

Préparation du cours chapitre 2 : équations de sécantes – notion de taux de variations

Propriété :

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Soit D une droite du plan.

- Si D est parallèle à l'axe des ordonnées :

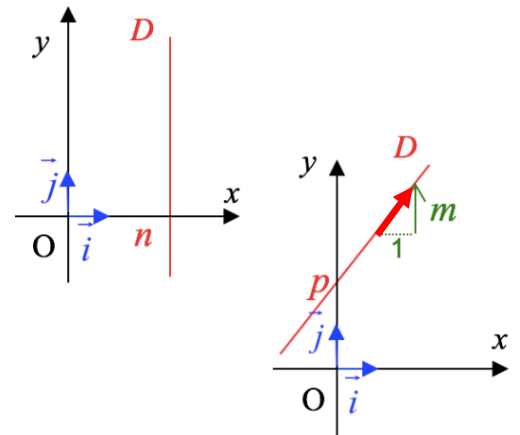
alors une équation de D est de la forme $x=n$,

- Si D n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées :

alors l'équation réduite de D est de la forme $y=mx+p$

m s'appelle le **coefficient directeur** ou la **pente** de la droite

p s'appelle l'**ordonnée à l'origine**.



Propriété :

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points distincts d'une droite D tel que $x_A \neq x_B$ alors la droite D a pour pente (ou coefficient directeur) $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Vidéo : mathssa.fr/pente (4mns30s)

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.

Soit $A(4; -1)$ et $B(3; 5)$ deux points d'une droite d .

Déterminer une équation de la droite d .

Les points A et B sont d'abscisses différentes donc la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Elle est donc de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.

Le coefficient directeur de d est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - (-1)}{3 - 4} = \frac{6}{-1} = -6$.

L'équation de d est donc de la forme : $y = -6x + p$

Comme $A(4; -1)$ appartient à la droite d , ses coordonnées vérifient l'équation de d soit :

$-1 = -6 \times 4 + p$ soit $-1 + 24 = p$ soit $p = 23$

Une équation de d est donc : $y = -6x + 23$.

Définition :

une sécante à la courbe C désigne une droite passant par deux points de la courbe.

Exercice 1 : Tracer les droites d'équation $y = 3x - 1$, $y = 2$ et $x = 3$

Exercice 2 : <http://bref.jeduke.net/4t62me>

Exercice 3 :

Soit $A(2; -4)$ et $B(30; 10)$ deux points d'une droite d .

Déterminer une équation de la droite d .

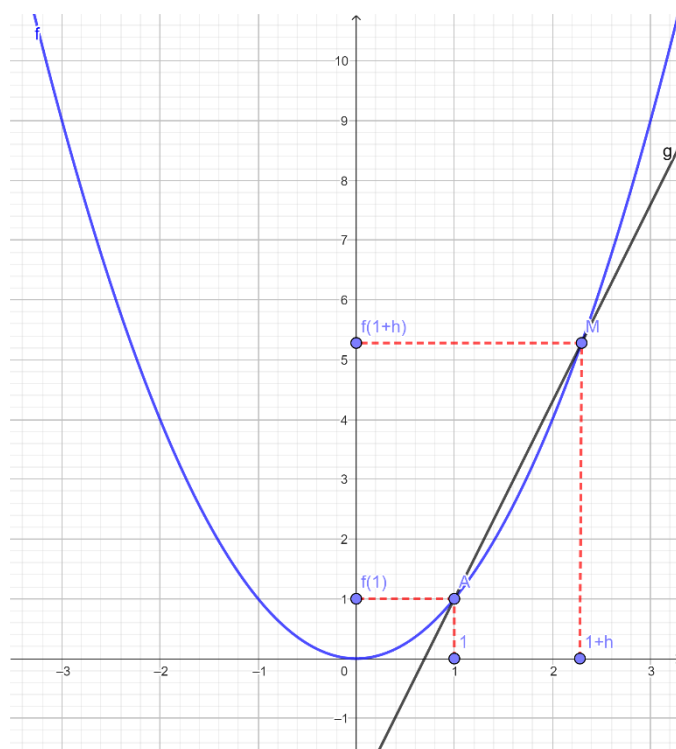
Exercice 4 :

1. Tracer à main levée la courbe de la fonction carrée.

2. Déterminer l'équation de la sécante d à la courbe de la fonction carrée passant par les points A et B d'abscisses respectives -2 et 1 .

Exercice 5 :

Déterminer le coefficient directeur de la sécante d à la courbe de la fonction carrée passant par les points A et M d'abscisse respective 1 et $1 + h$ où h désigne un réel > 0 .



Point cours :

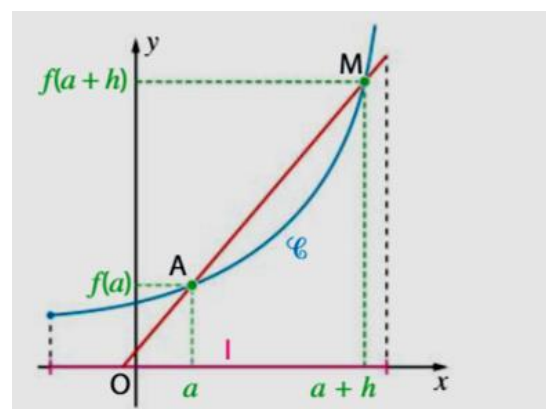
Définition-propriété :

Le taux de variations de f entre a et $a + h$ est le nombre

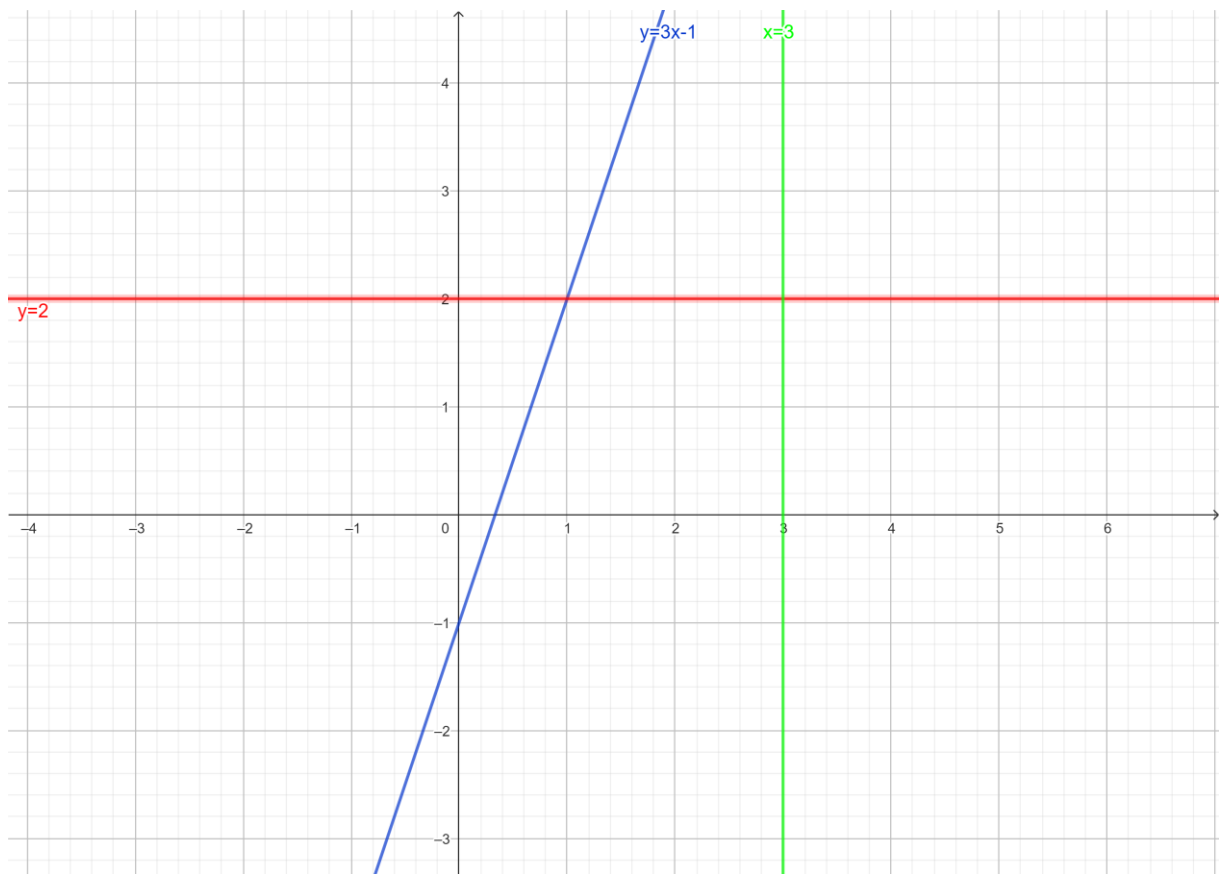
$r(h) = \dots\dots\dots$

Soit A le point de C d'abscisse a et M le point de C d'abscisse $a + h$.

Le taux de variations de f entre a et $a + h$ est aussi le
.....de la



Exercice 1 : Tracer les droites d'équation $y = 3x - 1$, $y = 2$ et $x = 3$



Exercice 2 : <http://bref.jeduke.net/4t62me>

Exercice 3 :

Soit $A(2; -4)$ et $B(30; 10)$ deux points d'une droite d .

Déterminer une équation de la droite d .

Les points A et B sont d'abscisses différentes donc la droite d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

Elle est donc de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.

Le coefficient directeur de d est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10 - (-4)}{30 - 2} = \frac{14}{28} = 0,5$.

L'équation de d est donc de la forme : $y = 0,5x + p$

Comme $A(2; -4)$ appartient à la droite d , ses coordonnées vérifient l'équation de d soit :

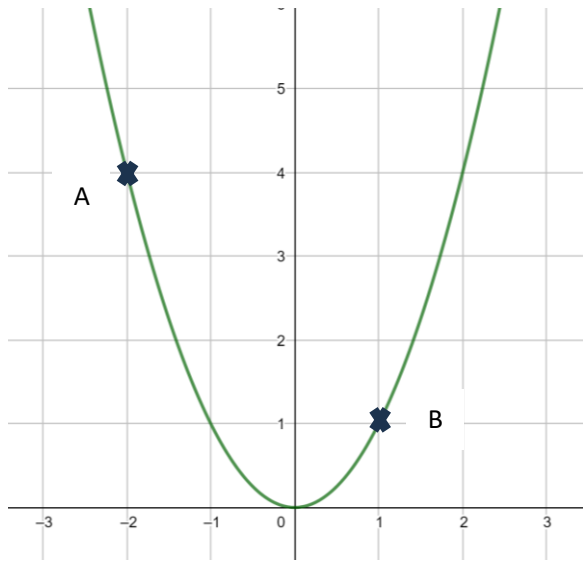
$$-4 = 0,5 \times 2 + p \quad \text{soit} \quad -4 - 1 = p \quad \text{soit} \quad p = -5$$

Une équation de d est donc : $y = 0,5x - 5$

Exercice 4 :

1. Tracer à main levée la courbe de la fonction carrée.

2. Déterminer l'équation de la sécante d à la courbe de la fonction carrée passant par les points A et B d'abscisses respectives -2 et 1 .



Le coefficient directeur de d est :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1^2 - (-2)^2}{1 - (-2)} = \frac{1 - 4}{3} = -1.$$

L'équation de d est donc de la forme : $y = -x + p$

Comme $A(-2; 4)$ appartient à la droite d , ses coordonnées vérifient l'équation de d soit :

$$4 = -(-2) + p \text{ soit } 4 - 2 = p \text{ soit } p = 2$$

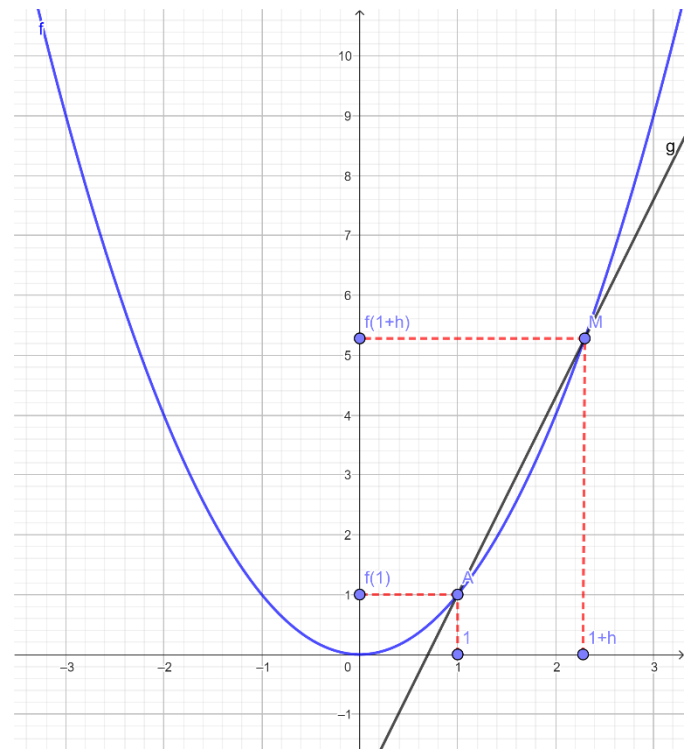
Une équation de d est donc : $y = -x + 2$.

Exercice 5 :

Déterminer le coefficient directeur de la sécante d à la courbe de la fonction carrée passant par les points A et M d'abscisse respective 1 et $1 + h$ où h désigne un réel > 0 .

Le coefficient directeur de la sécante (AM) est : $\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} =$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Point cours

Le taux de variations de f entre a et $a + h$ est le nombre

$$r(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

Soit A le point de C d'abscisse a et M le point de C d'abscisse $a + h$.

Le taux de variations de f entre a et $a + h$ est aussi le coefficient directeur de la sécante (AM).

Préparation du cours chapitre 2 : position limite des cordes et des sécantes

Exercice 1: position limite des cordes dans un cercle

Sur le cercle ci-dessous, on a représenté un point A fixe et un point M mobile.

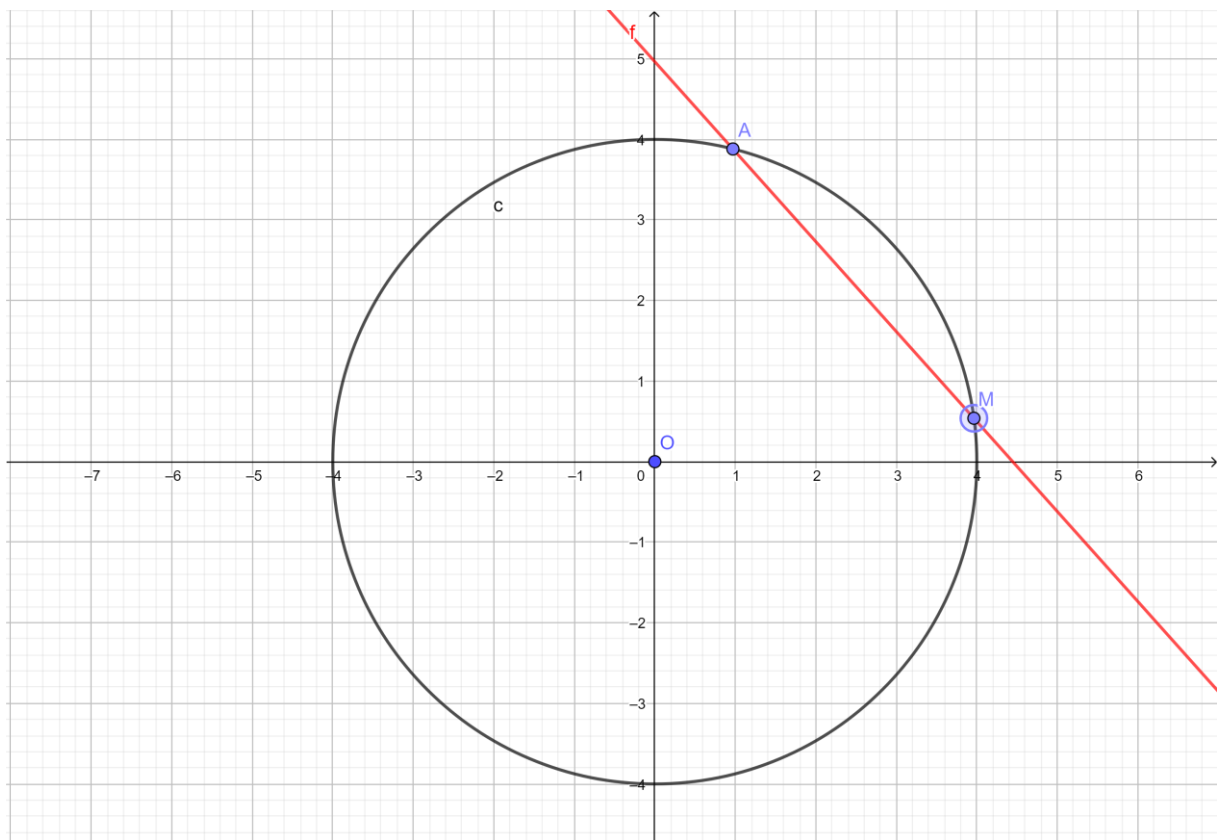
On a tracé une corde (AM).

Représenter au crayon de papier trois cordes (AM) en prenant des points M de plus en plus près du point fixe A.

Quelle est la position limite de la corde (AM) lorsque M est de plus en plus proche de A ?

Tracer cette droite en bleu. Quelle nom porte t'elle ?

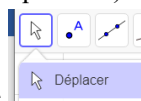
.....
.....



Exercice 2: position limite des sécantes à une courbe

Dans la barre de navigation , taper mathssa.fr/derivee.ggb.

Sont représentés : la courbe d'une fonction f , un point A fixe d'abscisse a , un point M variable d'abscisse $a + h$ (c'est en fait h qui varie) et la sécante (AM).



A l'aide de la flèche , rapprocher le point M du point A.

Que constate t'on ?

.....
.....

Déplacer A afin que son abscisse soit égale à 2.

Donner l'équation de la tangente en ce point.

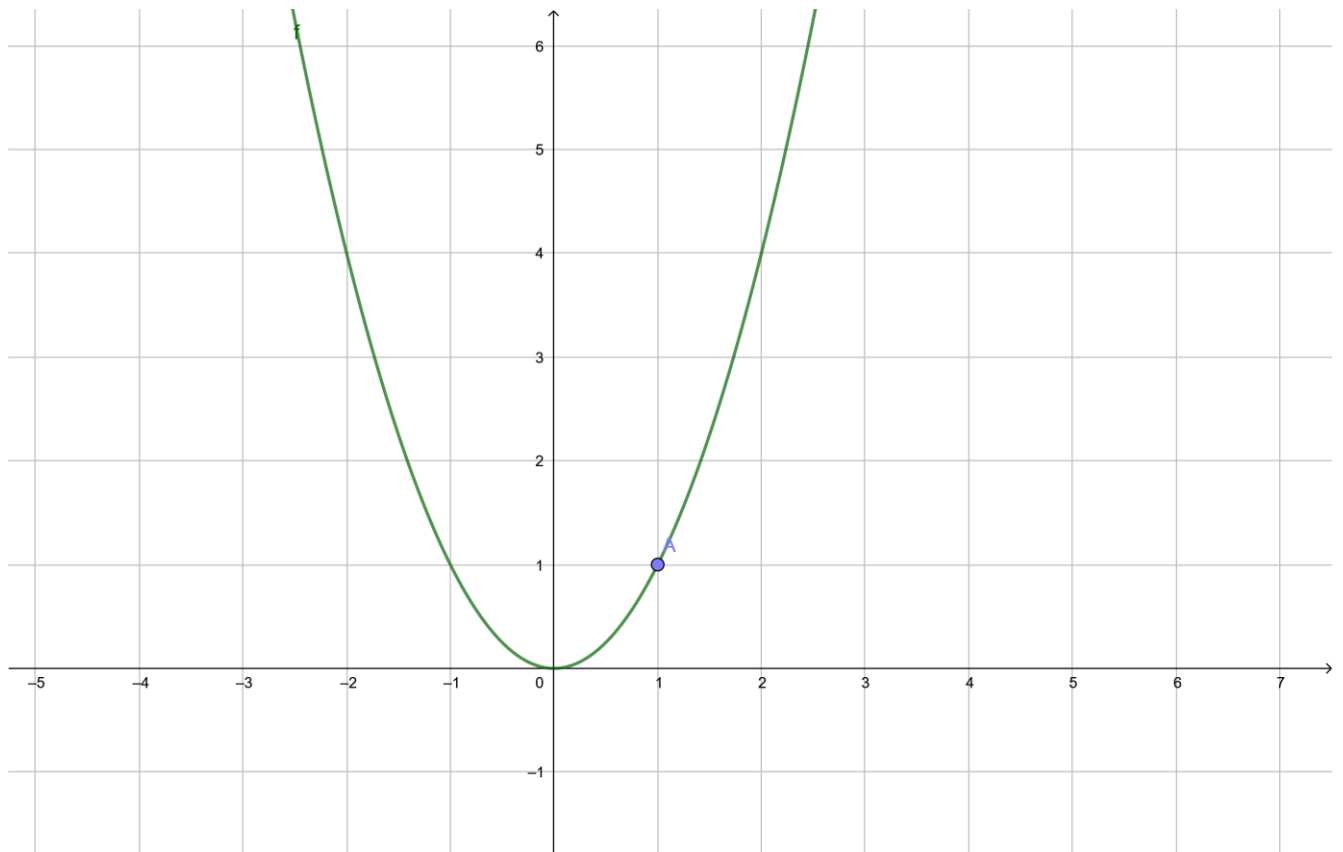
Sur géogebra, tracer cette droite et vérifier que cette droite correspond bien à la position limite des sécantes.

Remarque :

la tangente à la courbe C en un point A désigne la droite passant par A et qui « accompagne le mouvement » de la courbe C

Exercice 3: équation d'une tangente par lecture graphique

On dispose de la courbe de la fonction carrée. Donner une équation de la tangente à cette courbe au point d'abscisse 1.



Exercice 4: équation d'une tangente à l'aide de la calculatrice

1. Avec la calculatrice, représenter la tangente à la courbe de la fonction inverse au point d'abscisse -2 (une fois entrée la fonction aller dans 2de program puis tangente).
2. Faire de même avec la fonction racine carrée au point d'abscisse 0.

Préparation du cours chapitre 2 : position limite des cordes et des sécantes

Exercice 1: position limite des cordes dans un cercle

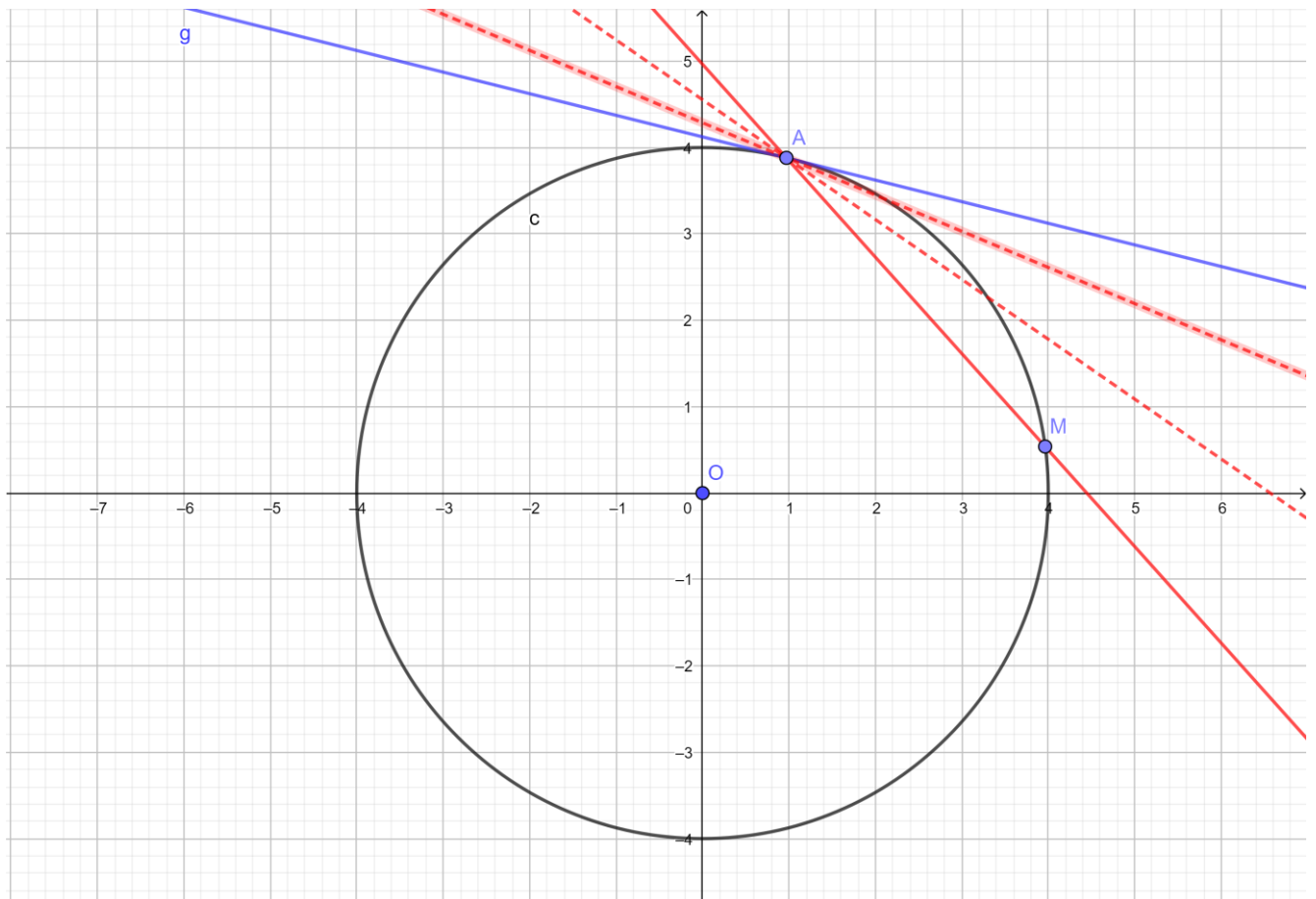
Sur le cercle ci-dessous, on a représenté un point A fixe et un point M mobile.

On a tracé une corde (AM).

Représenter au crayon de papier deux cordes (AM) en prenant des points M de plus en plus près du point fixe A.

Quelle est la position limite de la corde (AM) lorsque M est de plus en plus proche de A ?

Tracer cette droite en bleu. Quelle nom porte t'elle ?

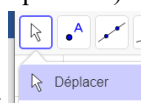


Lorsque le point M se rapproche du point A, la corde (AM) se rapproche d'une droite fixe appelé **tangente au cercle au point A** (qui est aussi la perpendiculaire au rayon [OA] passant par A et la droite passant par A qui coupe le cercle en un point)

Exercice 2: position limite des sécantes à une courbe

Dans la barre de navigation, taper mathssa.fr/derivee.ggb.

Sont représentés : la courbe d'une fonction f, un point A fixe d'abscisse a , un point M variable d'abscisse $a + h$ (c'est en fait h qui varie) et la sécante (AM).



A l'aide de la flèche, rapprocher le point M du point A.

Que constate t'on ? Lorsque le point M se rapproche du point A, la sécante (AM) se rapproche d'une droite fixe appelé **tangente à la courbe C au point A**.

Déplacer A afin que son abscisse soit égale à 2.

Donner l'équation de la tangente en ce point. $y=8x-11$

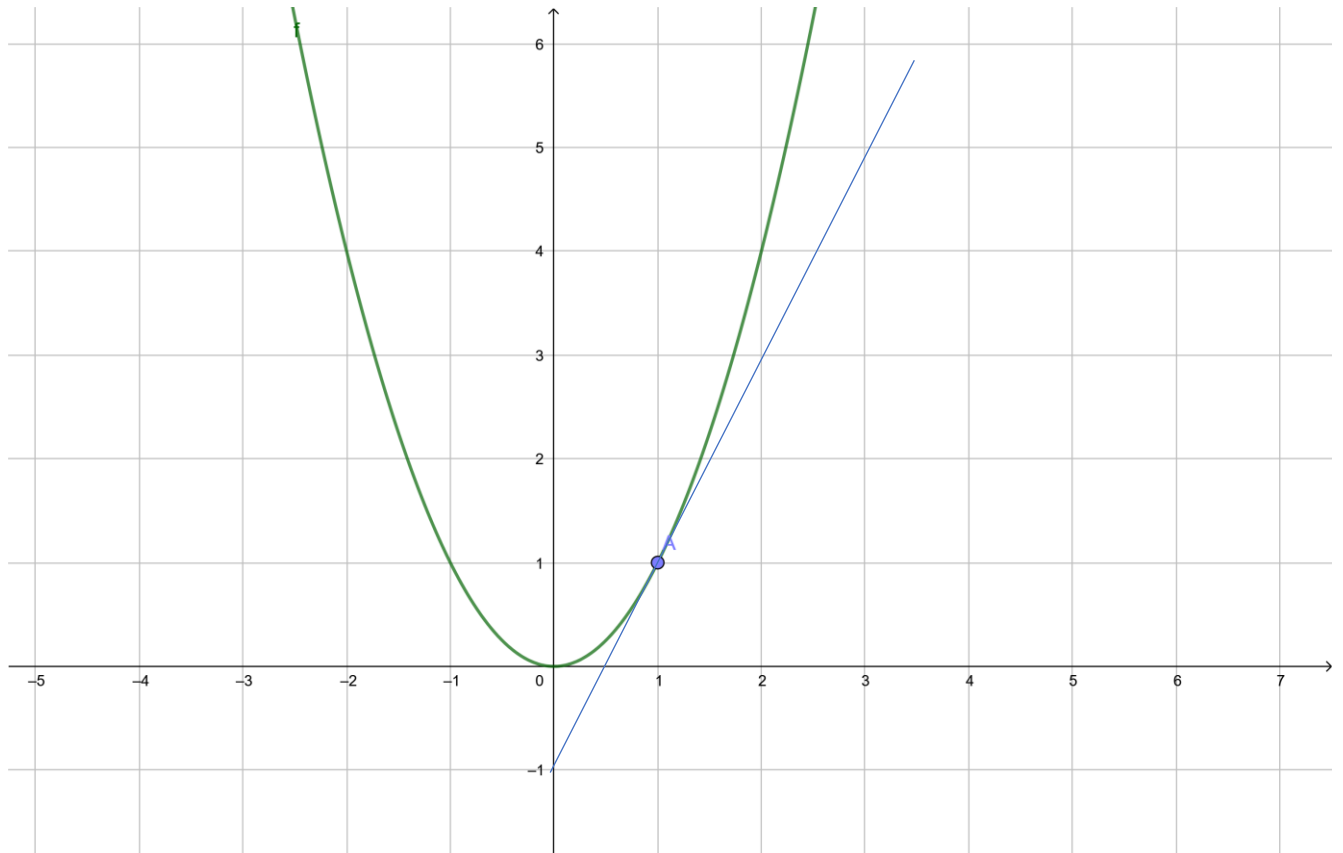
Sur géogebra, tracer cette droite et vérifier que cette droite correspond bien à la position limite des sécantes.

Remarque :

la tangente à la courbe C en un point A désigne la droite passant par A et qui « accompagne le mouvement » de la courbe C

Exercice 3: équation d'une tangente par lecture graphique

On dispose de la courbe de la fonction carrée. Donner une équation de la tangente à cette courbe au point d'abscisse 1.



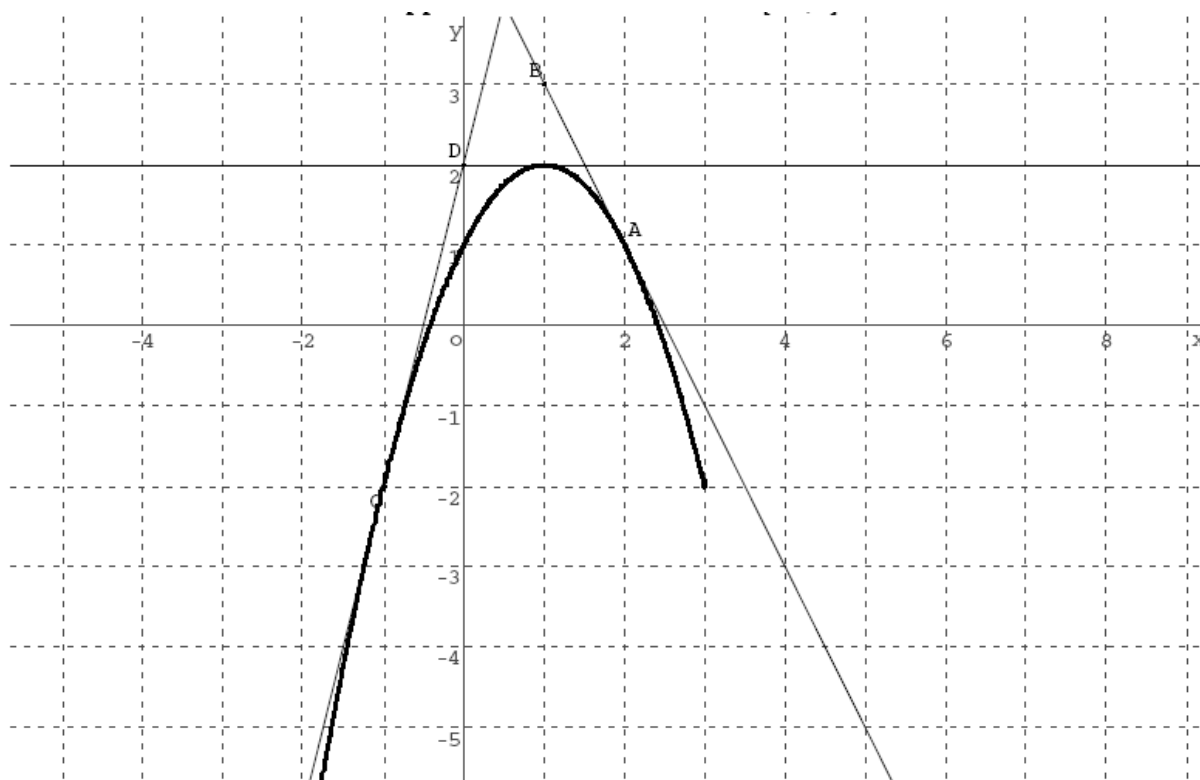
$$y = 2x - 1$$

Exercice 4: équation d'une tangente à l'aide de la calculatrice

1. Avec la calculatrice, représenter la tangente à la courbe de la fonction inverse au point d'abscisse -2 (une fois entrée la fonction aller dans 2de program puis tangente).
2. Faire de même avec la fonction racine carrée au point d'abscisse 0.

Préparation du cours chapitre 2 : lire des nombres dérivés

Exercice : Soit f une fonction dérivable de courbe C représentée ci-dessous.
Sont représentées également les tangentes aux points d'abscisses -1 , 1 et 2 . Déterminer, **en justifiant**, $f'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(2)$



Exercice : Soit f une fonction dérivable de courbe C représentée ci-dessous.

Sont représentées également les tangentes aux points d'abscisses -1 , 1 et 2 . Déterminer, **en justifiant**, $f'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(2)$

$f'(-1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse -1 .

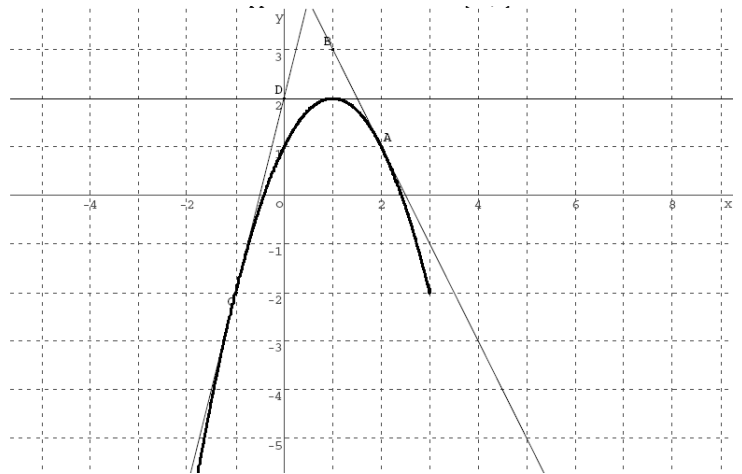
$$f'(-1) = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2 - (-2)}{0 - (-1)} = 4$$

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 .

$f'(1) = 0$ car cette droite est horizontale.

$f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 .

$$f'(2) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{1 - 2} = -2$$



Préparation du cours chapitre 2 : notion de fonction dérivée

Exercice 1 :

A l'aide de la calculatrice , compléter les tableaux :

$f(x) = 4$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$ $f(x) = x$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$ $f(x) = x^2$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$	a	-2	-1	0	1	2	$f'(a)$	...	...	...	...	...	a	-2	-1	0	1	2	$f'(a)$	...	...	...	...	...	a	-2	-1	0	1	2	$f'(a)$	...	...	...	...	...	$f(x) = x^3$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$ $f(x) = \frac{1}{x}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$ $f(x) = \sqrt{x}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>a</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>$f'(a)$</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table> $f'(a) = \dots$	a	-2	-1	0	1	2	$f'(a)$	...	...	...	...	...	a	-2	-1	0	1	3	$f'(a)$	...	...	...	...	...	a	-1	0	1	4	9	$f'(a)$	...	...	...	...	...
a	-2	-1	0	1	2																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				
a	-2	-1	0	1	2																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				
a	-2	-1	0	1	2																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				
a	-2	-1	0	1	2																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				
a	-2	-1	0	1	3																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				
a	-1	0	1	4	9																																																																				
$f'(a)$	...	...	...	...	...																																																																				

Exercice 2 :

1. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction cube au point d'abscisse -2.
2. Existe-t-il une tangente T à Cf parallèle à la droite d'équation $y = 3x + 5$? Si oui , déterminer les coordonnées du ou des points de contact entre Cf et T.

Exercice 1 :

$f(x) = 4$

a	-2	-1	0	1	2
$f'(a)$	0	0	0	0	0

$$f'(a) = 0$$

$f(x) = x$

a	-2	-1	0	1	2
$f'(a)$	1	1	1	1	1

$$f'(a) = 1$$

$f(x) = x^2$

a	-2	-1	0	1	2
$f'(a)$	-4	-2	0	2	4

$$f'(a) = 2a$$

$f(x) = x^3$

a	-2	-1	0	1	2
$f'(a)$	12	3	0	3	12

$$f'(a) = 3a$$

$f(x) = \frac{1}{x}$

a	-2	-1	0	1	3
$f'(a)$	-1/4	-1	?	-1	-1/9

$$f'(a) = -\frac{1}{a^2}$$

$f(x) = \sqrt{x}$

a	-1	0	1	4	9
$f'(a)$	?	?	1/2	1/4	1/6

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

Exercice type:

1. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de la fonction cube au point d'abscisse -2.
2. Existe-t-il une tangente T à Cf parallèle à la droite d d'équation $y = 3x + 5$? Si oui , déterminer les coordonnées du ou des points de contact entre Cf et T.

1. si f est une fonction dérivable en a , une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a est $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Pour tout réel x , $f'(x) = 3x^2$

Une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 est

$$y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$$

$$f(-2) = (-2)^3 = -8. \quad , \quad f'(2) = 3(-2)^2 = 12$$

$$y = 12(x + 2) - 8$$

$$y = 12x + 16$$

Soit T une tangente à Cf au point d'abscisse a . d la droite d'équation $y = 3x + 5$

T//d) $\Leftrightarrow$ elles ont le meme coefficient directeur

$$\Leftrightarrow f'(a) = 3$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 1.$$

$\Leftrightarrow a = -1$ ou $a = 1$ Les points de contact ont pour coordonnées $A(1 ; 1)$ et $B(-1 ; -1)$