**Résolution de problèmes d’optimisation**

**Problème 1 :**

**Problématique :** avec une ficelle de longueur 10 cm on cherche à construire un rectangle ABCD d’aire la plus grande possible.

On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

*y*

*x*

1.Calculer l'aire du rectangle pour *x* = 3 cm.

2.Calculer l'aire du rectangle pour *x* = 4 cm.

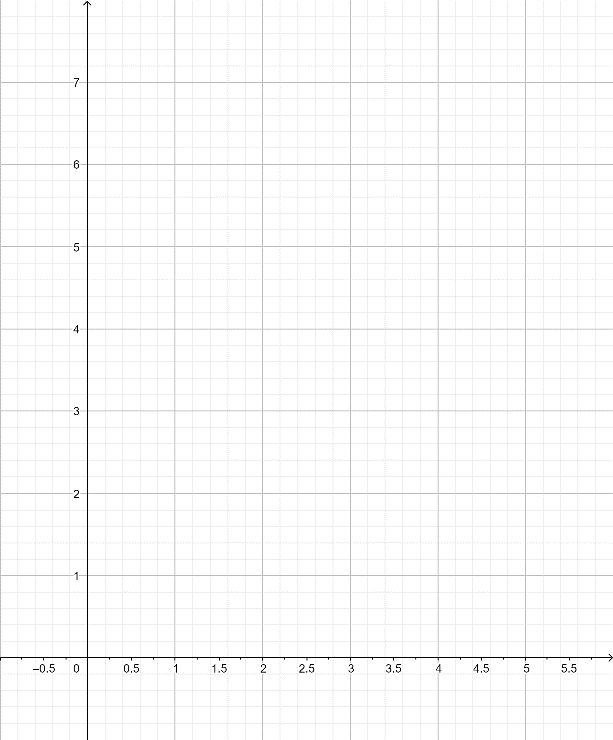
3. Sachant que le périmètre du rectangle vaut 10cms , exprimer dans le cas général en fonction de .

4. On note la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de .

Justifier que : (*x*) = 5*x* – *x*2. On suppose que est définie sur ]0 ;5[.

5.a)Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | *1,5* | *2* | *2,5* | *3* | *3,5* | *4* | *4,5* |
| (*x*) |  |  |  |  |  |  |  |  |

**b)Représenter la courbe de à l’écran de votre calculatrice (prendre [0 ;5] pour les abscisses et [0 ;10] pour les ordonnées. Puis représenter la courbe ci-dessous.

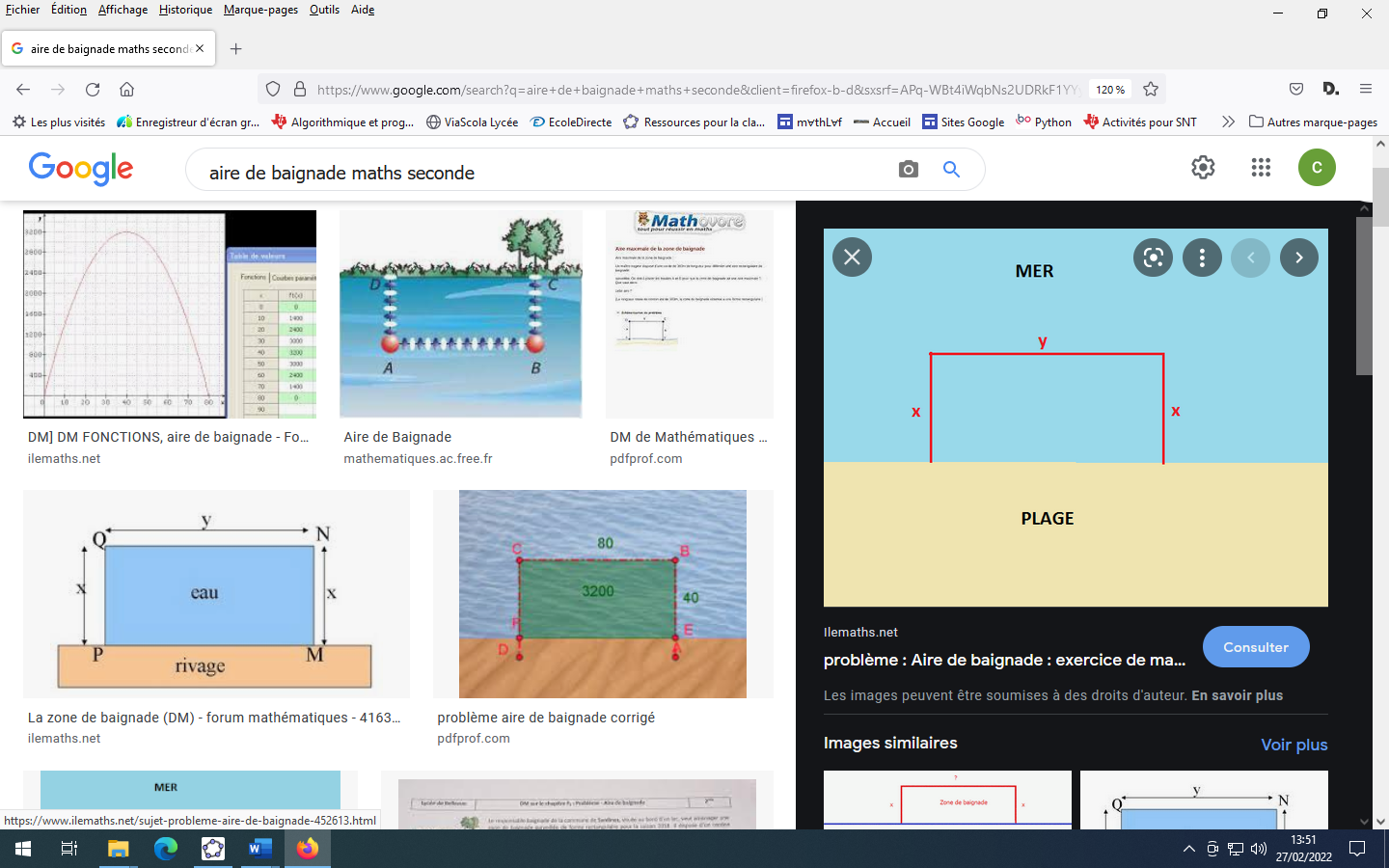
Quel semble être le maximum de  ?

6.a) Démontrer que

b) Démontrer que , -.

c)Répondre à la problématique du début d’exercice

**Problème 2 :**

**Problématique :** avec une corde de longueur 50 mètres, on cherche à délimiter une aire de baignade la plus grande possible.

On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

1.Calculer l'aire du rectangle pour *x* = 15 cm.

2.Exprimer en fonction de . (dans le cas général)

3. On note la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de .

Justifier que : (*x*) = 50*x* – 2*x*2. On suppose que est définie sur ]0 ;25[.

4.Représenter la courbe de à l’écran de votre calculatrice (prendre [0 ;25] pour les abscisses et [0 ;350] pour les ordonnées). Quelle semble être le maximum de  ?

5.a) Démontrer que

b) Démontrer que

c)Répondre à la problématique du début d’exercice

**Problème 3 :**

**Problématique :** Yves souhaite construire un enclos rectangulaire de 144m² pour y laisser paitre ses chèvres. Cet enclos sera délimité par un grillage qu’il achète 10 € le mètre linéaire. Déterminer la dimension de l’enclos permettant de minimiser le cout de son projet.

Soit ABCD un rectangle correspond à l’enclos. On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

*y*

*144 m²*

*x*

1.Calculer le prix du grillage pour *x* = 10 m.

2.Exprimer en fonction de .(dans le cas général)

3. On note la fonction donnant le périmètre du rectangle en fonction de .

Justifier que : (*x*) =. On suppose que est définie sur ]0 ;20].

4.Représenter la courbe de à l’écran de votre calculatrice (prendre [0 ;20] pour les abscisses et [0 ;200] pour les ordonnées). Quel semble être le minimum de  ?

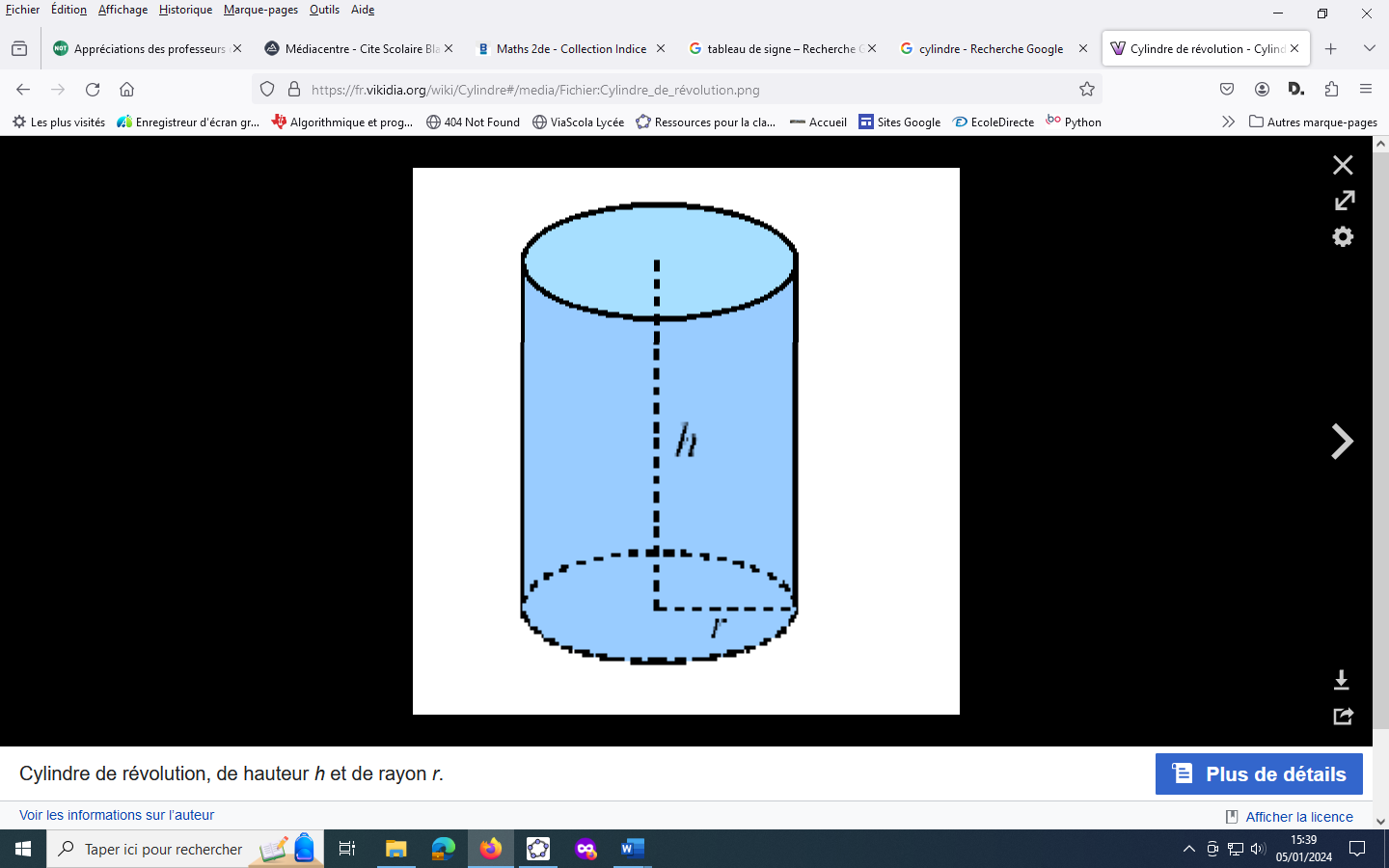
5.a) Démontrer que

b) comparer et .

c) Répondre à la problématique du début d’exercice

**Problème 4 :**

**Problématique :**

Un industriel du secteur des produits laitiers souhaite créer des pots en plastique pour conditionner le yaourt qu'il produit. Ces pots ont une contenance de 125cm3 et sont de forme cylindrique.   
On considère l'épaisseur de ce matériau constante.   
Déterminer les dimensions à donner à ce port de yaourt pour minimiser la quantité de matière plastique (ce qui revient à minimiser l’aire A de la face latérale plus l’aire de la face du dessous)

On appelle le rayon du cylindre et sa hauteur.

1.Exprimer le volume du cylindre en fonction de et de .

2.Sachant que le volume du cylindre est 125cm3 , exprimer h en fonction de

3.Démontrer que A= .

4. On pose . On suppose que est définie sur ]0 ;10].Représenter la courbe de à l’écran de votre calculatrice (prendre [0 ;10] pour les abscisses et [0 ;200] pour les ordonnées). Quel semble être le minimum de  ?

5.Répondre à la problématique du problème. (aucune démonstration n’est exigée)

**Correction :**

**Problème 1**

**Problématique :** avec une ficelle de longueur 10 cm on cherche à construire un rectangle ABCD d’aire la plus grande possible.

On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

*y*

*x*

1.Lorsque *x* = 3 cm ,puisque le périmètre vaut 10cms on a soit et

. L’aire du rectangle est de

2. Lorsque *x* = 4 cm ,puisque le périmètre vaut 10cms on a soit et

. L’aire du rectangle est de

3. soit et

4. On note la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de .

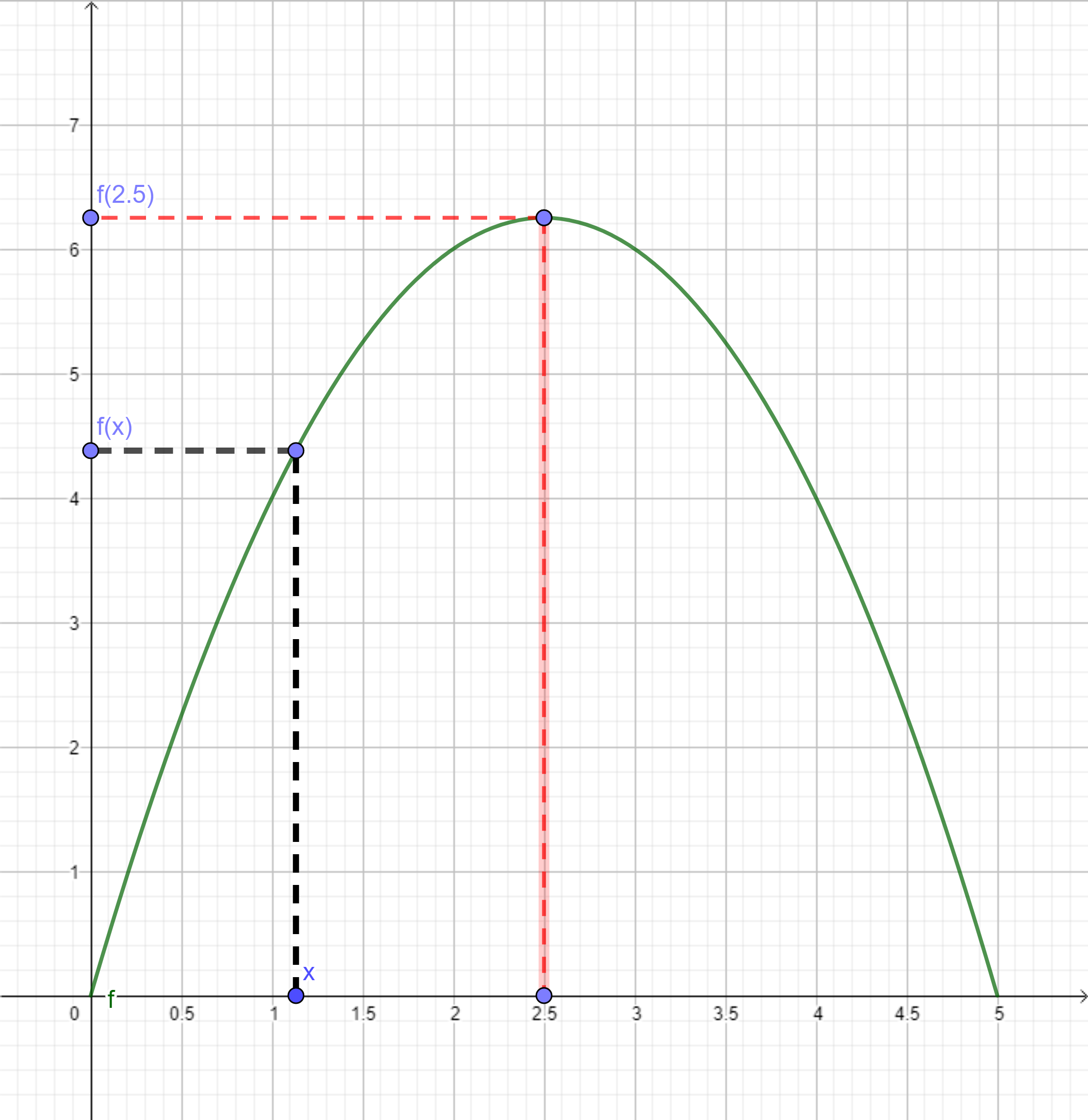
(*x*) =

5.a)Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *1* | *1,5* | *2* | *2,5* | *3* | *3,5* | *4* | *4,5* |
| (*x*) | **4** | **5,25** | **6** | **6,25** | **6** | **5,25** | **4** | **2,25** |

b)

f semble admettre un maximum en 2,5 de valeur



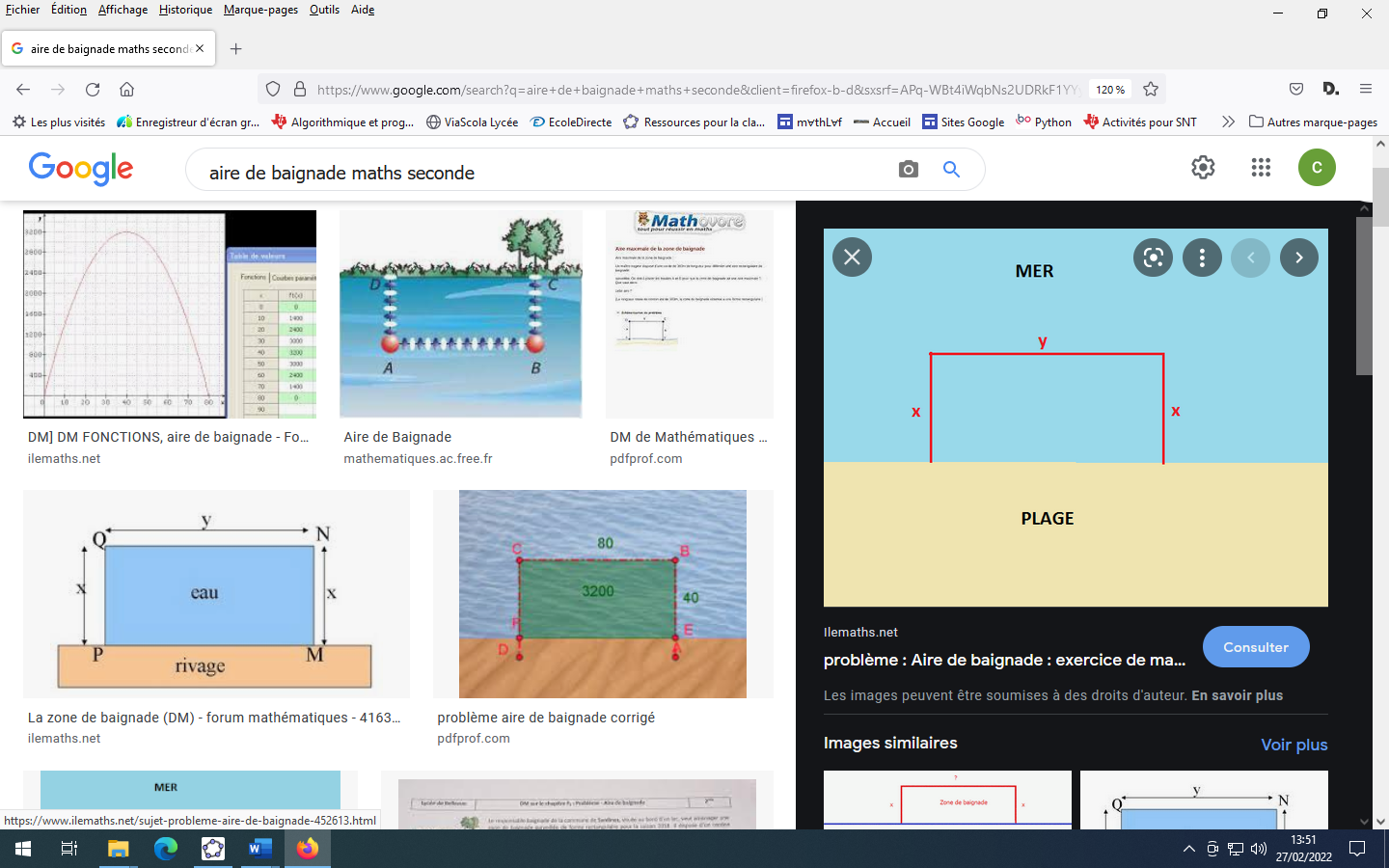
5.a)

b) .

c)Or . On en déduit que soit

f semble admettre un maximum en 2,5 de valeur

L’aire du rectangle est maximale pour un rectangle de coté et . L’aire maximale est

**Problème 2 :**

**Problématique :** avec une corde de longueur 50 mètres, on cherche à délimiter une aire de baignade la plus grande possible.

On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

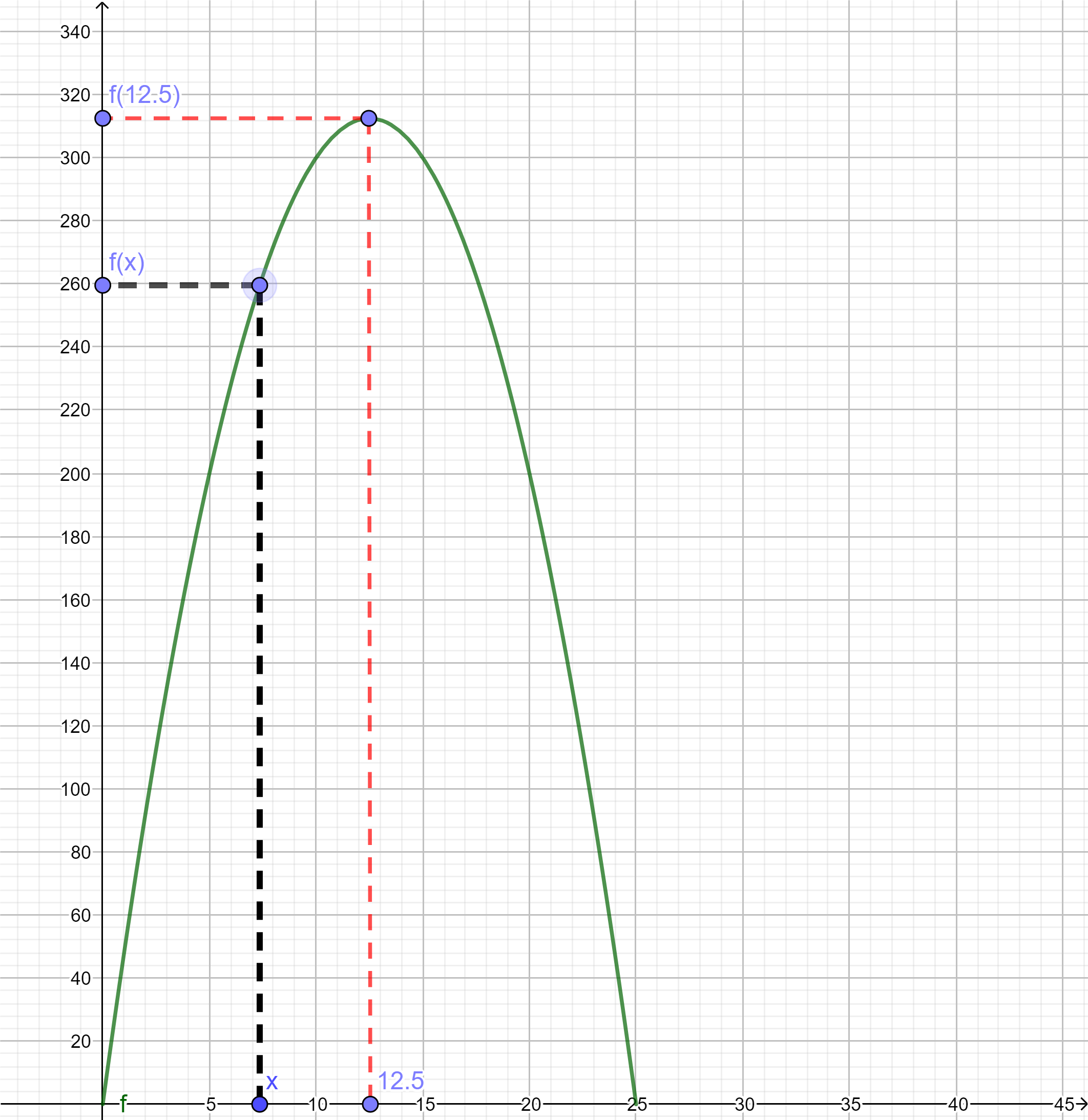
1.Lorsque *x* = 15 cm ,puisque la longueur de la corde vaut 50m on a soit et

L’aire du rectangle est de

2. soit .

3. On note la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de .

(*x*) =

4. 

f semble admettre en maximum en de valeur

5.a)

b)

.

c)Or . On en déduit que soit

L’aire du rectangle est maximale pour un rectangle de coté et . L’aire de baignade maximale est

**Problème 3 :**

**Problématique :** Yves souhaite construire un enclos rectangulaire de 144m² pour y laisser paitre ses chèvres. Cet enclos sera délimité par un grillage qu’il achète 10 € le mètre linéaire. Déterminer la dimension de l’enclos permettant de minimiser le cout de son projet.

Soit ABCD un rectangle correspond à l’enclos. On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

*y*

*144*

*x*

1.Lorsque *x* = 10 m , l’aire est 10y. Or cette aire vaut aussi 144m².

On a donc

Le périmètre est donc

Le cout sera de 488 €.

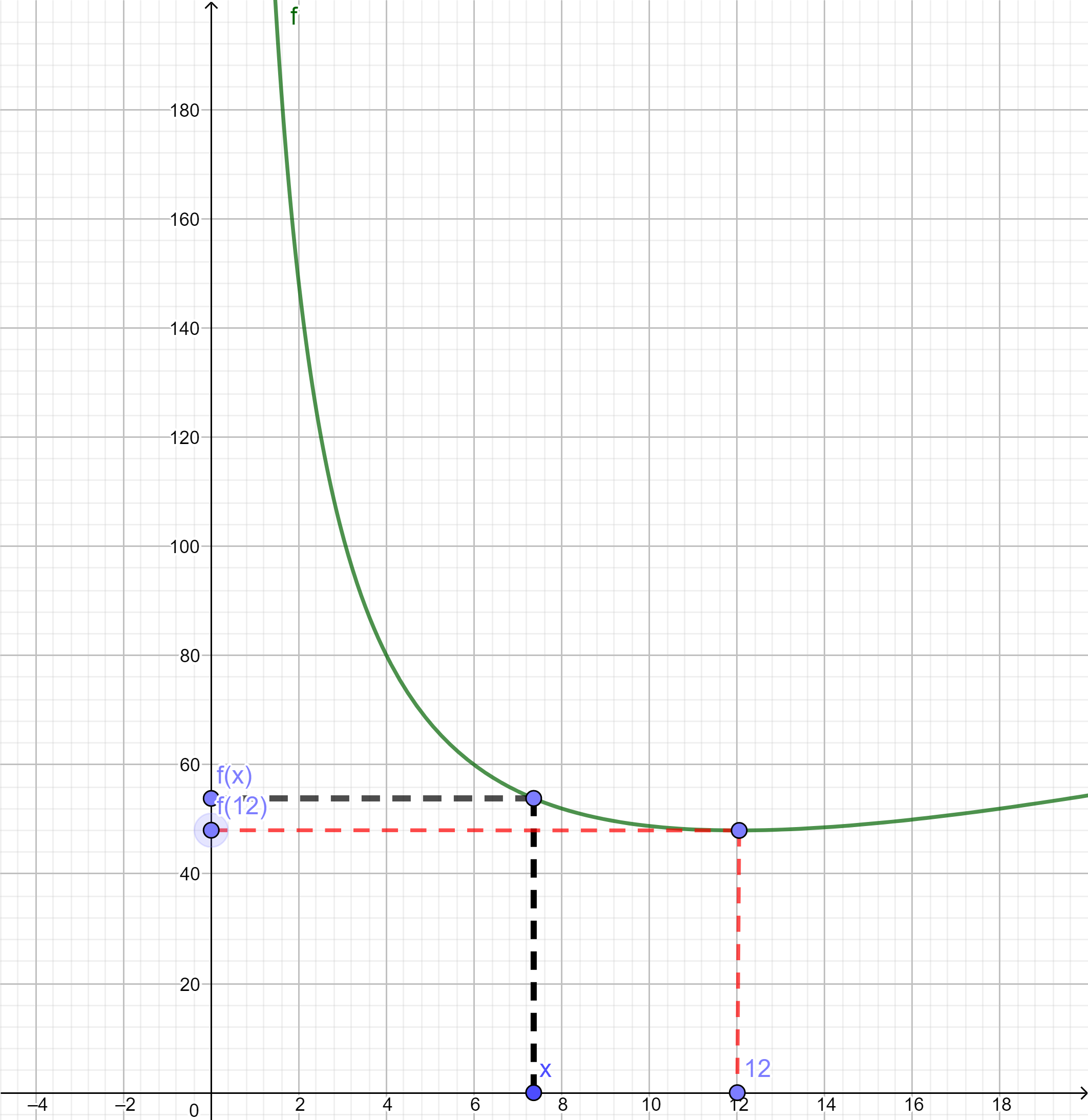
2. L’aire du rectangle est . Or cette aire vaut aussi 144m².

soit

3. On note la fonction donnant le périmètre du rectangle en fonction de .

(*x*) =

4.



f semble admettre un minimum en 12 de valeur .

5.a)

b) Or , . On en déduit que soit

f semble admettre un minimum en 12 de valeur

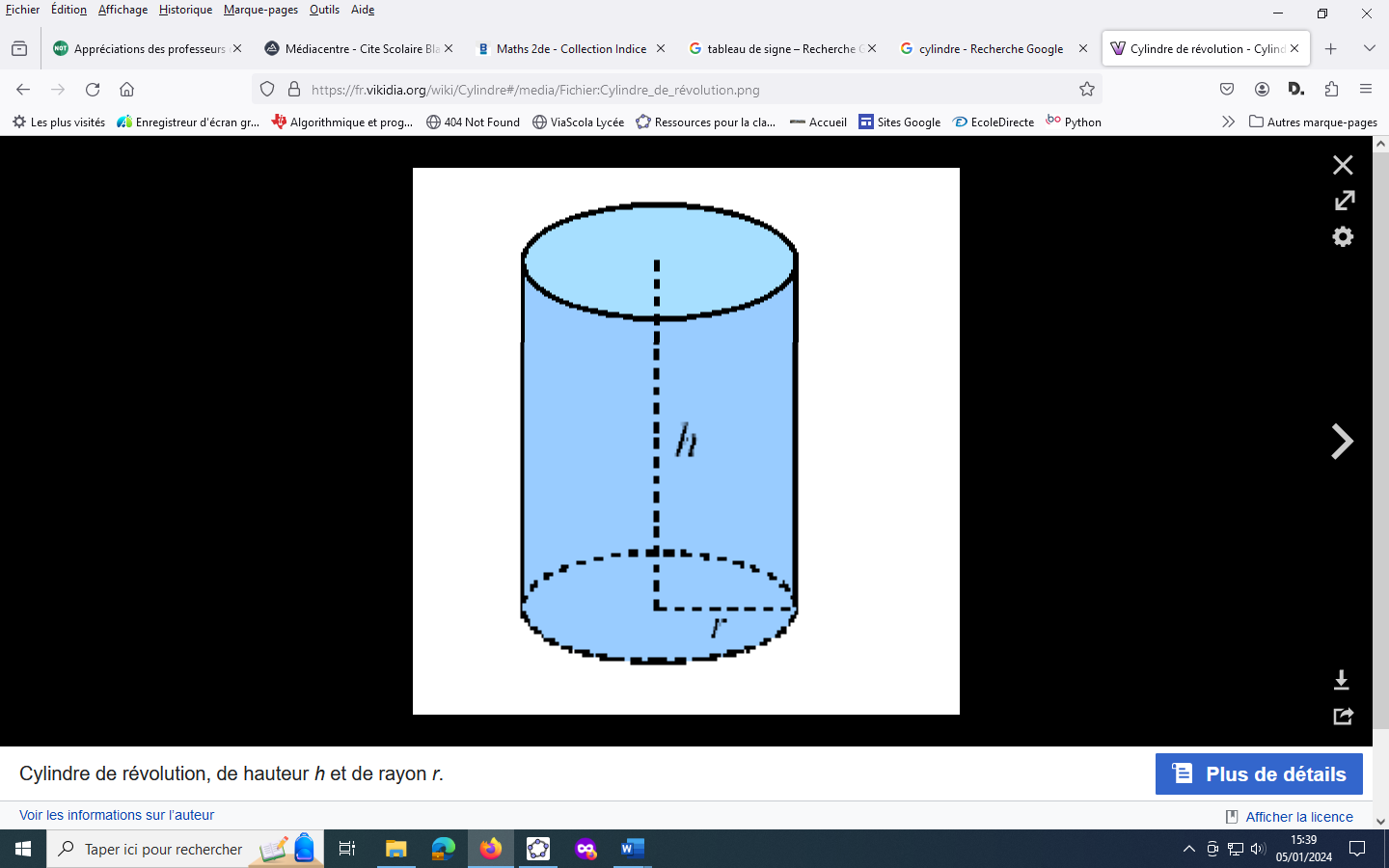
c)Le périmètre est minimale pour un rectangle de coté et .

Le périmètre minimale est

Le cout minimal sera donc de 480 €.

**Problème 5 :**

**Problématique :**

Un industriel du secteur des produits laitiers souhaite créer des pots en plastique pour conditionner le yaourt qu'il produit. Ces pots ont une contenance de 125cm3 et sont de forme cylindrique.   
On considère l'épaisseur de ce matériau constante.   
Déterminer les dimensions à donner à ce port de yaourt pour minimiser la quantité de matière plastique (ce qui revient à minimiser l’aire A de la face latérale plus l’aire de la face du dessous)

On appelle le rayon du cylindre et sa hauteur.

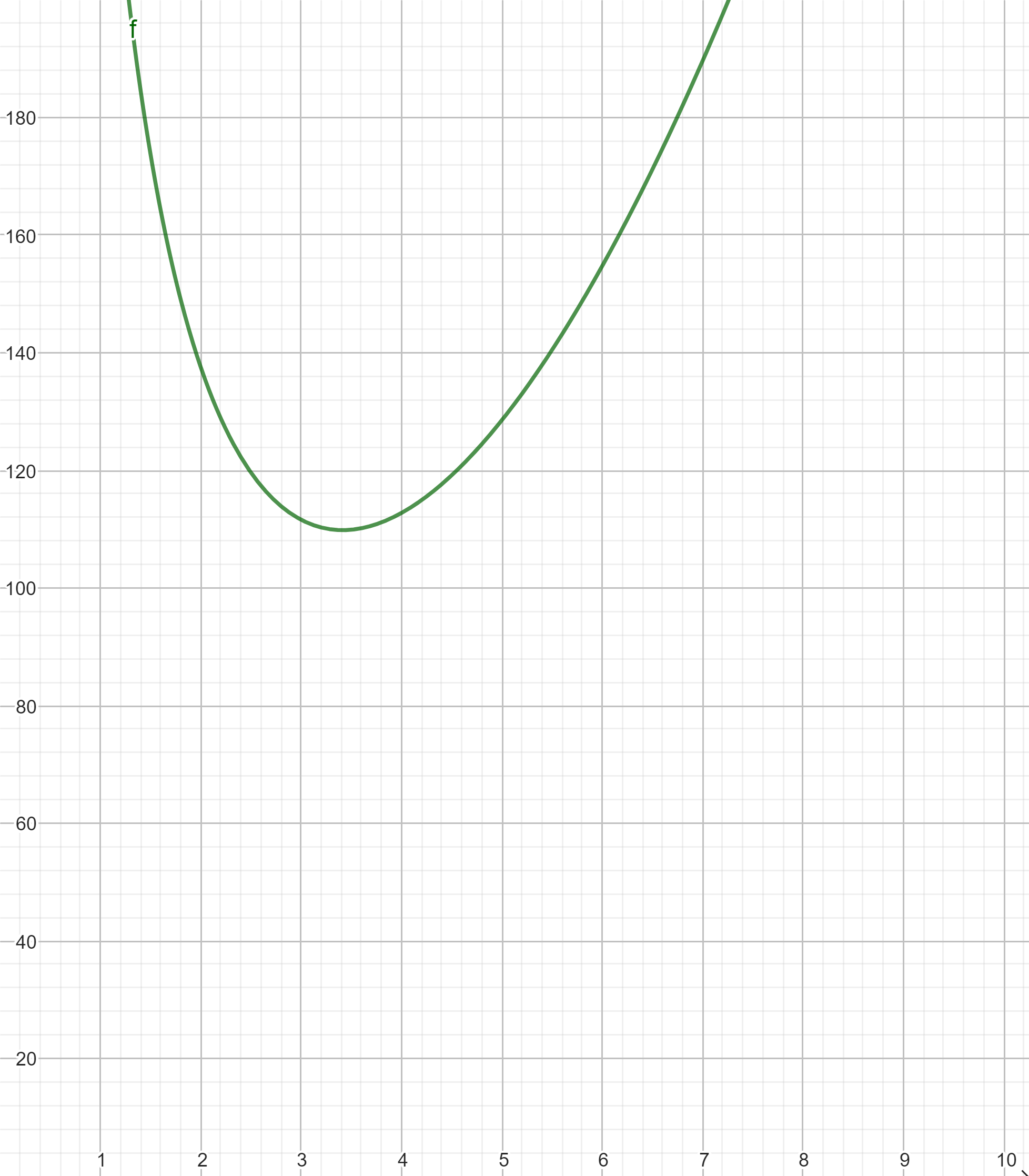
1.Le volume du cylindre est

2. *Donc* .

3. A=aire du disque de rayon r + aire de la surface latérale du cylindre

= =.

4.

4. On pose .

f semble admettre un minimum en 3,41 de valeur 109,84

5.r=3,41 ≈3,42 . Parmi les cylindres de volume 125cm3, celui qui a l’aire la plus petite a pour rayon 3,41cm e hauteur 3,42cms.