

Automatisme 6 : systèmes de 2 équations du 1^{er} degré à 2 inconnues

a) la méthode de substitution

Vidéo : mathssa.fr/systeme (de 3mns 52s à 8mns30s)

Méthode générale :

Dans une équation, on exprime une **inconnue** en fonction de l'autre puis on remplace cette inconnue dans la 2^{ème} équation.

Résoudre le système $(\mathcal{S}) : \begin{cases} x + 3y = 15 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$

$$(\mathcal{S}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ 2(-3y + 15) + y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -6y + 30 + y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -5y = 10 - 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ -5y = -20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 15 \\ y = \frac{-20}{-5} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \times 4 + 15 = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions de ce système est :

$$S = \{(3; 4)\}$$

b) la méthode par combinaison linéaire

Vidéo : mathssa.fr/systeme (de 8mns25s à 13mns10s)

Méthode générale :

Souvent la méthode par substitution a l'inconvénient de faire apparaître des rationnels. Une autre méthode peut être plus intéressante.

On peut « combiner » les deux équations afin de faire disparaître une inconnue dans une des deux équations.

Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$

Remarque : Ici, la méthode de substitution ne se prête pas à la résolution du système car en isolant une inconnue, on ramène les équations à des coefficients rationnels. Ce qui compliquerait considérablement les calculs.

On multiplie la première équation par 5 et la deuxième équation par 3 dans le but d'éliminer une inconnue par soustraction ou addition des deux équations.

$$\begin{array}{l} \times 5 \{ 3x - 2y = 5 \\ \times 3 \{ 5x + 3y = 2 \end{array}$$

On soustrait les deux premières équations. Ici, on élimine l'inconnue x .

$$\begin{array}{r} \{ 15x - 10y = 25 \\ - \{ 15x + 9y = 6 \\ \hline 15x - 15x - 10y - 9y = 25 - 6 \end{array}$$

On résout l'équation obtenue pour trouver l'inconnue y .

$$\begin{array}{l} -19y = 19 \\ y = -1 \end{array}$$

On substitue dans une des équations du système la valeur ainsi trouvée pour y et on calcule la valeur de l'autre inconnue.

$$\begin{array}{l} 3x - 2 \times (-1) = 5 \\ 3x + 2 = 5 \\ 3x = 5 - 2 \\ 3x = 3 \\ x = 1 \end{array}$$

L'ensemble des solutions de ce système est :

$$S = \{(1; -1)\}$$