

Chapitre 10 : probabilités

I. Expérience aléatoire – échantillonnage - loi des grands nombres

1. Univers des possibles :

Définitions :

Une **expérience** est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** que l'on ne peut pas prévoir avec certitude. L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire s'appelle l'**univers des possibles** et est **noté Ω** .

Exemples :

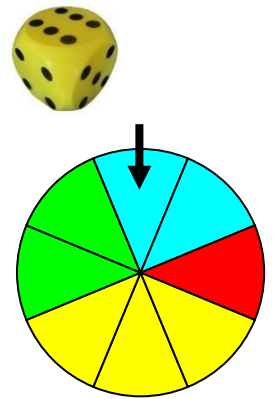
- On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure. $\Omega = \{\text{pile ; face}\}$

- On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
 $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

- On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche.

$$\Omega = \{V; B; J; R\}$$

- On lance deux pièces de monnaie équilibrées l'une de 1€ et l'autre de 2€ et on fait la somme des chiffres inscrits sur leurs faces visibles, « face comptant pour 0 »
 $\Omega = \{0; 1; 2; 3\}$



2. Arbre des possibles

Définition :

L'**arbre des possibles** est un arbre qui permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

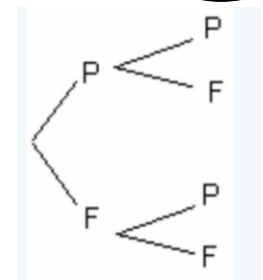
Exemples :

- Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles.
On le schématise sur l'arbre des possibles :



- On lance deux pièces de monnaie équilibrées et on observe leurs faces visibles.

$$\Omega = \{PP; PF; FP; FF\}$$



3.Echantillonnage -distribution de fréquences :

Définition :

Si on renouvelle n fois une même expérience aléatoire dans des conditions identiques, les n résultats obtenus constitue un **échantillon de taille n** .

La **fréquence de chaque issue** se calcule en divisant le nombre de fois où l'issue apparait par la taille de l'échantillon.

La **distribution de fréquences** est un tableau dans lequel on indique les issues possibles et les fréquences associées.

Exemples :

-On lance 5 fois une pièce de monnaie.

Un **échantillon de taille 5** est PFFPP

-Simulation de lancers de dé avec Python

Le programme ci-dessous permet de simuler 100 lancers d'un dé équilibré à 6 faces. (programme DE sur votre calculatrice)

La fonction **randint(1,6)** renvoie un nombre aléatoire entier de 1 à 6.

```
from random import *

for i in range(100):
    a=randint(1,6)
    print(a, end=" - ")    # end="-" permet d'avoir
                           # les résultats en ligne séparés par un tiret

*** Console de processus distant Réinitialisée ***
4 - 5 - 4 - 2 - 4 - 6 - 1 - 2 - 2 - 1 - 1 - 4 - 2 - 3 -
4 - 6 - 1 - 1 - 1 - 1 - 4 - 1 - 2 - 5 - 4 - 2 - 1 - 1 -
3 - 1 - 5 - 5 - 6 - 4 - 3 - 1 - 2 - 6 - 5 - 3 - 4 - 3 -
4 - 4 - 2 - 3 - 6 - 6 - 3 - 4 - 4 - 5 - 6 - 4 - 3 - 3 -
1 - 2 - 5 - 4 - 3 - 2 - 5 - 5 - 5 - 4 - 1 - 6 - 5 - 4 -
1 - 3 - 1 - 6 - 3 - 1 - 1 - 2 - 3 - 2 - 2 - 3 - 5 - 2 -
3 - 6 - 5 - 6 - 4 - 4 - 3 - 2 - 5 - 2 - 6 - 1 - 1 - 5 -
6 - 6 -
```

La série de nombre ci-dessus est un échantillon de taille 100.

Compléter le tableau donnant la distribution des fréquences :

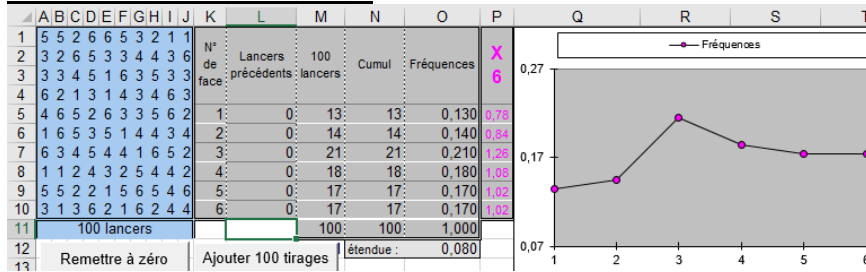
Issues	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	20	16	16	19	15	14	100
Fréquences	0,20	0,16	0,16	0,19	0,15	0,14	1

4.Simulation d'une expérience aléatoire – vers la loi des grands nombres

On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé à 6 faces. On pourra ouvrir le fichier excel 100_des à l'aide du lien : mathssa.fr/100_des

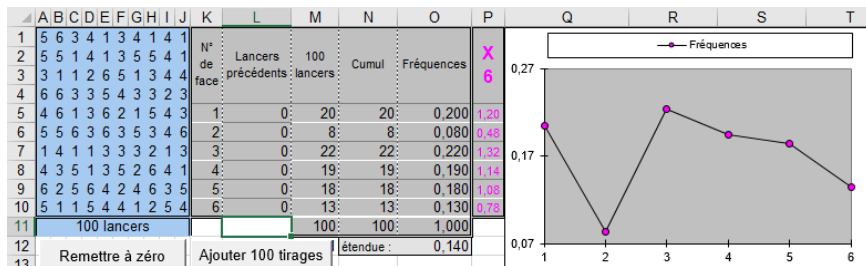
Le fichier permet d'obtenir des échantillons de taille 100 (100 lancers d'un dé à 6 faces équilibré)

1^{er} échantillon de taille 100

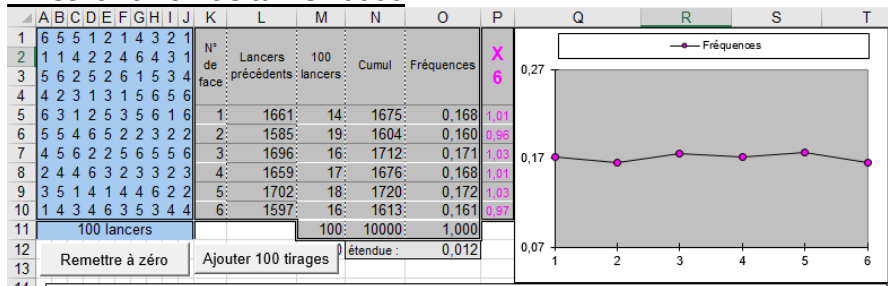


Chaque fois que l'on lance 100 fois un dé, on obtient un nouvel échantillon et une nouvelle distribution des fréquences.

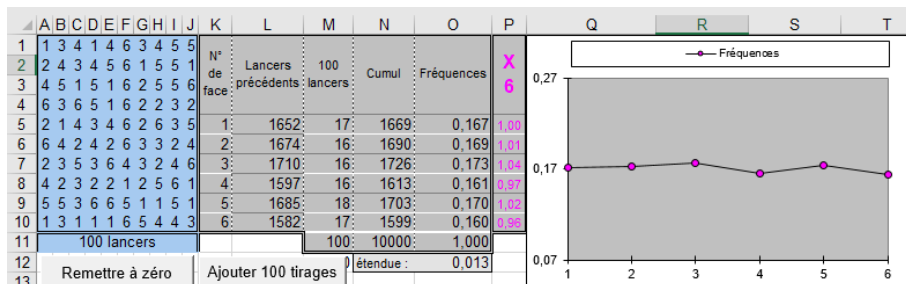
2^{ème} échantillon de taille 100



1^{er} échantillon de taille 10000



2^{ème} échantillon de taille 10000



Lorsque la taille de l'échantillon devient très grande, les fréquences se stabilisent autour de 0,17

Et avec python : on pourra ouvrir le lien mathssa.fr/simulationde.py

```

• from math import*
• from pylab import*
• from random import *

• n1=0 ; n2=0 ; n3=0 ; n4=0 ; n5=0 ; n6=0
• n=int(input("nombre de lancers:")) # nombre de lancers
• for i in range(n):
•     r=randint(1,6)
•     print(r,end=" ")
•     if r==1:
•         n1=n1+1
•     elif r==2:
•         n2=n2+1
•     elif r==3:
•         n3=n3+1
•     elif r==4:
•         n4=n4+1
•     elif r==5:
•         n5=n5+1
•     elif r==6:
•         n6=n6+1
• print("")
• print("la fréquence du 1 est :",n1/n)
• print("la fréquence du 2 est :",n2/n)
• print("la fréquence du 3 est :",n3/n)
• print("la fréquence du 4 est :",n4/n)
• print("la fréquence du 5 est :",n5/n)
• print("la fréquence du 6 est :",n6/n)
• plot([1,1],[0,n1/n])
• plot([2,2],[0,n2/n])
• plot([3,3],[0,n3/n])
• plot([4,4],[0,n4/n])
• plot([5,5],[0,n5/n])
• plot([6,6],[0,n6/n])
• show()

```

Console Python

5 3 2 5 2 5 3 3 3 4 1 2 6 2 5 1 5 5 2
5 5 4 2 6 1 6 6 1 2 6 6 5 1 1 3 6 5 2
6 4 5 6 6 1 1 4 6 5 5 2 2 4 2 4 6 6 1
5 5 6 4 5 1 2 3 1 3 1 5 2 5 5 1 5 3 4
1 4 4 3 4 4 3 6 1 6 3 1 3 5 2 4 2 6 6
4 2 3 4 2 6 3 4 4 5 2 6 4 6 6 4 6 6 3
2 4 3 1 3 6 3 4 6 5 6 3 5 3 6 3 5 5 3
1 1 4 4 4 2 1 4 3 4 2 3 4 5 5 5 1 4 4
2 5 4 4 2 6 2 3 4 3 4 3 2 5 4 5 2 5 2
6 1 6 6 5 6 5 5 1 4 5 2 2 4 3 4 5 3 1
4 1 4
la fréquence du 1 est : 0.16748
la fréquence du 2 est : 0.16817
la fréquence du 3 est : 0.16666
la fréquence du 4 est : 0.16607
la fréquence du 5 est : 0.16504
la fréquence du 6 est : 0.16658

A l'aide de la console python, compléter la distribution des fréquences d'apparition de chaque face lorsque l'on lance 100 000 fois le dé.

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Fréquences	0,16748	0,16817	0,16666	0,16607	0,16504	0,16658	1

Lorsque la taille de l'échantillon est très grande, les fréquences d'apparition sont très proches les unes des autres et proches de la fréquence théorique : $\frac{1}{6} \approx 0,166666\dots$

Fluctuation d'échantillonnage :

La distribution de fréquences d'un échantillon varie en fonction de l'échantillon.
On parle de « fluctuation d'échantillonnage »

Loi des grands nombres :

Lorsque la taille de l'échantillon n devient grand, la fréquence d'une issue se rapproche d'une fréquence théorique appelé aussi **probabilité** de l'issue.

Exemples :

- la probabilité d'obtenir pile quand on lance une pièce de monnaie équilibrée est $\frac{1}{2}$
- la probabilité de tirer un pique dans un jeu de cartes est $\frac{1}{4}$

Retour sur l'activité faite en AP : paradoxe du chevalier de Méré

Problématique : est-il avantageux, lorsqu'on joue au dé, de parier sur l'apparition d'au moins un 6 en lançant 4 fois un dé équilibré à 6 faces?

```
from random import*

effectif6=0
n=int(input())
for i in range (n):
    a=randint(1,6)
    b=randint(1,6)
    c=randint(1,6)
    d=randint(1,6)
    if a==6 or b==6 or c==6 or d==6:
        effectif6=effectif6+1
print(effectif6/n)

*** Con:
10000
0.5207
>>>
```

La simulation d'un grand nombre de lancers nous permet de répondre positivement à cette question. En effet, d'après la loi des grands nombres, la fréquence théorique du 6 est légèrement supérieure à 0,5.

Naissance des probabilités



En 1654, *Blaise Pascal* (1623 ; 1662) entretient avec *Pierre de Fermat* (1601 ; 1665) des correspondances sur le thème des jeux de hasard et d'espérance de gain qui les mènent à exposer une théorie nouvelle : les calculs de probabilités. Ils s'intéressent à la résolution de problèmes de dénombrement comme par exemple celui du *Chevalier de Méré* :

« Comment distribuer équitablement la mise à un jeu de hasard interrompu avant la fin ? »

LETTRE DE M. PASCAL A M. DE FERMAT

Le 29 juillet 1654.

Monsieur,

L'impatience me prend aussi bien qu'à vous et, quoy que je sois encore au lit, je ne puis m'empescher de vous dire que je receus hier au soir, de la part de M. de Carcavi, votre lettre sur les partys, que j'admire si fort que je ne puis vous le dire. Je n'ay pas le loisir de m'entendre, mais, en un mot, vous avez trouvé les deux partys des dez et des parties dans la parfaite justesse : j'en suis tout satisfait, car je ne doute plus maintenant que je ne sois dans la verité, apres la rencontre admirable où je me trouve avec vous.

J'admire bien davantage la methode des partys que celle des dez : j'avois vu plusieurs personnes trouver celle des dez, comme M. le Chevalier de Meré, qui est celui qui m'a proposé ces questions, et aussi M. de Roberval : mais M. de Meré n'avoit jamais pu trouver la juste valeur des parties ny de biais pour y arriver, de sorte que je me trouvois seul qui eusse connu cette proportion.

Votre methode est tres-seure et est celle qui m'est la premiere venue à la pensée dans cette recherche ; mais parce que la peine des combinaisons est excessive, j'en ay trouvé un abregé et proprement une

382 OUVRES

autre methode bien plus courte et plus nette, que je voudrois pouvoir vous dire icy en peu de mots : car je voudrois desormais vous ouvrir mon cœur, s'il se pouvoit, tant j'ay de joie de voir notre rencontre. Je voy bien que la verité est la mesme à Tolose et à Paris'.

Voicy à peu près comme je fais pour sçavoir la valeur de chacune des parties, quand deux joüeurs joüent, par exemple, en trois parties, et chacun a mis 32 pistoles au jeu :

Posons que le premier en ait deux et l'autre une ; ils joüent maintenant une partie, dont le sort est tel que, si le premier la gagne, il gagne tout l'argent qui est au jeu, savoir, 64 pistoles ; si l'autre la gagne, ils sont deux parties à deux parties, et par consequent, s'ils veulent se separer, il faut qu'ils retirent chacun leur mise, sçavoir, chacun 32 pistoles.

mathssa.fr/pascal (de 1h12mns44s à 1h16mns11s puis jusqu'à 1h21mns)

II-Loi de probabilité

1.Définition fondamentale :

Loi de probabilité :

Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ l'ensemble des issues d'une **expérience aléatoire**.

Définir une **loi de probabilité** sur Ω , c'est associer à chaque issue ω_i un nombre p_i positif ou nul de telle façon que $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$

Ce nombre p_i est appelé **probabilité** de l'issue ω_i . (on parle aussi de **probabilité élémentaire**)

Modéliser une expérience aléatoire à valeurs dans Ω (c'est à dire pour laquelle les issues sont des éléments de Ω), c'est choisir une **loi de probabilité** sur Ω .

On présente une **loi de probabilité** sous la forme d'un tableau.

issues	ω_1	ω_2	...	ω_n
probabilités	p_1	p_2	...	p_n

Exemples :

1. Le tableau ci-dessous représente il une **loi de probabilité** ?

issues	1	2	3	4
probabilités	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12} \neq 1$. Le tableau ne modélise pas une loi de probabilité !

2. Le tableau ci-dessous représente il une **loi de probabilité** ?

issues	1	2	3	4	5	6
probabilités	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1

$0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,1 + 0,2 + 0,1 = 1$. Le tableau modélise une loi de probabilité !

3. On lance un dé à 6 faces truqué.

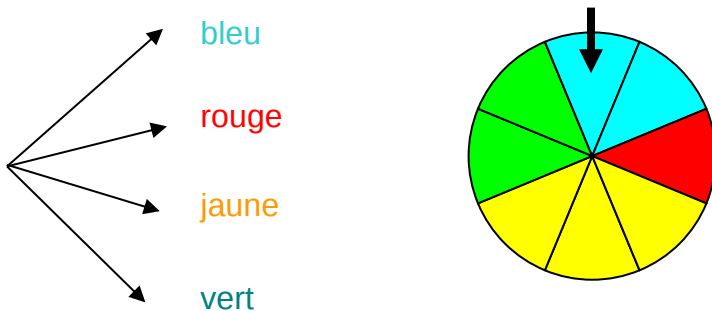
On suppose que le tableau ci-dessous représente une **loi de probabilité**. Détermine x .

issues	1	2	3	4	5	6
probabilités	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	x	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + x + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = 1 \quad \text{soit} \quad \frac{3}{12} + \frac{2}{12} + x + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{12}{12}$$

$$\text{Soit } \frac{10}{12} + x = \frac{12}{12} \quad \text{soit } x = \frac{12}{12} - \frac{10}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

4.



Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. La loi de probabilité est donnée par le tableau :

issues	B	R	J	V
probabilités	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$

2. Loi de probabilité équirépartie

Définition : une loi de probabilité est **équirépartie** lorsque les probabilités des issues sont égales. On dit aussi que l'on est dans une **situation d'équiprobabilité**.

Dans ce cas, la probabilité d'une issue est $\frac{1}{n}$ où n est le nombre total d'issues.

issues	ω_1	ω_2	...	ω_n
probabilités	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	...	$\frac{1}{n}$

Exemple1 : On lance une pièce de monnaie **équilibrée**.

La loi de probabilité est elle équirépartie ?

issues	pile	face
probabilités	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

La loi de probabilité est équirépartie !

Exemple2 : Une urne contient 7 boules indiscernables au toucher.

a) On tire une boule dans cette urne.

La loi de probabilité associée est elle équirépartie ?

issues	1	2	3	4	5	6	7
probabilités	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

La loi de probabilité est équirépartie !

b) On suppose que l'urne contient 4 boules rouges et 3 boules noires. On tire une boule dans cette urne et on note la couleur. La loi de probabilité associée est elle équirépartie ?

issues	rouge	noire
probabilités	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{7}$

La loi de probabilité n'est pas équirépartie !

III-Probabilité d'un évènement

1. Notion d'évènement- vocabulaire

Définitions :

Un **évènement** est constitué de plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Un **évènement élémentaire** est un évènement composé d'une seule issue.

L'**évènement impossible** est un évènement composé d'aucune issue c'est-à-dire l'**ensemble vide**.

L'**évènement certain** est un évènement composé de toutes les issues c'est à dire l'**ensemble Ω** .

Une **loi de probabilité** étant définie sur l'**univers Ω** , la **probabilité** d'un évènement A est la somme des probabilités des issues qui composent cet évènement. On note cette probabilité $P(A)$.

Conséquences immédiates

- $P(\emptyset) = 0$ et $P(\Omega) = 1$
- Pour tout évènement A, $0 \leq P(A) \leq 1$

Exemple 1 : l'expérience consiste à lancer un dé à 6 faces et à noter le numéro écrit sur la face supérieure. Voici la loi de probabilité associée à cette expérience.

1	2	3	4	5	6
0,12	0,16	0,2	0,17	0,14	0,21

Est-il plus probable avec ce dé d'obtenir un résultat pair qu'un résultat impair ?

$A = \text{« obtenir un résultat pair »} = \{2 ; 4 ; 6\}$ $P(A) = 0,16 + 0,17 + 0,21 = 0,54$

$B = \text{« obtenir un résultat impair »} = \{1 ; 3 ; 5\}$ $P(B) = 0,12 + 0,20 + 0,14 = 0,46$

$P(A) > P(B)$. Il est donc plus probable d'obtenir un résultat pair qu'un résultat impair.

Exemple 2: On lance un dé **équilibré** et on lit le numéro sur la face supérieure.

1. Donner la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire. Comment appelle t'on cette loi ?

2. Soit les événements A : « obtenir un multiple de 3 » et B : « obtenir un nombre pair »

a) Donner les issues composant A et B ?

b) Calculer $P(A)$ et $P(B)$

1.

issues	1	2	3	4	5	6
probabilités	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

La loi de probabilité est équirépartie.

2.a) $A = \{3 ; 6\}$ $B = \{2 ; 4 ; 6\}$

b) $P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Remarque : on observe que cette répétition de $1/6$ dans la somme peut-être évité , et cela deviendrait encore plus intéressant avec un nombre d'issues possibles plus grand. Donc dans le cas d'équiprobabilité, on va chercher à disposer d'une formule pour aller plus vite.

2. Cas de l'équiprobabilité

Théorème :

Dans une situation **d'équiprobabilité** (cad la loi est **équirépartie**) , la probabilité d'un événement A est donnée par :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui composent } A}{\text{nombre d'issues}} = \frac{\text{nombre de cas favorables à } A}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Preuve : admis

Exemple : une urne contient 11 boules indiscernables au toucher : 4 boules blanches et 7 boules noires. On tire une boule de l'urne (**sans se soucier de la couleur**)

1. Déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience aléatoire.
2. Soit A l'évènement A : « la boule tirée est blanche ». Calculer en justifiant P(A).

1.

issues	1	2		11
probabilités	1/11	1/11		1/11

La loi de probabilité est équirépartie.

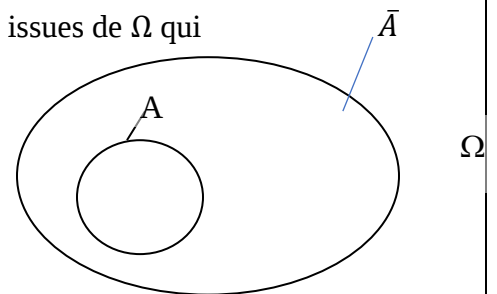
$$2. P(A) = \frac{4}{11} \quad (= \frac{\text{nombre d'issues qui composent } A}{\text{nombre d'issues}})$$

3. Evènement contraire

Définition :

L'**évènement contraire** de A est l'évènement noté $\bar{A}$ qui contient toutes les issues de Ω qui n'appartiennent pas à A.

Propriété : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ et $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

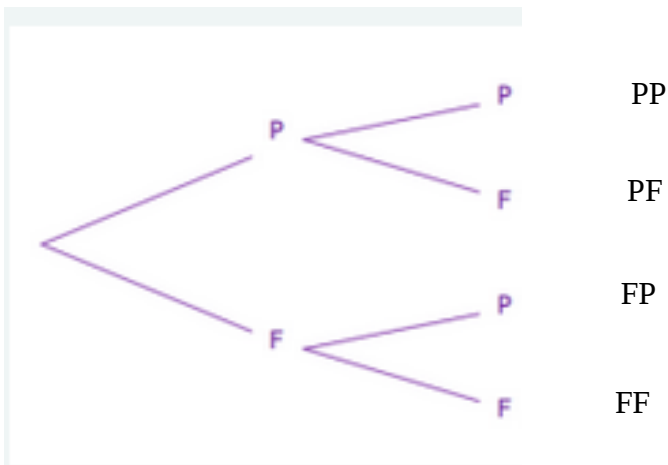


Preuve : admis

Exemple : On lance 2 pièces de monnaie équilibrées.

A est l'évènement « obtenir au moins un pile »

Illustrer la situation à l'aide d'un arbre des possibles.



La loi de probabilité est équirépartie

$$A = \{PP ; PF ; FP\} \quad P(A) = \frac{3}{4}$$

$\bar{A}$ est l'évènement « ne pas obtenir de pile »

$$\bar{A} = \{FF\} \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{4}$$

IV-Probabilité de la réunion et de l'intersection de deux évènements

1.Intersection et réunion d'évènements :

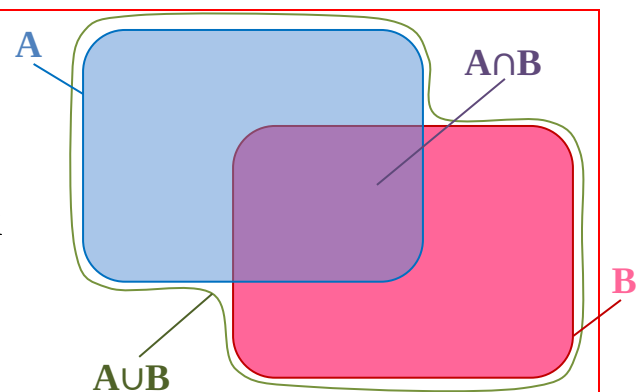
Définitions :

L'évènement "A et B", noté $A \cap B$, est l'ensemble des issues qui appartiennent à A **et** à B.

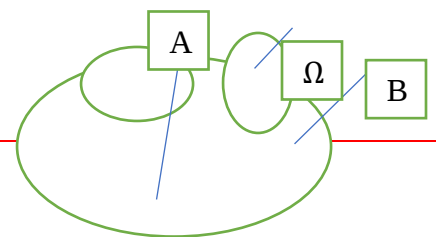
(on dit aussi que c'est l'ensemble des issues qui réalisent simultanément A et B)

L'évènement "A ou B", noté $A \cup B$, est l'ensemble des issues qui appartiennent à A **ou** à B.

(on dit aussi que c'est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B)



On dit que deux évènements A et B sont **incompatibles** si $A \cap B = \emptyset$.

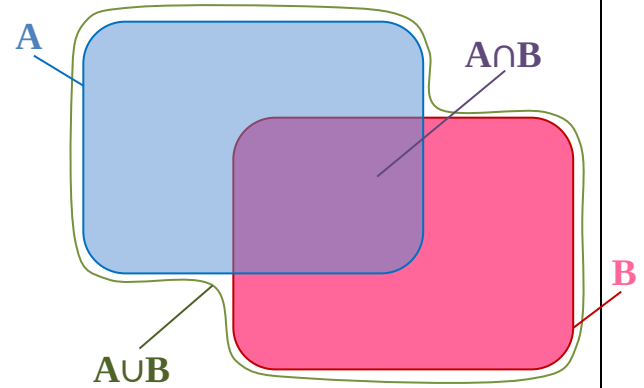


2.Probabilité d'une réunion

Théorème :

Si A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire, alors :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Idee de la preuve : $A \cup B$ s'obtient en rassemblant A et B privé de $A \cap B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Application :

Vidéo mathssa.fr/prob.html (6 mns)

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.

On considère les événements suivants :

A : « On obtient un nombre impair »

B : « On obtient un multiple de 3 »

Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ et } P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$A \cap B$ est l'événement élémentaire : « On obtient un 3 », donc : $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

L'événement $A \cup B$ a donc pour probabilité :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Corollaires:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

Si deux événements A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Preuve (2^{ème} partie): $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(\emptyset) = P(A) + P(B)$

Exemple :

On considère l'expérience aléatoire suivante : on tire une carte dans un jeu de 32 cartes à jouer.

On considère les événements suivants : A : « On tire un valet » et B : « On tire un roi » .

Les deux événements A et B sont incompatibles, en effet $A \cap B = \emptyset$.

On en déduit que la probabilité de l'événement « Tirer un valet ou un roi » est égale à :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

Exercice corrigé :

1. Soit un univers Ω et deux événements A et B tels que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ et

$P(A \cap B) = 0,2$.

- a) A et B sont-ils contraires ? Justifier.
- b) A et B sont-ils incompatibles ? Justifier.
- c) Calculer $P(A \cup B)$, $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$ et $P(\overline{A \cup B})$.

a) Raisonnons par l'absurde.

Supposons que $B = \bar{A}$ alors $P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$ or $P(B) = 0,3$

Contradiction ! A et B ne sont donc pas contraires.

b) Raisonnons par l'absurde.

Supposons que A et B soient incompatibles alors $A \cap B = \emptyset$ et donc $P(A \cap B) = 0$ or $P(A \cap B) = 0,2$

Contradiction ! A et B ne sont donc pas incompatibles

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,3 - 0,2 = 0,6$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

2. On tire une carte dans un jeu de trente-deux cartes bien battues. Quelle est la probabilité que la carte tirée :

- a) soit un cœur ? soit une dame ?
- b) soit un cœur et une dame ? soit un cœur ou une dame ?
- c) ne soit pas un cœur ? ne soit pas une dame ?
- d) ne soit ni un cœur ni une dame ?

On note les événements A : « la carte tirée est un cœur » , B : « la carte tirée est une dame » et C : « la carte tirée n'est ni un cœur, ni une dame ».

La loi de probabilité est équirépartie.

a) $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ ($= \frac{\text{nombre d'issues qui composent A}}{\text{nombre d'issues}}$) $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ ($= \frac{\text{nombre d'issues qui composent B}}{\text{nombre d'issues}}$)

b) $P(A \cap B) = \frac{1}{32}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

c) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

d) C : « la carte tirée n'est pas un cœur et n'est pas une dame » $C = \bar{A} \cap \bar{B}$ ($= \overline{A \cup B}$)

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{32} = \frac{32}{32} - \frac{11}{32} = \frac{21}{32}$$