**CHAPITRE 3 – Les vecteurs 1ère partie**

**I-Définitions et premières propriétés**

**1.Notion de translation :**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (jusqu’à 7mns)

Exemple :

B

T’

T

80m Une translation est un glissement :

A - avec une direction donnée :

câble du téléphérique, la droite (AB),

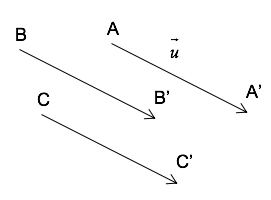
- avec un sens donné :

le téléphérique monte de A vers B,

- avec une longueur donnée : 80m, longueur AB

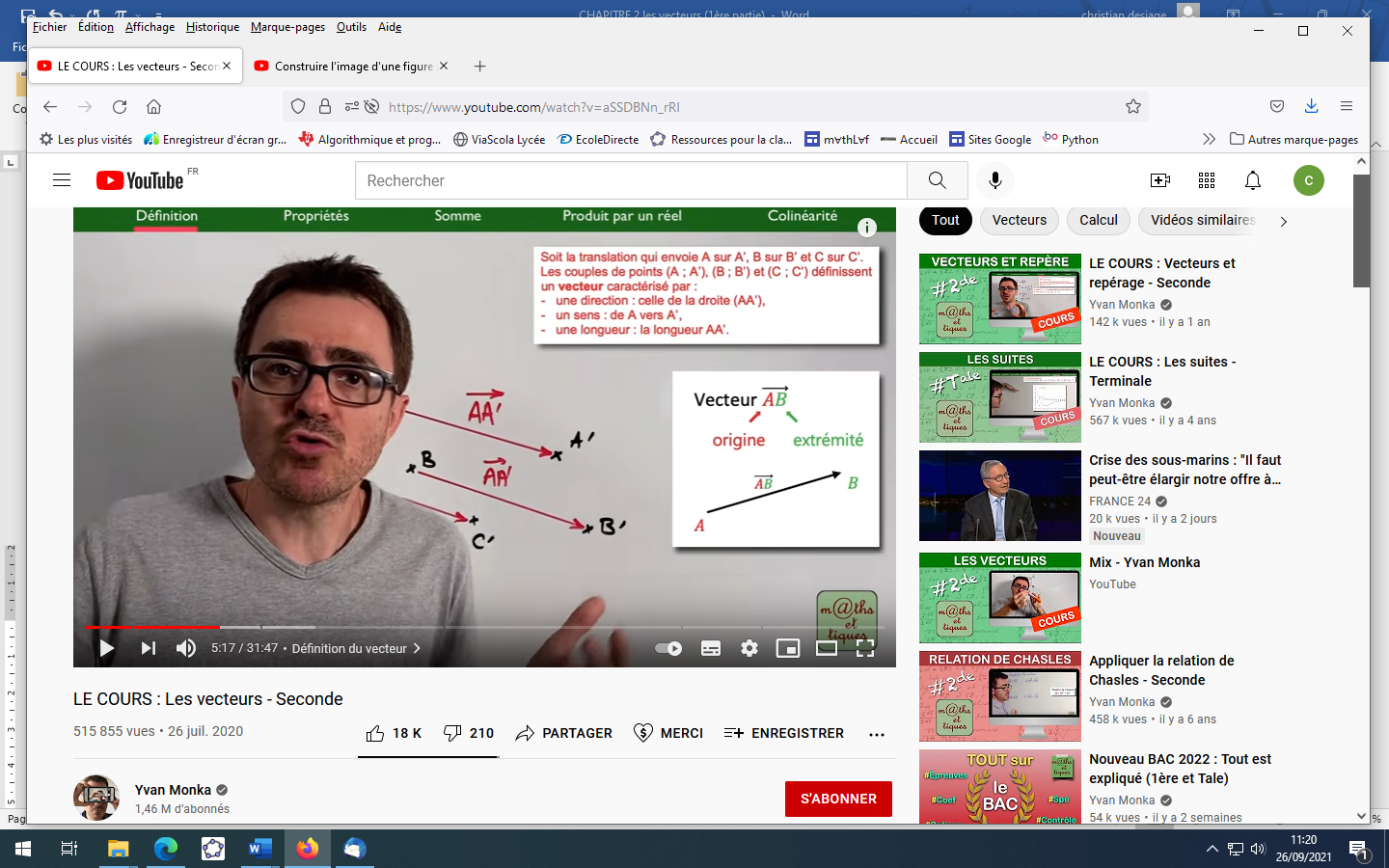
On dit que : Le téléphérique T’ est l’image du téléphérique T par la translation qui transforme A en B.

**2.Notion de vecteurs :**

****

|  |
| --- |
| **Définition :**  **Définition :**  Soit *t* la translation qui envoie A sur A’, B sur B’ et C sur C’.  Les couples de points (A ; A’), (B ; B’) et (C ; C’) définissent un  **vecteur** caractérisé par :   * une direction : celle de la droite (AA’), * un sens : de A vers A’, * une longueur : la longueur AA’.   On note ce vecteur et on écrit : *= .*  On dit que *e*st un représentant de *.* etsont également des représentants de *.*  *=* |

**Remarques :**

* On dit que deux vecteurs ont la même direction lorsque les droites qui portent ces vecteurs sont parallèles.
* La **longueur** d’un vecteur est aussi appelée la **norme** du vecteur. La **norme** ou **longueur**d’un vecteur est notée : .
* Notion d’origine et d’extrémité :

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 11ème à la 12ème minute)

* Un vecteur dont l’origine et l’extrémité sont confondus est appelé vecteur nul et est noté

Exemple :

Lire mais ne pas rédiger !!!



« vecteur » vient du latin « vehere » (conduire, transporter)

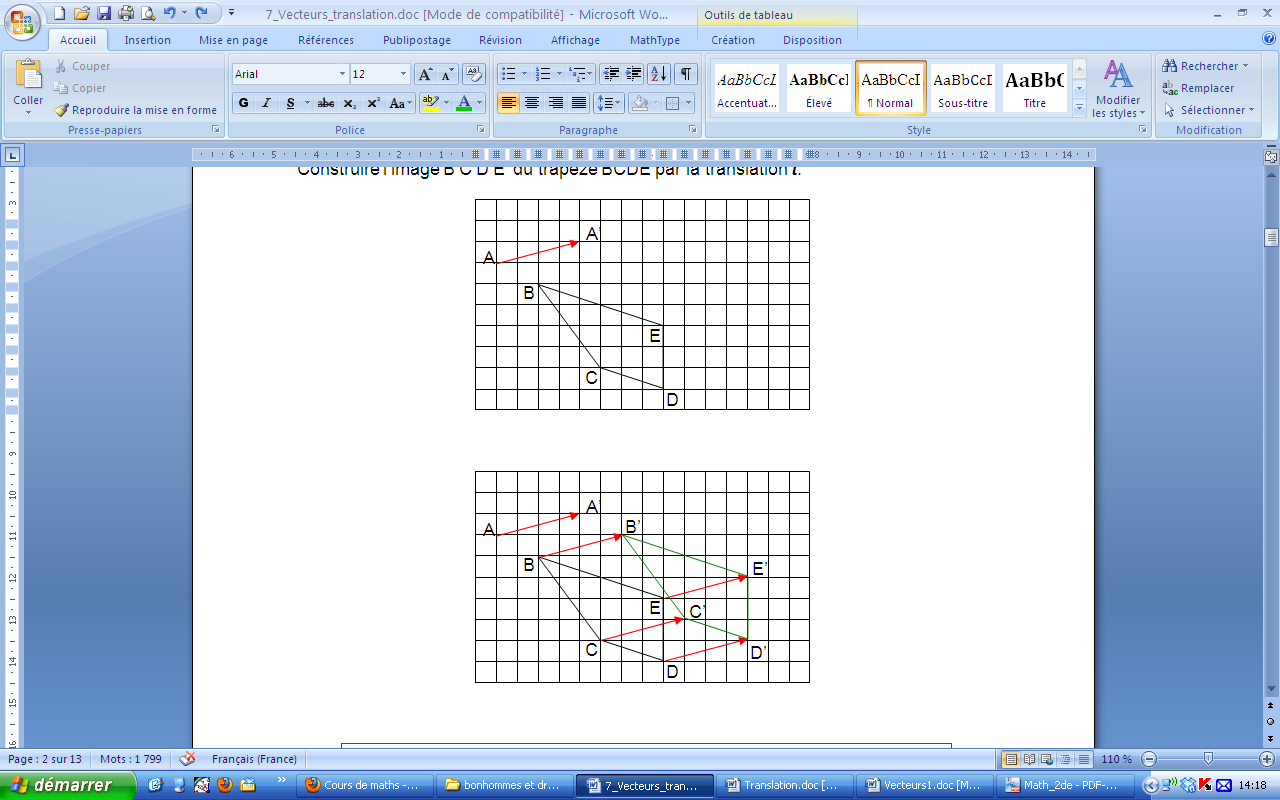
Le mot a été introduit en 1925 et la notation en 1920. A l’origine des vecteurs, un italien, ***Giusto Bellavitis*** (1803-1880) qui les désignait comme *segments équipollents*.

Méthode : Construire l’image d’une figure par une translation

Lien vidéo :[**mathssa.fr/vecteurs2**](http://www.mathssa.fr/vecteurs2) **(3mns54s)**

Soit ***t*** la translation de vecteur

Construire l’image B’C’D’E’ du trapèze BCDE par la translation ***t***.

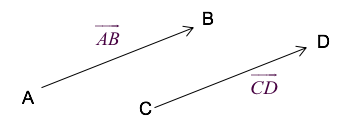


**3.Egalité de vecteurs :**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 7ème à la 10ème minute)

Exemple :Ci-dessous, on peut poser : = = .

et sont des représentants du vecteur .



|  |
| --- |
| **Définition :**  Les vecteurs et sont **égaux** lorsqu’ils ont **même direction** , **même sens** et **même longueur** .  On note =. |

|  |
| --- |
| **Propriété du parallélogramme :**  Soit A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.  Dire que les vecteurs et sont égaux revient à dire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme, éventuellement aplati.  B  A  D  C  D  C  B  A |

Démonstration : lire mais ne pas noter

* Si = , la translation de vecteur transforme le point C en D. Les segments [AB] et [CD] ont donc même longueur . De plus , les vecteurs et ayant meme direction , les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

Le quadrilatère non croisé ABDC est donc un parallélogramme éventuellement aplati.

* Réciproquement : Les côtés opposés d’un parallélogramme sont parallèles et de même longueur donc les vecteurs et , déﬁnis à l’aide des segments [AB] et [CD] d’un parallélogramme ABDC, sont égaux.

Méthode : Construire un point défini à partir de vecteurs

**Vidéo :** [**mathssa.fr/vecteurs3**](http://www.mathssa.fr/vecteurs3)  **(5mns44s)**

A partir du parallélogramme ABCD, construire les points E, F, G et H tels que :

A

D

B

C

=

=

=

G

B

A

G

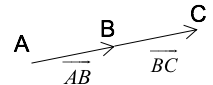
F

D

C

E

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 10ème à la 11ème minute)

**Propriété du milieu :**

Dire que B est le milieu du segment [AC] revient à dire

que  =

**4.Vecteurs opposés ::**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 12ème à la 13ème minute)

Rappel : il ne faut pas confondre sens et direction !

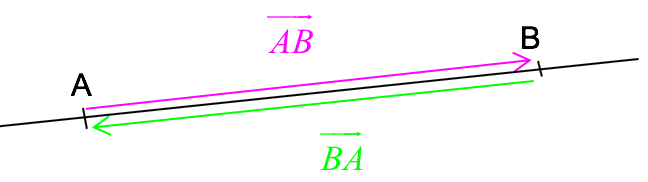
Une droite définit une direction, ci-dessous la direction de la droite (AB).

Cependant une direction possède deux sens, ici de « A vers B » ou de « B vers A ».

A

B

|  |
| --- |
| **Définition :**  Deux vecteurs sont **opposés** lorsqu’ils ont la même direction, la même longueur et qu’ils sont de sens contraires.  et sont des vecteurs opposés.  On note = |



et sont des vecteurs opposés.

On note =

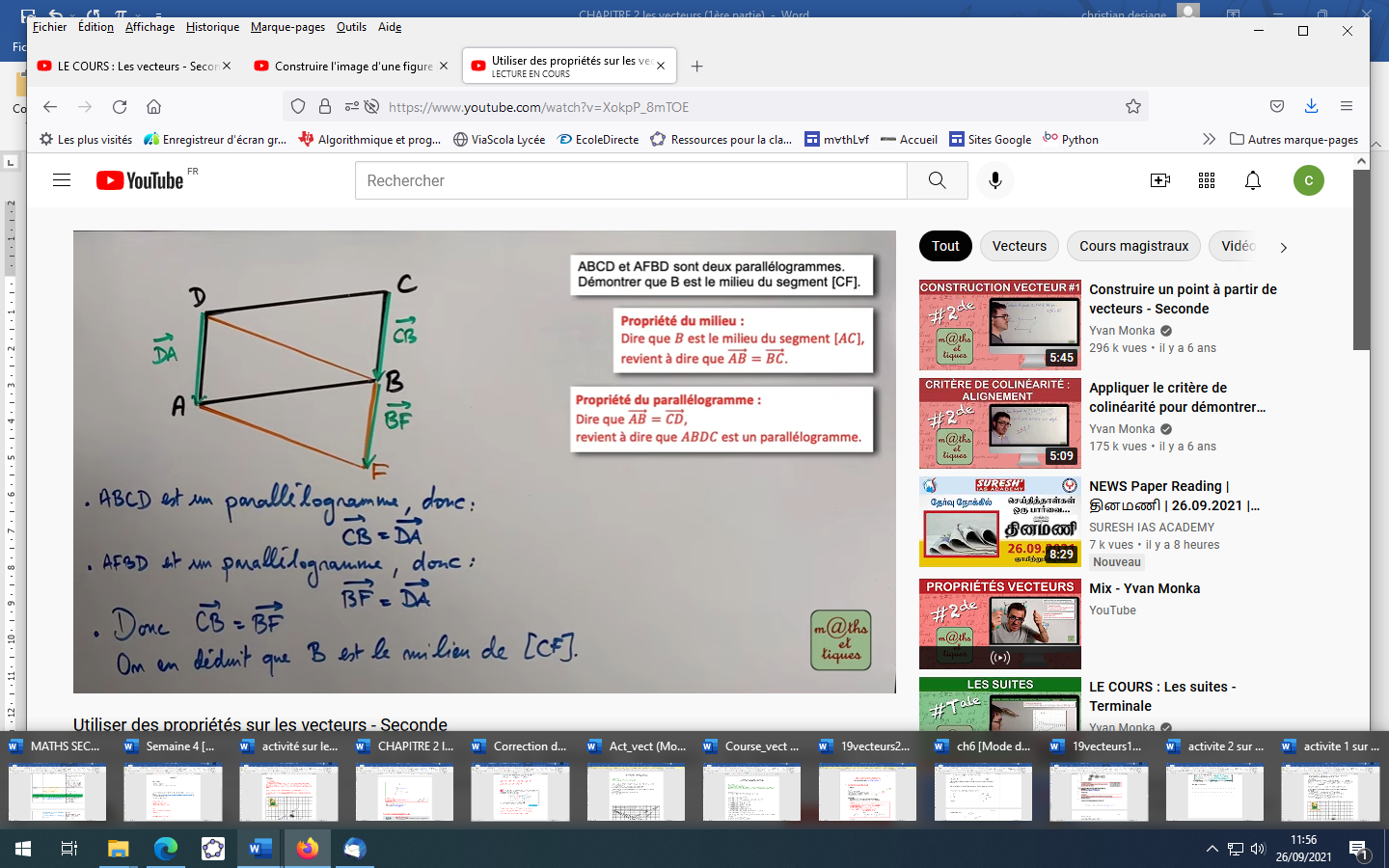
**5.Exercice type : utiliser les égalités vectorielles**

Lien vidéo:[mathssa.fr/vecteurs4](http://www.mathssa.fr/vecteurs4) (4 minutes 34s)

Enoncé : ABCD et AFBD sont deux parallélogrammes.

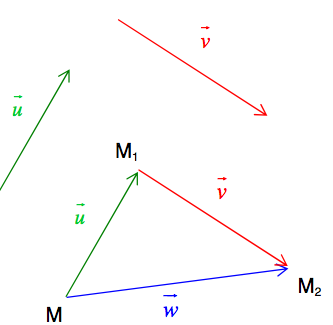
1.Faire une figure.

2.Démontrer que B est le milieu du segment [CF].



**II–Somme , différence de vecteurs et produit par un réel**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs)(à partir de la 14ème minute jusqu’à la 23mns45s)



**1.Somme de vecteurs**

Soit *t1* la translation de vecteur

et *t2* est la translation de vecteur *.*

Appliquer la translation *t1* puis la translation *t2* :

*t1* *t2*

M M1 M*2*

revient à appliquer la translation *t* de vecteur :

*t*

M M*2*

|  |
| --- |
| **Propriété :**  La composée (ou l’enchaînement) de deux translations est une translation. |

|  |
| --- |
| **Définition :**  et sont deux vecteurs quelconques.  On appelle **somme** des vecteurs et , notée + *,* le vecteurassocié à la translation composée des  translations de vecteurs et *.* |
| **Propriété :**  , et sont trois vecteurs quelconques.    * – = |

|  |
| --- |
| **Définition :**  et sont deux vecteurs quelconques.  On appelle **différence** du vecteur avec le vecteur , le vecteur noté – *,* tel que : –  *=*  + (–).  Capture d’écran 2013-08-04 à 14 |

**2.Une relation fondamentale**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 20ème à la 22ème minute)

|  |
| --- |
| **La relation de Chasles :**  Pour tous points A, B et C du plan, on a : = + . |

**Remarque :**Dans le triangle ABC, on a également les relations :  *+ . et + =*

Lire mais ne pas noter

Michel Chasles (Fr, 1793-1880) : La relation n’est pas de lui, mais nommée ainsi en

hommage à ses travaux sur les vecteurs.

Homme naïf, on raconte qu’il fut ruiné en achetant de fausses lettres (Jeanne d’arc à

sa mère, Vercingétorix à César,…) !

Méthode : Appliquer la relation de Chasles

Vidéo : [mathssa.fr/vecteurs5](http://www.mathssa.fr/vecteurs5)  (6mns10s)

Simplifier les écritures :

a) + b) + c) + +

d) + e) + + f) – +

a) + b) + c) + +

*= = + = + +*

*= = +*

*= + =*

d) + e) + + f) – +

*= = + + = + +*

*= = + = +*

*= = = =*

**Exercice :** Soit A,B et D trois points.

construire le point C tel que *= + ,*

Il semble que ABCD soit un parallélogramme

C

B

D

A

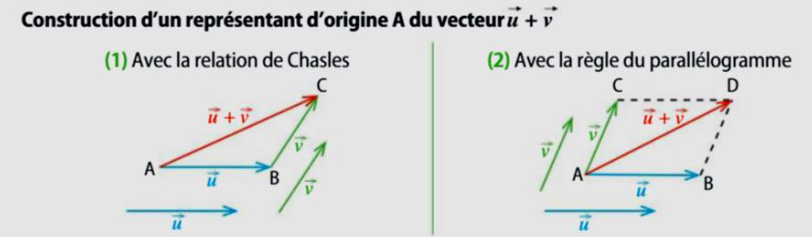
Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (de la 22ème à la 24ème minute)

|  |
| --- |
| **Propriété caractéristique du parallélogramme :**  Dire que ABCD est un parallélogramme revient à dire que  *= + ,*  B  A  C  D |

Démonstration : ne pas écrire

D’après la relation de Chasles, l’égalité  *= +*  peut s’écrire :

Soit *,* soit encore : ABCD est un parallélogramme.



**Remarque :** pour construire une somme de deux vecteurs soit :

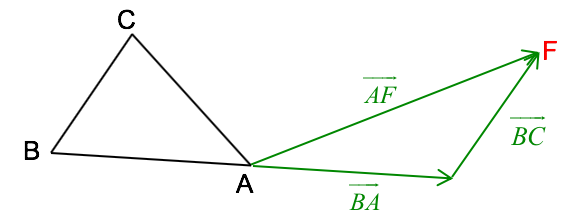
* Soit on place les vecteurs bout à bout
* Soit on les représente à partir de la même origine et on construit un parallélogramme

Méthode : Construire un point défini à partir d’une somme de vecteurs

vidéo : [mathssa.fr/vecteurs6](http://www.mathssa.fr/vecteurs6)  (3mns42s)

Soit un triangle ABC.

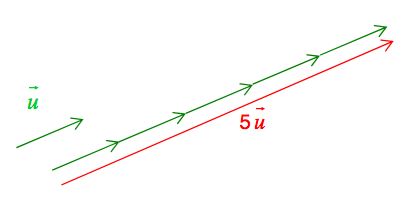
Construire le point *F* tel que = +



On construit à partir de ***A*** (origine de ) le vecteur + en mettant « bout à bout » les vecteurs et . On a ainsi construit un vecteur et donc le point *F*.

**3.Produit d’un vecteur par un réel**

Lien vidéo : [mathssa.fr/vecteurs](http://www.mathssa.fr/vecteurs) (à partir de 23mns45s jusqu’à 26minutes 56s) et [mathssa.fr/vecteurs17](http://www.mathssa.fr/vecteurs17)

Exemple :

Soit un vecteur du plan.

Appliquer 5 fois la translation de vecteur revient à

appliquer la translation de vecteur :

=  *+ + + + =*

**Remarques :**

* Les vecteurs et ont la même direction et le même sens.
* La norme du vecteur est égale à 5 fois la norme du vecteur .

|  |
| --- |
| **Définition :**  est un vecteur quelconque différent de et *k* un nombre réel non nul.  On appelle **produit** du vecteur par le réel *k*, le vecteur noté *k* :  - de même direction que ,  - de même sens que si >0 et de sens contraire si k,  - de norme égale à : fois la norme de si ,  fois norme de si .  *k*  *k*  *k* > 0 :  *k* < 0 : |

**Remarques :**

* Si = ou *k* = 0 alors *k* = *.*

Exemples :

*1,5*

Les vecteurs *, 1,5* et ont la même direction.

et *1,5* sont de même sens. et sont de sens contraire.

La norme du vecteur *1,5* est égale à 1,5 fois la norme de .

La norme du vecteur est égale à 3 fois la norme de .

**Point méthode : calcul du coefficient tel que**

1. identifier le signe de k (vecteurs de même sens k>0 sinon k<0)
2. en comparant les normes , trouver la valeur absolue de k.

**Exemple 1 :** Exprimons le vecteur en fonction du vecteur



Les vecteurs ont le même sens donc

k =

**Exemple 2 :** Exprimons le vecteur en fonction du vecteur



Les vecteurs n’ont pas le même sens donc

 k = -

|  |
| --- |
| **Propriétés :**  et sont deux vecteurs quelconques. et deux réels quelconques |

Exemples :

Exercice :Ecrire plus simplement :

=

=

=

|  |
| --- |
| **Propriétés :**  I est le milieu du segment [AB] si et seulement si |

**4.Construction de points définis par une relation vectorielle**

Méthode : Construire un point vérifiant une égalité vectorielle **vidéo :** **[mathssa.fr/vecteurs7](http://www.mathssa.fr/vecteurs7)**

**(4mns12s)**

O

1) Soit deux vecteurs et et un point O du plan.

Construire le point A tel que = 3 –.

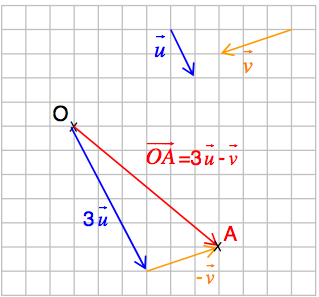
2) Soit trois points A, B, C du plan.

Construire le point M tel que = – + 3.

A

C

B



1)

Pour représenter le vecteur = 3 – , on place bout à bout à partir du point O les vecteurs 3 et –.

Le point A se trouve à l’extrémité du vecteur – dans *« le chemin »* de vecteurs ainsi construit.

M

A

C

B

= – + 3

3

–

2)

Pour représenter le vecteur = – + 3, on place bout à bout à partir de A les vecteurs – et 3.

Le point M se trouve à l’extrémité du vecteur 3 dans *« le chemin »* de vecteurs ainsi construit.

