**CHAPITRE 12 – Les vecteurs 3èmepartie**

**Rappels sur les coordonnées :**

|  |
| --- |
| **Propriétés :**  Soit deux vecteurs de coordonnées et et soit un réel.   * le vecteur a pour coordonnées   (l’abscisse d’une somme de vecteurs est la somme des abscisses , et l’ordonnée est la somme des ordonnées)   * le vecteur a pour coordonnées   Soit A et B deux points de coordonnées et dans un repère (O, *,*).  Alors :   * le vecteur a pour coordonnées . * le point I milieu du segment [AB] a pour coordonnées I()   (l’abscisse du milieu est la **moyenne des abscisses** des points A et B ,l’ordonnée du milieu est la **moyenne des ordonnées** des points A et B) |

Exemple : soit

Déterminer les coordonnées du vecteur point I milieu de [AB].

soit I() soit I()

**I-Norme d’un vecteur – longueur d’un segment**

Dans cette partie, on se donne un repère (O ; , )**orthonormé** du plan.

1. **Formules de la norme**

Exemple : calculer la norme du vecteur

C

B

A

**O**

On se sert du triangle ABC rectangle en B et on applique le théorème de Pythagore.

= soit

|  |
| --- |
| **Propriété:**  Soit un vecteur de coordonnées alors . |

Preuve :

M

H

O

Soit ) un vecteur de représentant

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en M :

donc

**Remarque :** ces résultats ne s’appliquent que dans le plan muni d’un **repère orthonormal** !

**Exemple :**soit

**Exercice d’application:**

On se place dans un repère orthonormé.

1.soit Déterminer la norme de

2.Soit . Déterminer les coordonnées du vecteur puis la longueur AB.

On calcule les coordonnées du vecteur (2-3 ;-2-2) soit )

Puis on applique la formule de la norme

|  |
| --- |
| **Corollaire (longueur d’un segment) :**  Soit A et B deux points du plan de coordonnées  Alors |

**Preuve :**

Si ( ) alors

Exemple : Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; , ).

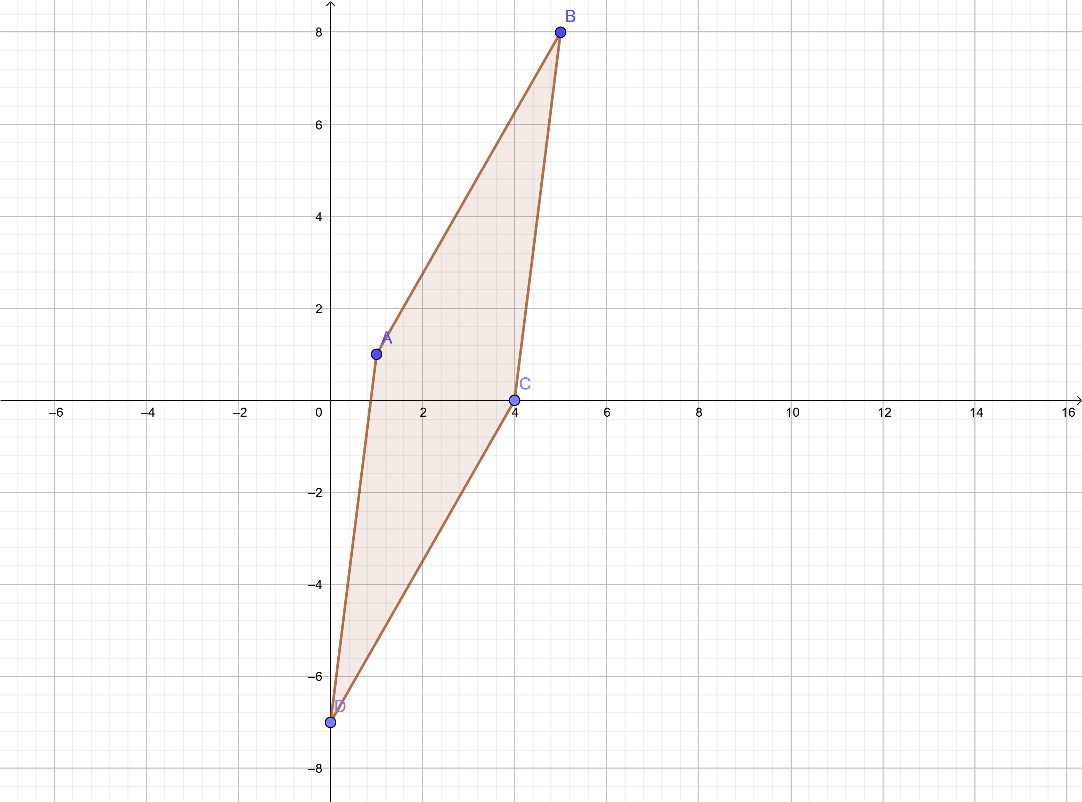
Soit . Déterminer la longueur AB.

[vidéo :](https://www.youtube.com/watch?v=pP8ebg8W9o8) mathssa.fr/vecteurs14 (3 mns )

==

Remarque : En pratique ,on peut se passer de la formule précédente , en appliquant la formule de la norme.

**3.Exercice corrigé :**

On se donne un repère (O ; ,) **orthonormé** du plan.

Soit A , B , C et D quatre points du plan de coordonnées respectives

1. Quelle conjecture peut-on émettre concernant le quadrilatère ABCD ?
2. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
3. Démontrer que ABCD est un losange.

1.Il semble que ABCD soit un losange

2.Calculons les coordonnées des vecteurs et .

Comme les vecteurs et ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux. Par conséquent, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

3. Calculons les longueurs AB et AD .

Ainsi

ABCD est un parallélogramme qui a deux cotés consécutifs égaux AB et AD. C’est donc un losange.

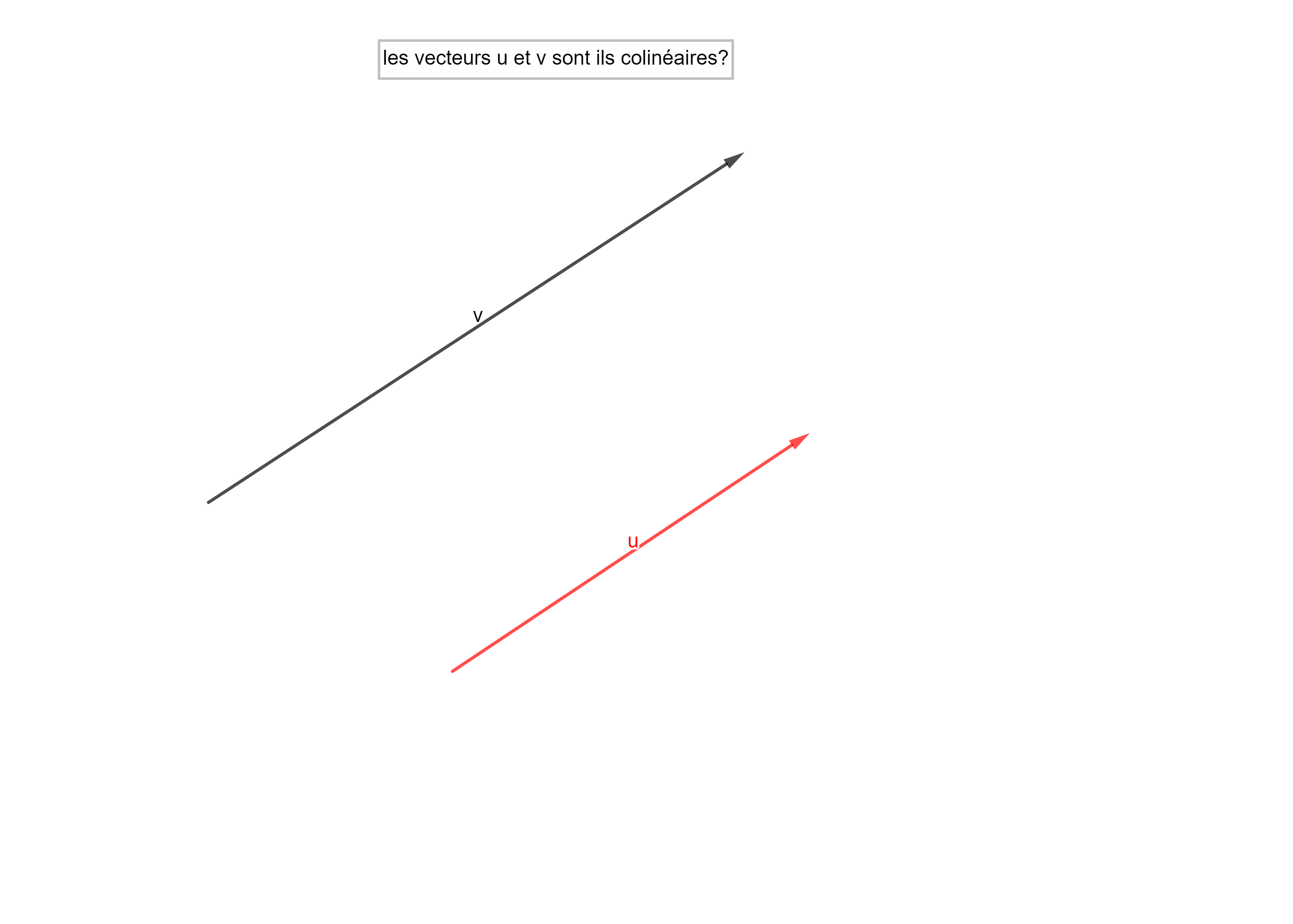
**II-Vecteurs colinéaires : caractérisation vectorielle et application**

**1.Rappel :**

|  |
| --- |
| **Définition :**  Deux vecteurs et non nuls sont **colinéaires** si et seulement si ils ont la même direction. |

Exemple : dire si les vecteurs et sont colinéaires

et ne sont pas colinéaires et sont colinéaires = 2

****

Il est difficile de dire si les vecteurs sont colinéaires ou non par simple lecture graphique. Il nous faut donc un outil nous permettant de déterminer si deux vecteurs sont colinéaires ou non.

**2.Caractérisation vectorielle de la colinéarité**

|  |
| --- |
| **Propriété:**  Les vecteurs non nuls et sont **colinéaires** si et seulement si il existe un réel *k* non nul tel que = |

**Remarque :** on dit de façon abusive que deux vecteurs colinéaires sont « proportionnels »

|  |
| --- |
| **Propriété  :**Soit A,B,C et D quatre points.   * Les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** si et seulement si les vecteurs et sont colinéaires.   A  B C   * Les points A,B et C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs et sont colinéaires. |

**Remarque :** en fait, trois points sont alignés si deux vecteurs « formés » à partir de ces trois points sont colinéaires.

**3. Exercice type : montrer l’alignement ou le parallélisme à l’aide de la colinéarité vectorielle**

Soit ABCD un parallélogramme. Placer E et F tels que et .

1. Compléter la figure.



E

**Chemins connus :**

et

F

2.Exprimer le vecteur en fonction des vecteurs et  .

(idée :partir du 1er vecteur et faire intervenir les « chemins connus » à l’aide de la relation de Chasles)

or et

3.Exprimer le vecteur en fonction des vecteurs et  .

(idée :partir du 1er vecteur et faire intervenir les « chemins connus » à l’aide de la relation de Chasles)

or et

3.En déduire que les vecteurs et sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

On a

Par conséquent , les vecteurs et sont colinéaires.

On en déduit donc que les points C,E et F sont alignés.

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

**III-Vecteurs colinéaires : caractérisation analytique et application**

Dans cette partie, on se donne un repère (O ; ,) du plan

**1. Caractérisation de la colinéarité à l’aide des coordonnées:**

Exercice :Soit ) et ) . Les vecteurs et sont-ils colinéaires ?

Les vecteurs et sont colinéaires lorsque les vecteurs sont proportionnels donc lorsque leurs coordonnées le sont aussi !

Ecrivons les coordonnées dans un tableau de proportionnalité :

On doit avoir ce qui est le cas !!!!

**Essayons de généraliser**

Soit deux vecteurs de coordonnées et .

Les vecteurs et sont colinéaires lorsque les vecteurs sont proportionnels donc lorsque leurs coordonnées le sont aussi !

Ecrivons les coordonnées dans un tableau de proportionnalité :

On doit avoir et donc

|  |
| --- |
| **Définition :**  Soit deux vecteurs de coordonnées et .  Le **déterminant** des vecteurs  est le réel d()= |

Exemple : Soit deux vecteurs de coordonnées et .

Calculer le déterminant des vecteurs .

d()=

|  |
| --- |
| **Théorème :**  Soit deux vecteurs de coordonnées et .  sont colinéaires si et seulement si d( |

Preuve :

deux vecteurs de coordonnées et . (on suppose que n’est pas le vecteur nul)

det()=

sont colinéaires  il existe un réel k tel que



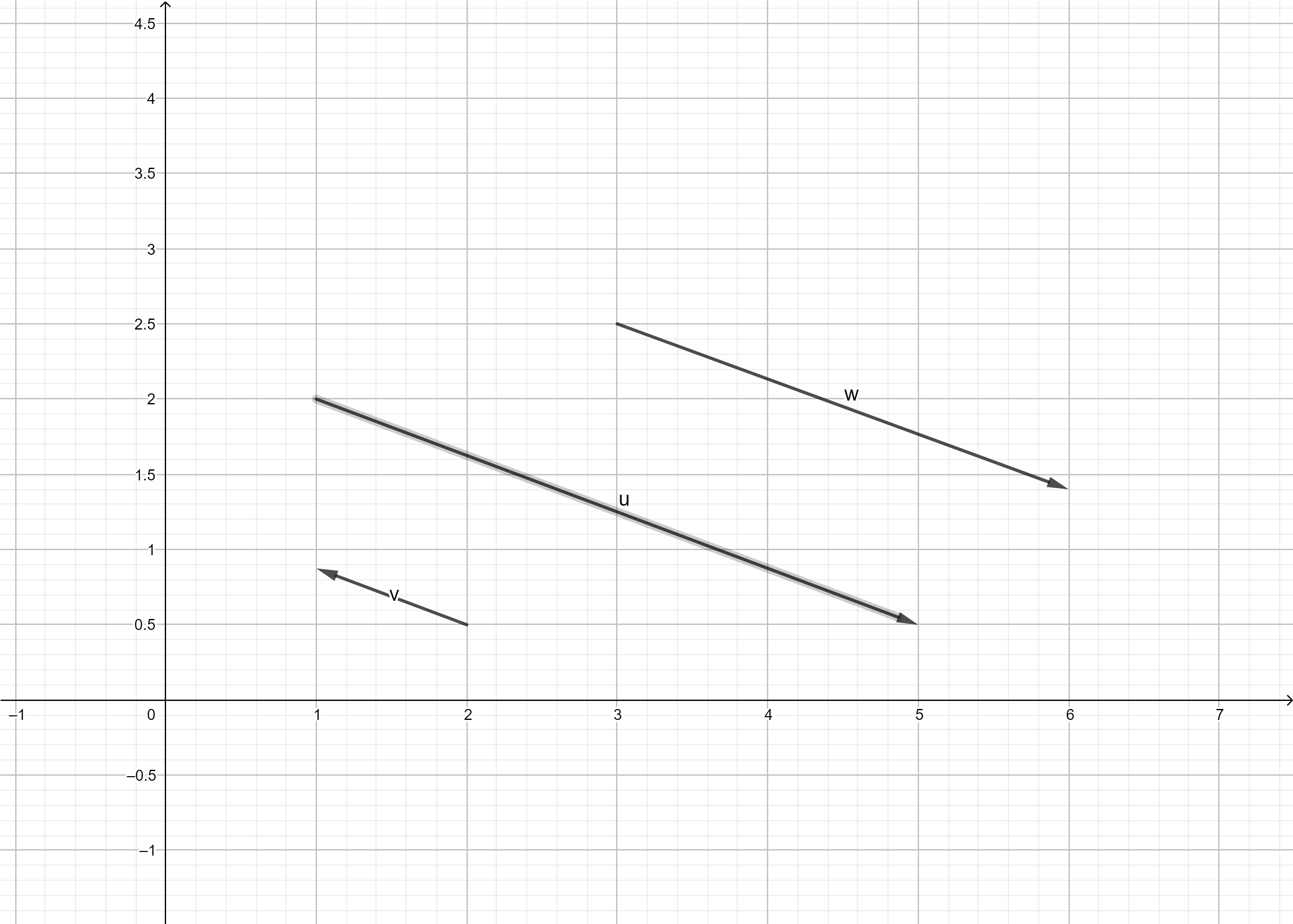








Exemple :



Soit et trois vecteurs de coordonnées , .

a)Les vecteurs sont-ils colinéaires ? Justifier.

b) Les vecteurs sont ils colinéaires ? Justifier.

a) d()=

Comme d()=0 alors les vecteurs sont colinéaires.

b) d()=

Comme d()≠0 alors les vecteurs ne sont pas colinéaires.

Exercice  :Soit deux vecteurs de coordonnées et .

Déterminer le réel *x* tel que sont colinéaires.

sont colinéaires équivaut à det()=0

équivaut à =0

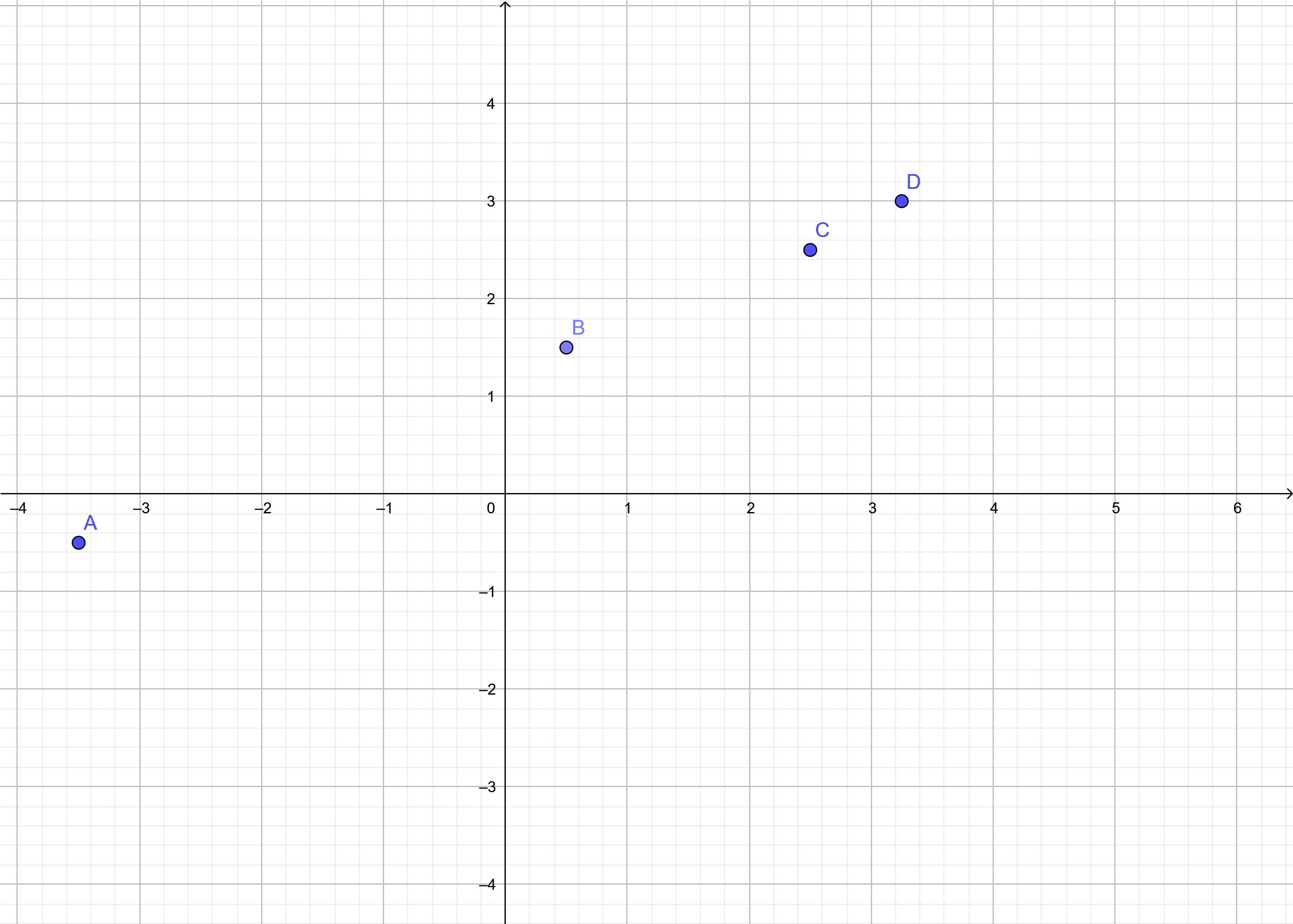
équivaut à

équivaut à

équivaut à

équivaut à

**2. Exercice type : montrer l’alignement ou le parallélisme à l’aide de la colinéarité analytique**

Dans un repère (O ; , ) , on donne les points

1.Les points A,B,C sont-ils alignés ? Justifier.

2.Les points B,C et D sont-ils alignés ? Justifier.

1.On calcule les coordonnées des vecteurs

soit

soit

d()=

Comme d()=0 alors les vecteurs sont colinéaires.

Par conséquent , les points A,B et C sont alignés.

2.On calcule les coordonnées des vecteurs

soit

soit

d()=

Comme d()≠0 alors les vecteurs ne sont pas colinéaires.

Par conséquent , les points B , C et D ne sont pas alignés.