie les coefficients $a,b et c.$

$a=2, b=-20 et c=10.$

On calcule le discriminant $∆=b²-4ac=(-20)²-4×2×10=320$

$α=-\frac{b}{2a}=-\frac{-20}{4}=5$

et $β=-\frac{Δ}{4a}=-\frac{320}{8}=-40$

$ax^{2}+bx+c=a(x-α)^{2}+β$

$2x^{2}-20x+10=2\left(x-5\right)^{2}-40$