Automatisme 4 : les identités remarquables

(sur vos fiches , faire apparaitre les couleurs)

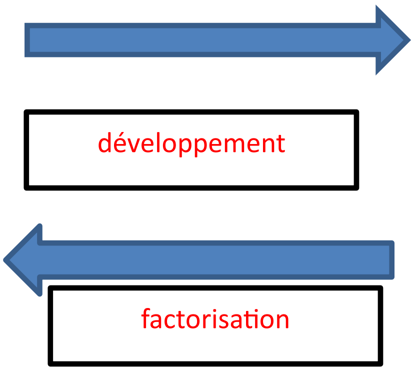
Propriétés :

Pour tous nombres a et b,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



Vidéo de le démonstration :

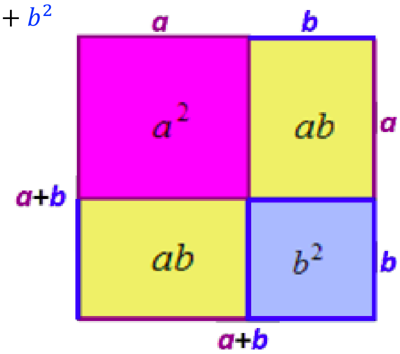
mathssa.fr/identrem.html (4 mns 30s)

Illustration géométrique de la

1ère identité remarquable :

En considérant les aires dans le carré, on a :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Application 1: développer à l'aide des identités remarquables

développer et réduire $(x + 5)^2$, $(2x - 1)(2x + 1)$ *et* $(2x - 3)^2$

$a = x \quad b = 5$ $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$ $= x^2 + 10x + 25$	$a = 2x \quad b = 1$ $(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2$ $= 4x^2 - 1$	$a = 2x \quad b = 3$ $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$ $= 4x^2 - 12x + 9$

Application 2: développer à l'aide des identités remarquables

Vidéo : mathssa.fr/devrac.html (8mns 29s)

Écrire les expressions suivantes sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b et c sont des entiers relatifs :

A = $(\sqrt{3} - 4)^2$, B = $(3 + \sqrt{5})^2$

C = $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$

← On applique les règles classiques de développement d'une expression comme on pourrait le faire sur des expressions algébriques.

Les radicaux sont alors « traités » comme l'inconnue.

$a=\sqrt{3}$ $b=4$ $A=(\sqrt{3}-4)^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times4+4^2$ $=3-8\sqrt{3}+16$ $=19-8\sqrt{3}$	$a=3$ $b=\sqrt{5}$ $B=(3+\sqrt{5})^2=(3)^2+2\times3\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$ $=9+6\sqrt{5}+5$ $=14+6\sqrt{5}$
$a=\sqrt{2}$ $b=\sqrt{5}$ $C=(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})=(\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2$ $=2-5$ $=-3$	

<u>Application</u> 4: factoriser à l'aide des identités remarquables
Vidéo : mathssa.fr/facto (13mns -16mns) et mathssa.fr/facto3 (13 mns)

$$x^2-2x+1=\overset{a^2}{x^2}-2\times x\times1+\overset{b^2}{1^2} \qquad a=x\ ,\quad b=1$$
$$=(x-1)^2$$

$$9x^2-4=\overset{a^2}{(3x)^2}-\overset{b^2}{2^2} \qquad a=3x\ ,\quad b=2$$
$$=(3x+2)(3x-2)$$

$$4x^2+4x+1=\overset{a^2}{(2x)^2}+2\times2x\times1+\overset{b^2}{1^2} \qquad a=2x\ ,\quad b=1$$
$$=(2x+1)^2$$

$$\overset{a^2}{(x-1)^2}-\overset{b^2}{(2x+3)^2}=((x-1)+(2x+3))((x-1)-(2x+3)) \qquad a=x-1\ ,\ b=2x+3$$
$$=(x-1+2x+3)(x-1-2x-3)$$
$$=(3x+2)(-x-4)$$

<u>Application</u> 5: factoriser à l'aide d'une identité remarquable et d'un facteur commun

$$3(x-2)(x+7)-2(\overset{a^2}{x^2}-\overset{b^2}{4})=3(x-2)(x+7)-2(x^2-2^2) \qquad a=x\ et\ \ b=2$$
$$=3(x-2)(x+7)-2(x-2)(x+2)$$
$$=(x-2)\times3(x+7)-(x-2)\times2(x+2)$$
$$=(x-2)(3(x+7)-2(x+2))$$
$$=(x-2)(3x+21-2x-4)$$
$$=(x-2)(x+17)$$