**CHAPITRE 8 – Les vecteurs 2ème partie**

**Exercice d’introduction :**

Soit soit les trois vecteurs ci -dessous. Exprimer , si possible, pour chaque situation et en fonction de

1. = =

**O**

2. = =

**O**

3. =impossible =

**O**

Que peut on dire des vecteurs que  ? ils ont la même direction.

Si 2 vecteurs n’ont pas la même direction , on pourra exprimer tout vecteur du plan en fonction des vecteurs . Les nombres qui sortent sont les coordonnées…

.**I – Repère du plan - coordonnées de vecteurs et opérations**

**1.Vecteurs colinéaires**

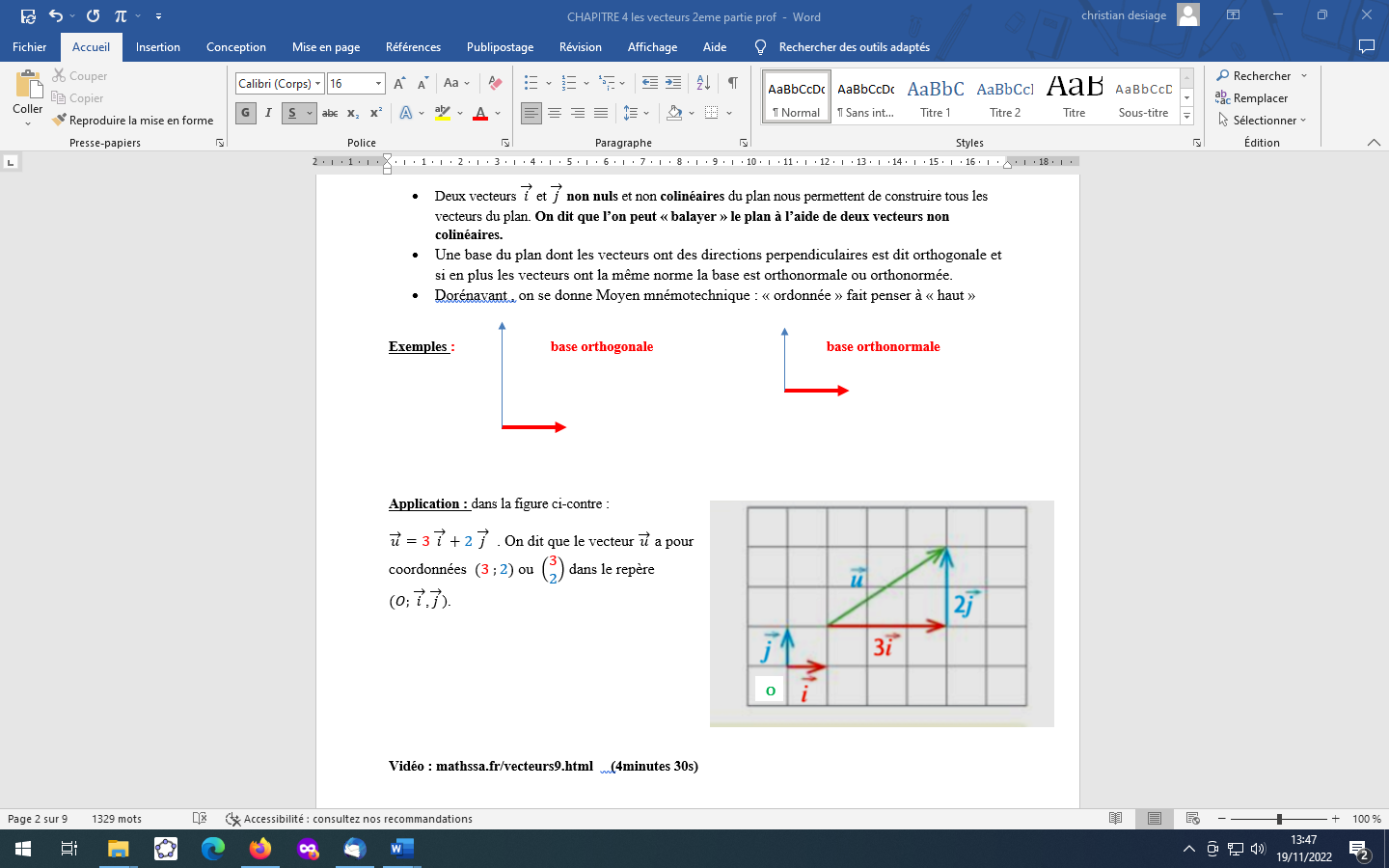
|  |
| --- |
| **Définition :**  Deux vecteurs et non nuls sont **colinéaires** si et seulement si ils ont la même direction |

Exemple : dire si les vecteurs et sont colinéaires

et ne sont pas colinéaires et sont colinéaires

**2.Repère dans un plan**

|  |
| --- |
| **Définition - vocabulaire:**  Soit O un point du plan et deux vecteurs et **non nuls** et non **colinéaires** du plan  Le triplet (O ; est un **repère du plan.**  Le couple ,) forme alors une **base du plan.**  Un repère du plan dont les vecteurs ont des directions **perpendiculaires** est dit **orthogonal** et si en plus les vecteurs ont la **même norme**, le repère est **orthonormal** ou **orthonormé**.    **repère orthogonal repère orthonormal** |



**Axe des ordonnées**

**Convention :**

* On utilisera dorénavant un repère orthogonal ou orthonormé

**Axe des abscisses**

Le vecteur sera dorénavant « horizontal » orienté de

la gauche vers la droite et le vecteur « vertical »

orienté de bas en haut .

* La droite passant par O et dirigé par s’appelle l’axe des abscisses.
* La droite passant par O et dirigé par s’appelle l’axe des ordonnées.

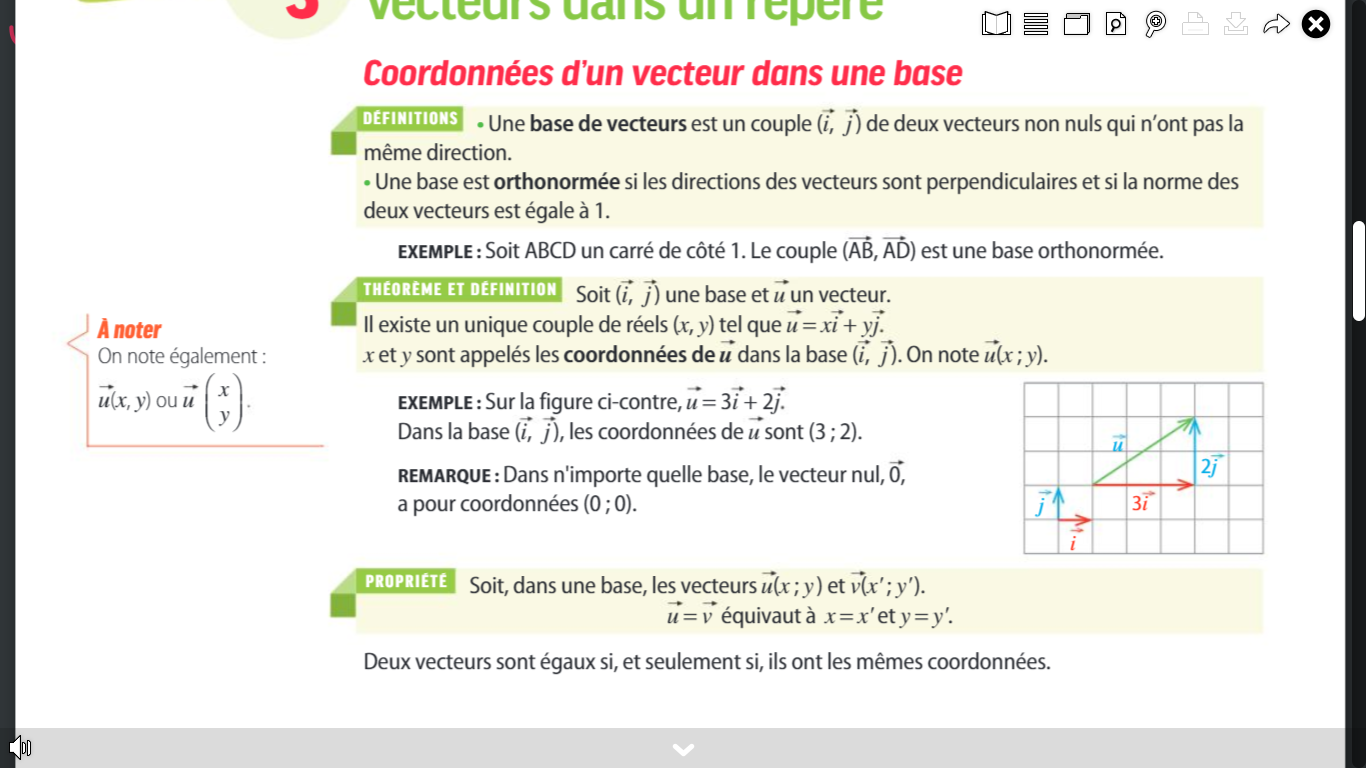
( ORDONNEES « O » « HAUT »)

**3.Coordonnées d’un vecteur dans un repère du plan**

|  |
| --- |
| **Propriété - définition :**  Soit (O ; un repère du plan.  Tout vecteur du plan s’exprime de manière unique sous la forme où et sont des nombres.  On dira que le vecteur a pour **coordonnées** ou dans le repère (O ;  est appelé abscisse du vecteur , 𝑦 est appelé ordonnée du vecteur |

**Remarques :** deux vecteurs et **non nuls** et non **colinéaires** du plan nous permettent de construire tous les vecteurs du plan (cf activité). Voilà pourquoi (O ; est un appelé **repère** du plan et ,) est appelé **base** du plan.

**Vidéo :** [**mathssa.fr/vecteurs9.html**](http://www.mathssa.fr/vecteurs9.html) **(4minutes 30s)**



**Application :**

Dans la figure ci-contre :

. On dit que le vecteur a pour coordonnées ou dans le repère ,).

**O**

Exercice :dans un repère ,) orthonormé , représenter , à partir du point O, le vecteur de coordonnées .Représenter un vecteur égal au vecteur . Lire les coordonnées de .

**O**

Il est clair que . On en déduit que les coordonnées de

**4.Vecteurs égaux et coordonnées**

|  |
| --- |
| **Propriété**  **Soit**  et deux vecteurs de coordonnées et dans un repère,).  Les vecteurs et sont égaux si et seulement si et  (deux vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées) |

**5. Opérations sur les coordonnées de vecteurs**

|  |
| --- |
| **Propriétés :**  Soit deux vecteurs de coordonnées  et et soit un réel.   * le vecteur a pour coordonnées   (l’abscisse d’une somme de vecteurs est la somme des abscisses  et l’ordonnée d’une somme de vecteurs est la somme des ordonnées)   * le vecteur a pour coordonnées |

Preuve : admis

Remarque 1:Si a pour coordonnées alors – a pour coordonnées .

Remarque 2:les formules sur les coordonnées permettent d’éviter des constructions géométriques qui peuvent être hasardeuses et évitent de surcharger une figure (cf exercice 5 de l’activité)

Exemple : [**vidéo : mathssa.fr/vecteurs13.html**](https://youtu.be/rC3xJNCuzkw)  (4 minutes)

et .

Déterminer les coordonnées de , et .

soit

soit

soit

soit

soit

**II –Coordonnées d’un vecteur défini à l’aide de deux points-applications**

**1.Coordonnées d’un vecteur d’origine O**

**A partir d’un exemple :**Soit un repère (O ; du plan. Lire les coordonnées des points A,B et C ainsi que des vecteurs , et

A(1 ; 3) (1 ; 3)

B(3 ; 1) (3 ; 1) Que remarque t’on ? le point A et le vecteur ont les mêmes

Coordonnées idem pour B et ainsi que C et

C(-2 ; 1) (-2 ;1)

A

B

C

**O**

|  |
| --- |
| **Définition:**  Soit un repère (O ; ,) du plan et un point A de coordonnées (.  est l’abscisse du point A et est l’ordonnée du point A  Le vecteur a pour coordonnées (.  **Autrement dit :** le point A et le vecteur ont les mêmes  coordonnées |

[vidéo](https://www.youtube.com/watch?v=dnHRpXgANgo) : [mathssa.fr/vecteurs10.html](http://www.mathssa.fr/vecteurs10.html)  (3mns50s)

**2.Coordonnées d’un vecteur défini à l’aide de deux points et du milieu d’un segment**

**A partir d’un exemple :**Soit un repère (O ; du plan. Lire les coordonnées des points A et B ainsi que des vecteurs . Représenter le point I milieu du segment [AB]. Trouver les coordonnées du point I.

A(-3 ; 1)

B(5; 3)

(8 ; 2) I(1; 2)

B

A

**O**

|  |
| --- |
| **Propriété :**  Soit A et B deux points de coordonnées et dans un repère (O, *,*).   * Le vecteur a pour coordonnées . * le point I milieu du segment [AB] a pour coordonnées I()   (l’abscisse du milieu est la **moyenne des abscisses** des points A et B ,l’ordonnée du milieu est la **moyenne des ordonnées** des points A et B) |

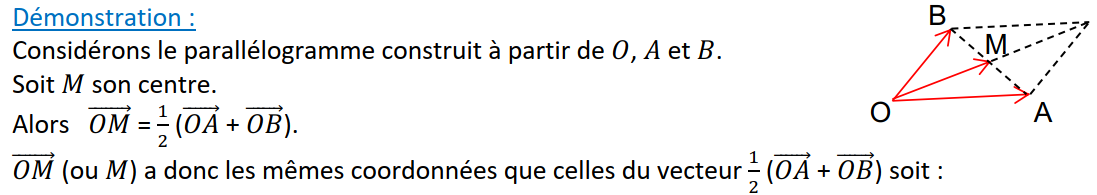
Démonstration : Soit A et B deux points du plan de coordonnées et le point I milieu du segment [AB].

*= +*

*=* – *+*

*=*

Le vecteur a pour coordonnées .



D

A partir des vecteurs et , on peut construire le parallélogramme OADC.

I

Le point I milieu du segment [AB] est ainsi le milieu du segment [OD] .

On en déduit que or

Ainsi,

(ou I) a donc les mêmes coordonnées que celles du vecteur soit :

ou encore I()

**Moyen mnémotechnique pour calculer les coordonnées d’un vecteur:**

faire « EXtrémité » - « Origine » soit « EXO »

**Application 1:** vidéo : [mathssa.fr/vecteurs11.html](http://www.mathssa.fr/vecteurs11.html)  (2 minutes 35s)

Soit A et B deux points de coordonnées et dans un repère (O, *,*).Calculer les coordonnées du vecteur On pense à « EXO » soit « B-A »

-

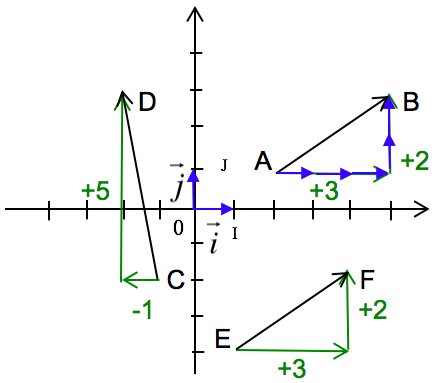
Le vecteur a pour coordonnées soit

**Application 2:** Vidéo : [mathssa.fr/vecteurs15.html](http://www.mathssa.fr/vecteurs15.html)  (1mns 46s)

soit Déterminer les coordonnées du point I milieu de [AB].

I() soit I() soit I()

**Exercice  corrigé 1: démontrer qu’un quadrilatère est un parallélogramme**

Soit les points A, B, E et F.

1.Calculer les coordonnées des vecteurs et .

2.Démontrer que le quadrilatère ABFD est un parallélogramme

1. = = ,

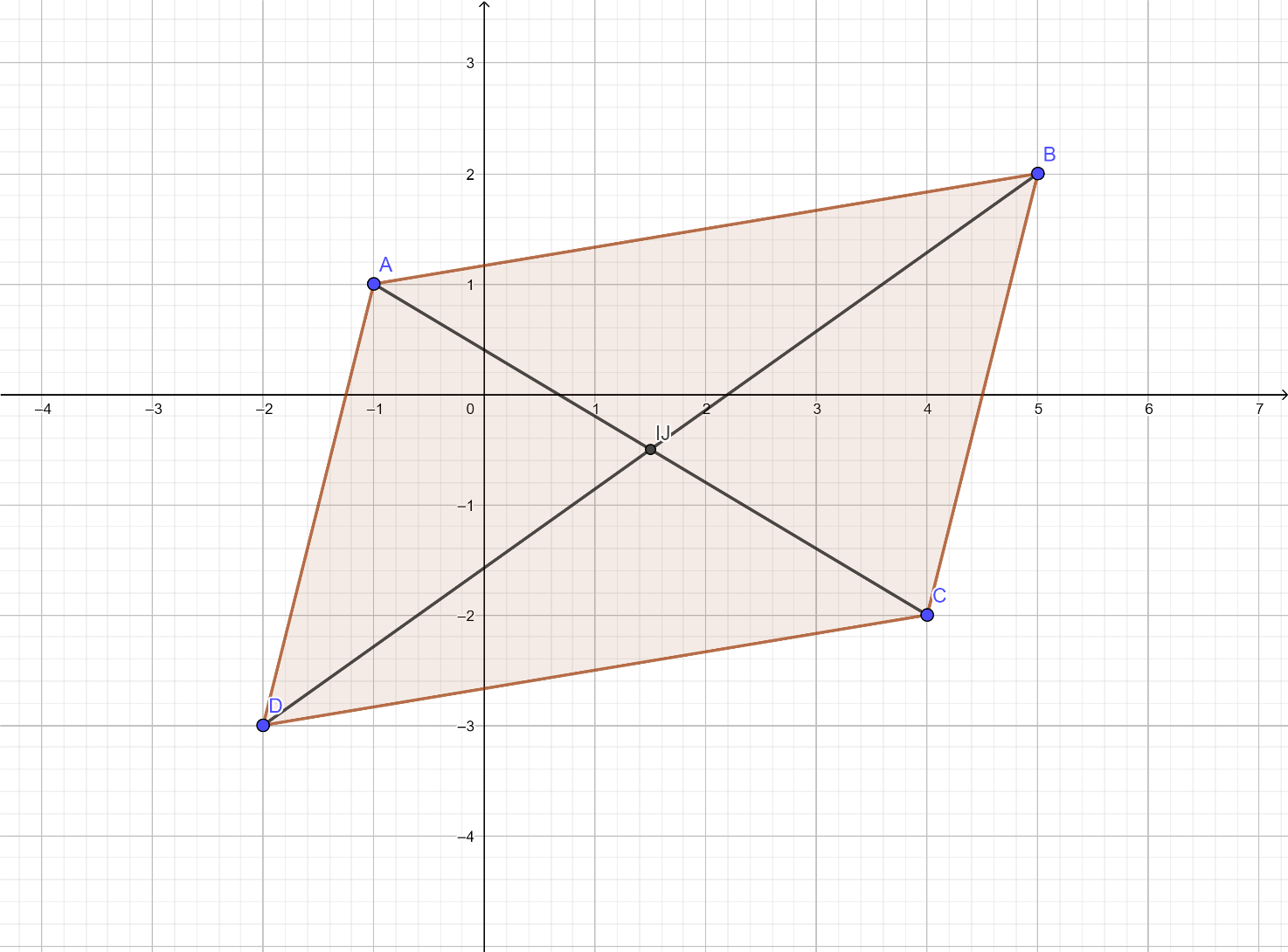
= = .

F

2. et ont les mêmes coordonnées.

On en déduit donc que  .

Par conséquent, le quadrilatère ABFE est un parallélogramme.

**Exercice corrigé 2:coordonnées d’un milieu et parallélogramme**

Vidéo : [mathssa.fr/vecteurs16.html](http://www.mathssa.fr/vecteurs16.html)  (3mns12s)

On suppose que le plan est muni d’un repère orthonormé (O ; ,).

Soit quatre points A,B,C et D de coordonnées respectives

.

1.Calculer les coordonnées des points I et J milieux respectifs des segments [AC] et [BD].

2.En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

1. I() soit I () soit I (

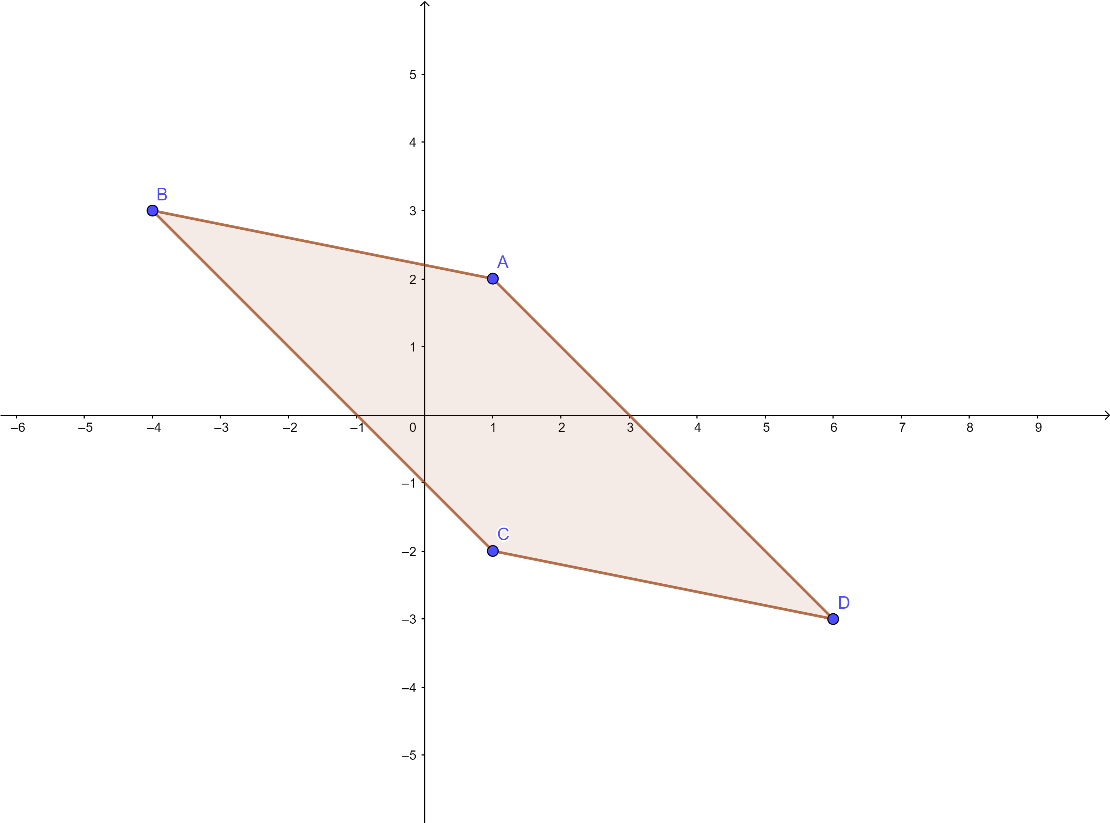
J() soit ) soit J (

2. On en déduit que I et J sont confondus. Les diagonales [AC] et [BD] se coupent donc en leur milieu.

Ainsi le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

**4.Coordonnées d’un point défini par une relation vectorielle**

Vidéo :[**mathssa.fr/vecteurs12.html**](http://www.mathssa.fr/vecteurs12.html)  (3mns 52s)

**Exercice :**Dans un repère, soit les points A, B, C.Déterminer par le calcul les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

On pose D de coordonnées

On a : et soit

D ???

ABCD est un parallélogramme si et seulement si .

Donc et

Soit et