**Correction des exercices sur le chapitre 11**

**Exercice 1 : démontrer l’égalité de deux expressions**

*Les questions sont indépendantes*

1. pour tout réel $x$, $\left(2x-1\right)\left(x+7\right)-x^{2}=2x^{2}+14x-x-7-x^{2}=x^{2}+13x-7.$

2. pour tout réel $x$, $\left(3x-1\right)\left(1-x\right)=3x-3x^{2}-1+x=-3x^{2}+4x-1$

$$\left(2x+4\right)x-5x^{2}-1=2x^{2}+4x-5x^{2}-1=-3x^{2}+4x-1$$

**On en déduit que** $\left(3x-1\right)\left(1-x\right)=\left(2x+4\right)x-5x^{2}-1$

3. $\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3 }}=\frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3)²}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

 $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3)}}=\frac{(2+\sqrt{3})²}{2²-\sqrt{3}²}=\frac{2^{2}+2×2\sqrt{3}+\sqrt{3}²}{2²-\sqrt{3}²}=\frac{4+4\sqrt{3}+3}{4-3}=7+4\sqrt{3}$

**Exercice 2 : réduire des fractions**

$A=\frac{2x-3}{4}-\frac{1}{1}=\frac{2x-3}{4}-\frac{4}{4}=\frac{2x-3-4}{x}$ $=\frac{2x-7}{x}$

$B=\frac{2}{1}-\frac{3x+2}{3}=\frac{2×3}{3}-\frac{3x+2}{3}=\frac{6-(3x+2)}{3}$ $=\frac{6-3x-2}{3}=\frac{-3x+4}{3}$

$C=\frac{x}{6}-\frac{5x-4}{4}=\frac{x×2}{6×2}-\frac{\left(5x-4\right)×3}{4×3}=\frac{2x-3\left(5x-4\right)}{12}$ $=\frac{2x-15x+12}{12}=\frac{-13x+12}{12}$

**Exercice 3 : réduire des fractions**



**Exercice 4 : réduire des fractions-égalité de deux expressions**

1.Pour tout $x$ différent de -2,

$5-\frac{3}{x+2}=\frac{5}{1}-\frac{3}{x+2}=\frac{5\left(x+2\right)}{x+2}-\frac{3}{x+2}=\frac{5x+10-3}{x+2}=\frac{5x+7}{x+2}$

2.Pour tout $x$ différent de 2,

$2+\frac{5}{x-2}=\frac{2}{1}+\frac{5}{x-2}=\frac{2\left(x-2\right)}{x-2}+\frac{5}{x-2}=\frac{2x-4+5}{x-2}=\frac{2x+1}{x-2}$

**Exercice 5 : développements**

A = ($x+2)²+(2x-1)(2x+1)=x²+4x+4+4x²-1=5x²+4x+3$

B = $\left(x-4\right)\left(x+4\right)-\left(2x-1\right)^{2}$

$=x^{2}-16-\left(4x^{2}-4x+1\right)$

$=x^{2}-16-4x^{2}+4x-1$

$=-3x^{2}+4x-17 $

**Exercice 6 : développements**

Développer et réduire en utilisant les identités remarquables :

A = ($2x+3)²-(x-4)(3x+1)$

$=4x^{2}+12x+9-\left(3x^{2}+x-12x-4\right)$

$=4x^{2}+12x+9-3x^{2}+11x+4$

$=x²+23x+13$

B = $\left(4x-2\right)\left(4x+2\right)-2\left(x-1\right)^{2}$

$=16x^{2}-4-2\left(x^{2}-2x+1\right)$

$=16x^{2}-4-2x^{2}+4x-2$

$=14+4x-6$

**Exercice 7 : factorisations**

$A=x^{2}-9x=x\left(x-9\right)$

$ B=\left(2x+1\right)\left(3x-4\right)-4\left(2x+1\right)\left(1+x\right)$

$=\left(2x+1\right)\left(3x-4-4\left(1+x\right)\right)$

$=\left(2x+1\right)\left(3x-4-4-4x\right)$

$=(2x+1)(-x-8)$

$C=x^{2}-4x+4=\left(x-2\right)^{2}$

$D=x^{2}-9=\left(x-3\right)\left(x+3\right)$

$ E=9x^{2}+6x+1=(3x+1)² $

$ F=\left(x+1\right)^{2}-9$

$=\left(x+1\right)^{2}-3^{2}$

$=\left(x+1-3\right)\left(x+1+3\right)$

$=\left(x-2\right)\left(x+4\right)$

$ G=2\left(x-3\right)\left(x+4\right)-\left(x^{2}-9\right)$

$=2\left(x-3\right)\left(x+4\right)-\left(x-3\right)\left(x+3\right)$

$=\left(x-3\right)\left(2\left(x+4\right)-\left(x+3\right)\right)$

$=\left(x-3\right)\left(2x+8-x-3\right)$

$=(x-3)(x+5)$

**Exercice 8 : factorisations**

$A=-4x^{2}+3x=x\left(-4x+3\right) $

$ B=\left(1-x\right)^{2}+3\left(1-x\right)\left(x+2\right)$

$=\left(1-x\right)\left(\left(1-x\right)+3\left(x+2\right)\right)$

$=\left(1-x\right)\left(1-x+3x+6\right)$

$=(1-x)(2x+7)$

$C=4x^{2}-25=\left(2x-5\right)\left(2x+5\right)$

$ D=100x^{2}+20x+1=(10x+1)²$

$E=\left(3x+1\right)^{2}-\left(4x-5\right)^{2}$

$=\left(\left(3x+1\right)-\left(4x-5\right)\right)\left(\left(3x+1\right)+\left(4x-5\right)\right)$

$=\left(3x+1-4x+5\right)\left(3x+4+4x-5\right) $

$=\left(-x-4\right)\left(7x-1\right)$

 $F=3\left(49x^{2}-16\right)-\left(7x+4\right)\left(x+1\right)$

$=3\left(7x-4\right)\left(7x+4\right)-\left(7x+4\right)\left(x+1\right)$

$=\left(7x+4\right)\left(21x-12-x-1\right)$

$=(7x+4)(20x-13)$

**Exercice 9 :factorisations**

$A$ =$x\left(3x-1\right)+5x=x ×\left(3x-1\right)+x×5= x \left( \left(3x-1\right)+5 \right)$ $= x(3x+4) $ , B = $\left(x-2\right)^{2}-36=(x-2)^{2}– 6^{2}= \left(x-2+6\right)\left(x-2-6\right)=(x+4)(x-8)$

C = $x^{2}+2x+1-\left(x+1\right)\left(2x-5\right) $

$ =(x+1)²-(x+1)(2x-5)$

$ =(x+1)(x+1)-(x+1)(2x-5)$

$ =(x+1)(\left(x+1\right)-\left(2x-5\right))$

$ =(x+1)(x+1-2x+5)$

$ =(x+1)(-x+6)$

D =$\left(7x-3\right)²-x(7x-3)$

$=\left(7x-3\right)\left(7x-3\right)-\left(7x-3\right)x $

$ =\left(7x-3\right)(\left(7x-3\right)-x)$

$ =\left(7x-3\right)(7x-3-x)$

$ =\left(7x-3\right)(6x-3)$

E =$\left(2-x\right)-\left(2-x\right)^{2}$

$=\left(2-x\right)×1-\left(2-x\right)(2-x) $

$ =\left(2-x\right)(1-(2-x))$

$ =\left(2-x\right)(1-2+x)$

$ =\left(2-x\right)(x-1)$

$F=4ab-3cb$

$ =b×4a-b×3c$ $ $

$ =b(4a-3c)$

**Exercice 10 :factorisations**

$A=\left(x+5\right)^{2}– \left(2x-4\right)^{2}$

$ = (\left(x+5\right)+(2x-4))(\left(x+5\right)-(2x-4))$

$ = (x+5+2x-4)(x+5-2x+4)$

$ = (3x+1)(-x+9)$

 $B=x²+6x+ 9 =$ $x^{2}+ 2×x×3 + 3^{2}= (x+ 3)²$

$C=9x^{2}-12x+ 4 =$ $(3x)^{2}- 2×3x×2 + 2^{2}= (3x- 2)²$

D=$\left(2x-1\right)\left(3x+5\right)-\left((2x)^{2}– 1^{2}\right)$

$ =\left(2x-1\right)\left(3x+5\right)-(2x + 1)(2x – 1)$

$ =\left(2x-1\right)\left(3x+5\right)-(2x-1)(2x+ 1)$

$ =(2x-1 )(\left(3x+5\right)-\left(2x+1)\right)$

$ =(2x-1 )(3x+5-2x-1)$

$ =(2x-1 )(x+4)$

E= $x^{2}- 2×x×1 + 1^{2}-(x-1)(x+7)$

$ =(x-1)²-(x-1)(x+7)$

$ =(x-1)(x-1)-(x-1)(x+7)$

$ =(x-1)(\left(x-1\right)-\left(x+7\right))$

$ =(x+1)(x-1-x-7)$

$ =-8(x+1)$

**Exercice 11 :factorisations**

Factoriser les expressions suivantes :

$A=$ $1-49x²$ ; $B=\left(3x-7\right)^{2}-25$

C = $\left(2x-4\right)^{2}-(4x-1)²$ ; D =$x^{2}+10x+25$

$E=$ $\left(x-7\right)\left(-x+2\right)-3\left(x^{2}-49\right)$ et F = $2(x^{2}-4x+4)+3(x^{2}-4)$

$A=$ $1-49x² =$ $1^{2}– (7x)^{2}= (1+7x)(1-7x)$

$ B=$ $\left(3x-7\right)^{2}-25 $

 $=\left(3x-7\right)^{2}– 5^{2}$

$ = \left(3x-7+5\right)\left(3x-7-5\right)$

$ =(3x-2)(3x-12)$

C = $\left(2x-4\right)^{2}-(4x-1)²$

$ = \left((2x-4)+(4x-1)\right)\left((2x-4)-(4x-1)\right)$

$ = \left(2x-4+4x-1\right)\left(2x-4-4x+1\right)$

$ =(6x-5)(-2x-3)$

$ D=x^{2}+10x+ 25 =$ $x^{2}+ 2×x×5 + 5^{2}= (x+ 5)²$

$E=$ $\left(x-7\right)\left(-x+2\right)-3\left(x^{2}– 7^{2}\right)$

$ =\left(x-7\right)\left(-x+2\right)-3(x + 7)(x – 7)$

$ =\left(x-7\right)\left(-x+2\right)-\left(x-7\right)3(x + 7)$

$ =\left(x-7\right)(\left(-x+2\right)-3\left(x+7\right))$

$ =(x-7 )(-x+2-3x-21)$

$ =(x-7 )(-4x-19)$

F = $2(x^{2}-4x+4)+3(x^{2}-4)$

= $2\left(x^{2}- 2×x×2 + 2^{2}\right)+3\left(x^{2}-2^{2}\right) $

= $2(x-2)²+3(x+2)(x-2)$

= $(x+2)2\left(x-2\right)+(x+2)3(x-2)$

= $(x+2)(2\left(x-2\right)+3(x-2)$)

= $(x+2)(2x-4+3x-6$)

= $(x+2)(5x-10$)

**Exercice 12 :applications de la factorisation**

1. $a^{2}– b^{2}= (a + b)(a – b)$

$A=27^{2}-25^{2}=\left(27 +25\right)\left(27 – 25\right)=52×2=104$

$B=154 ^{2}-146^{2}=$ $\left(154 +146\right)\left(154 – 146\right)=300×8=2400$

$C=200 006^{2}-200 004^{2}=$ $\left(200 006 +200 004\right)\left(200 006 – 200 004\right)=400 010×2=800 020$

2. $A=0,8^{n+1}$ et $B=0,8^{n}$. ($n$ est un entier naturel)

$A-B=0,8^{n+1}$-$0,8^{n}$

$ =0,8^{n}×0,8^{1}-0,8^{n}$

$ =0,8×0,8^{n}-0,8^{n}$

$ =(0,8-1)×0,8^{n}$

$ =-0,2×0,8^{n}$.

Or $0,8^{n}>0$ et $-0,2<0$.

On en déduit que :$0,8^{n+1}$-$0,8^{n}<0$

On en déduit que $0,8^{n+1}$<$0,8^{n}$

**Exercice 13 :des factorisations plus complexes (spé maths)**

1.

*A =* $\left(2x-1\right)^{2}-9(2-x)^{2}$

 *=* $\left(2x-1\right)^{2}-3²(2-x)^{2}$

 *=* $\left(2x-1\right)^{2}-(3(2-x))^{2}$

 *=* $\left(2x-1\right)^{2}-(6-3x)²$

$ = ((2x-1)+(6-3x))((2x-1)-(6-3x)) $

$ =(2x-1+6-3x)(2x-1-6+3x)$

$ =(-x+5)(5x-7)$

*B=* $4(x-1)^{2}-9$

 *=* $2^{2}(x-1)^{2}-3²$

 *=* $(2(x-1))^{2}-3²$

 *=* $(2x-2)^{2}-3²$

 *=* $(2x-2-3)(2x-2+3)$

 *=* $(2x-5)(2x+1)$

$C =(x^{2}-9)(2x-1)-(x-3)^{2}$

 *=* $(x-3)(x+3)(2x-1)-(x-3)(x-3)$

 *=* $(x-3)\left((x+3)(2x-1)-(x-3\right))$

 *=* $(x-3)\left(2x²-x+6x-3-x+3\right)$

 *=* $(x-3)\left(2x²+4x\right)$

 *=* $x(x-3)\left(2x+4\right)$

$D=-6x+10x^{2}+(3-5x)^{2}$ ;

 $=-2x(3-5x)+(3-5x)(3-5x)$

 $=(3-5x)(-2x+3-5x)$

 $=(3-5x)(-7x+3)$

$E=7x(5-x)+(x+1)(x-5)$

 $=-7x(x-5)+(x+1)(x-5)$

 $=(x-5)(-7x+x+1)$

 $=(x-5)(-6x+1)$

2.

*A =* $x^{3}-9x$ $=x(x²-9)=x(x-3)(x+3) $

*B =* $4x^{2}- 5=(2x)²-(\sqrt{5})²=(2x-\sqrt{5})(2x+\sqrt{5})$

*C =*$x^{4}-1$$=(x^{2})^{2}-1^{2}=(x^{2}-1)(x^{2}+1)=(x-1)(x+1)(x²+1)$

3.$A=(x+2)^{2}-(2x-1)^{2}$

$ =((x+2)-(2x-1))((x+2)+(2x-1))$

 $=(x+2-2x+1)(x+2+2x-1)$

 $=(-x+3)(3x+1)$

$B=x²+6x+9-4(x^{2}-2x+1)$

$ =(x+3)²-4(x-1)²$

$ =(x+3)²-2²(x-1)²$

 $=(x+3)²-(2(x-1))²$

$C=2(x+1)(x-3)-5(x-3)(3x+1)$

$ =(x-3)\left(2(x+1)-5(3x+1)\right)$

 $=(x-3)\left(2x+2-15x-5\right)$

 $=(x-3)\left(-13x-3\right)$

$D=-3(4x^{2}-9)+(2x-3)(-x+5)$

 $=-3(2x-3)(2x+3)+(2x-3)(-x+5)$

 $=(2x-3)\left(-3(2x+3)+(-x+5)\right)$

 $=(2x-3)\left(-6x-9-x+5\right)$

 $=(2x-3)\left(-7x-4\right)$

$E=(x^{2}-16)(x²-2x+1)-(x²-1)(x²+8x+16)$

 $=(x-4)(x+4)(x-1)²-(x-1)(x+1)(x+4)²$

 $=(x+4)(x-1)\left((x-4)(x-1)-(x+1)(x+4)\right)$

 $=(x+4)(x-1)\left(x²-x-4x+4-x²-4x-x-4\right)$

 $=(x+4)(x-1)\left(-10x\right)$

**Exercice 14 : équations produit nul**

1.Résoudre dans $R,$ l’équation $(3x+9)(4x-2)=0$

2.Résoudre dans $R,$ l’équation $(5x+1)(3-2x)=0$

3.Résoudre dans $R,$ l’équation $x(x-1)(-2x+7)=0$

**Exercice 15 : équations produit nul**

Résoudre dans $R$ les équations ci-dessous :



**Exercice 16 : équations quotient nul**

Résoudre dans $R$ les équations ci-dessous :

i)$\frac{2x-6}{x-9}=0$

$ii) \frac{-4x+1}{2x-3}=0$

**Exercice 17 :résolution d’équations se ramenant à une équation produit nul**

1. $x^{2}-5x=0$

$⇔x×x-x×5=0$ $k a-kb= k \left( a - b \right)$

$⇔x(x-5)=0$

 $⇔x=0 ou x-5=0$

$⇔x=0 ou x=5$ $S=\{0 ;5\}$

1. $-3x^{2}+x=0$

$⇔x×-3x+x×1=0$ $k a+kb= k \left( a + b \right)$

$⇔x(-3x+1)=0$

 $⇔x=0 ou-3x+1=0$

 $⇔x=0 ou-3x=-1$

$⇔x=0 ou x=\frac{1}{3}$ $S=\{0 ;\frac{1}{3}\}$

1. $4x^{2}=28x$

 $⇔4x^{2}-28x=0$

$⇔4x×x-4x×7=0$ $k a-kb= k \left( a - b \right)$

$⇔4x(x-7)=0$

 $⇔4x=0 ou x-7=0$

 $⇔x=0 ou x=7$ $S=\{0 ;7\}$

**Exercice 18 :résolution d’un problème (**[**https://youtu.be/flObKE\_CyHw**](https://youtu.be/flObKE_CyHw)**)**

On désigne par *x* la longueur du côté commun.

Les données sont représentées sur la figure suivante :

$$x$$

100

L’aire du champ carré est égale à *x2.*

L’aire du champ triangulaire est égale à $\frac{100x}{2}$ *=* 50*x*

Les deux champs étant de surface égale, le problème peut se ramener à résoudre l’équation : *x2 =* 50*x*

Soit *x2* –50*x =* 0

$⇔$ *x* (*x* – 50) *=* 0

$⇔$ *x* = 0 ou *x –* 50 = 0

$⇔$ *x =* 0 ou *x =* 50

La première solution ne convient pas à la situation du problème, on en déduit que le premier champ est un carré de côté de longueur 50 m et le deuxième est un triangle rectangle dont les côtés de l’angle droit mesure 100 m et 50 m.

**Exercice 19 :résolution d’équations se ramenant à une équation produit nul**

1. $\left(x-1\right)\left(x+3\right)=2\left(x-1\right)\left(2x-1\right)$

$⟺ \left(x-1\right)\left(x+3\right)-2\left(x-1\right)\left(2x-1\right)=0$

$⟺ \left(x-1\right)×(x+3)-\left(x-1\right)2\left(2x-1\right)=0$

$⟺ (x-1)\left((x+3)-2\left(2x-1\right)\right)=0$

 $⟺ (x-1)\left(x+3-4x+2\right)=0$

 $⟺(x-1)\left(-3x+5\right)=0$

 $⟺x-1=0$ ou $ -3x+5=0$

 $⟺$ $ $ $x=1$ ou $ -3x=-5$

 $⟺x=1$ ou $ x=\frac{5}{3}$ L’ensemble des solutions est S = { $1 ;\frac{5}{3}$}

1. $5x\left(3x+2\right)=(3x+2)²$

$⟺ 5x\left(3x+2\right)-\left(3x+2\right)\left(3x+2\right)=0$

$⟺ \left(3x+2\right)×5x-\left(3x+2\right)\left(3x+2\right)=0$

$⟺ (3x+2)\left(5x-\left(3x+2\right)\right)=0$

 $⟺ (3x+2)\left(5x-3x-2\right)=0$

 $⟺(3x+2)\left(2x-2\right)=0$

 $⟺3x+2=0$ ou $ 2x-2=0$

 $⟺$ $ $ $3x=-2$ ou $ 2x=2$

 $⟺x=-\frac{2}{3}$ ou $ x=1$ L’ensemble des solutions est S = {$-\frac{2}{3}$ ; $1$}

**Exercice 20:résolution d’équations se ramenant à une équation produit nul**

i) $x\left(1-5x\right)=1-5x$

$⟺x\left(1-5x\right)-\left(1-5x\right)=0$

$⟺\left(1-5x\right)×x-\left(1-5x\right)×1=0$

$⟺\left(1-5x\right)(x-1)=0$

$⟺1-5x=0 ou x-1=0$

$⟺-5x=-1 ou x=1$

$⟺x=\frac{1}{5} ou x=1$ S= {$\frac{1}{5}$ ; $1$}

$ii)\left(8x-3\right)^{2}=49$

$⟺ \left(8x-3\right)²-7²=0$

 $⟺ \left(8x-3-7\right)\left(8x-3+7\right)=0$

 $⟺ (8x-10)\left(8x+4\right)=0$

 $⟺$ $ $ $8x-10=0$ ou $ 8x+4=0$

 $⟺ $8$x=10$ ou $ 8x=-4$

 $⟺x=\frac{10}{8}=$ $\frac{5}{4}$ ou $ x=-\frac{4}{8}=-\frac{1}{2}$ L’ensemble des solutions de l’équation est S= {$\frac{5}{4}$ ; $-\frac{1}{2}$}

iii) $\left(4x+1\right)^{2}=x²$

$⟺\left(4x+1\right)²-x²=0$

$⟺(\left(4x+1\right)+x)( \left(4x+1\right)-x)=0$

$⟺\left(5x+1\right)(3x+1)=0$

$⟺5x+1=0 ou 3x+1=0$

$⟺5x=-1 ou 3x=-1$

$⟺x=-\frac{1}{5} ou x=-\frac{1}{3}$ S= {$-\frac{1}{5}$ ; $-\frac{1}{3}$}

**Exercice 21 :résolution d’équations se ramenant à une équation produit nul**

i) $x²-9=2(x+3)$

$⟺x^{2}-9-2\left(x+3\right)=0$

$⟺x^{2}-3²-2\left(x+3\right)=0$

$⟺\left(x+3\right)\left(x-3\right)-2(x+3)=0$

$⟺\left(x+3\right)\left(x-3\right)-(x+3)×2=0$

$⟺\left(x+3\right)(\left(x-3\right)-2)=0$

$⟺\left(x+3\right)(x-5)=0$

$⟺x+3=0 ou x-5=0$

$⟺x=-3 ou x=5$ S= {$-3;5$}

ii) $\left(2x+3\right)^{2}=(x-1)²$

$⇔\left(2x+3\right)^{2}– \left(x-1\right)^{2}=0$

$⇔ \left(\left(2x+3\right)+\left(x-1\right)\right)\left(\left(2x+3\right)-\left(x-1\right)\right)=0$

$⇔ \left(2x+3+x-1\right)\left(2x+3-x+1\right)=0$

$⇔ \left(3x+2\right)\left(x+4\right)=0$

$⟺3x+2=0 ou x+4=0$

$⟺3x=-2 ou x+4=0$

$⟺x=-\frac{2}{3} ou x=-4$ S= {$-\frac{2}{3};-4$}

iii) $x²-4x+4=(x-2)(x+1)$

$⇔x^{2}-4x+4-(x-2)(x+1)=0$

$⇔x^{2}-2×x×2+2²-(x-2)(x+1)=0$

$⇔\left(x-2\right)^{2}-(x-2)(x+1)=0$

$⇔(x-2)(x-2)-(x-2)(x+1)=0 0$

$⇔ \left(x-2\right)\left((x-2)-(x+1)\right)=0$

$⟺(x-2)(x-2-x-1)=0$

$⟺-3\left(x-2\right)=0$

$⟺x-2=0$

$⟺x=2$ $S=\{2\}$

**Exercice 22 : résolution algébrique d’équations du type *x²=a***

1. $x²= 2$

S= $\{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$

1. $x² = 5$

 S= $\{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}$

1. $x² = -1$

L’équation $x² = -1$ n’a pas de solutions car un nombre positif ne peut pas etre égal à un nombre négatif. S= $∅$

2. Résoudre en utilisant vos connaissances dans $R$, l’équation : $\left(5x+3\right)^{2}=16$



$\left(5x+3\right)^{2}=16$ équivaut à$ 5x+3=\sqrt{16}$ ou $ 5x+3=-\sqrt{16}$

 équivaut à$ 5x+3=4$ ou $ 5x+3=-4$

 équivaut à$ 5x=4-3$ ou $ 5x=-4-3$

 équivaut à$ 5x=1 $ou $ 5x=-7$

 équivaut à $x=\frac{1}{5}$ ou $ x=-\frac{7}{5}$ L’ensemble des solutions de l’équation est S=$\{\frac{1}{5}; -\frac{7}{5}\}$

**Exercice 23 :résolution d’équations se ramenant à une équation quotient nul**

i) $\frac{x^{2}-1}{x+3}=0$

$⟺x^{2}-1=0 et x+3\ne 0$

$⟺x^{2}=1 et x\ne -3$

$⟺x=\sqrt{1} ou-\sqrt{1} et x\ne -3$

$⟺x=1 ou-1 et x\ne -3$ $ S=\{-1 ;1\}$

ii)$\frac{x^{2}-4}{x+2}=0$

$⟺x^{2}-4=0 et x+2\ne 0$

$⟺x^{2}=4 et x\ne -2$

$⟺x=\sqrt{4} ou-\sqrt{4} et x\ne -2$

$⟺x=2 ou-2 et x\ne -2$ $S=\{2\}$

 iii)$\frac{3x-2}{x}=\frac{3x+6}{x+1}$

$⇔\frac{3x-2}{x}-\frac{3x+6}{x+1}=0$

$⇔\frac{(3x-2)(x+1)}{x(x+1)}-\frac{\left(3x+6\right)x}{(x+1)x}=0$

$⇔\frac{3x^{2}+3x-2x-2-3x^{2}-6x}{x(x+1)}=0$

$⇔\frac{-5x-2}{x(x+1)}=0$

$⟺-5x-2=0 et x(x+1)\ne 0$

$⟺x=-\frac{2}{5} et x\ne -1 et 0$ $ $S= {$-\frac{2}{5} $}

iv)$\frac{x^{2}-6x+9}{(x+1)(x-3)}=0$

$⟺x^{2}-6x+9=0 et (x+1)(x-3)\ne 0$

$⟺x^{2}-2×x×3+3^{2}=0 et x+1\ne 0 et x-3\ne 0$

$⟺\left(x-3\right)^{2}=0 et x\ne -1 et x\ne 3$

$⟺x-3=0 et x\ne -1 et 3$ $ $

$⟺x=3 et x\ne -1 et 3$ S= $∅$

v)$ \frac{x-4}{2x+3}=\frac{2x+3}{x-4}$

$⇔\frac{x-4}{2x+3}-\frac{2x+3}{x-4}=0$

$⇔\frac{(x-4)(x-4)}{(2x+3)(x-4)}-\frac{(2x+3)(2x+3)}{(x-4)(2x+3)}=0$

$⇔\frac{\left(x-4\right)^{2}-(2x+3)²}{(2x+3)(x-4)}=0 $ $a^{2} – b^{2} = (a + b )( a – b)$

$⇔\frac{\left(\left(x-4\right)+\left(2x+3\right)\right)(\left(x-4\right)-(2x+3))}{(2x+3)(x-4)}=0 $

$⇔\frac{\left(3x-1\right)(-x-7)}{(2x+3)(x-4)}=0 $

 $⇔\left(3x-1\right)(-x-7)=0 et (2x+3)(x-4)\ne 0$

$⇔3x-1=0 ou-x-7=0 et 2x+3\ne 0 et x-4\ne 0$

$⇔3x=1 ou-x=7 et 2x\ne -3 et x\ne 4$

$⇔x=\frac{1}{3} ou x=-7 et x\ne -\frac{3}{2} et x\ne 4$ S={$\frac{1}{3} ;-7 $}

vi) $\frac{x²-8}{(x-3)(x-2)}=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-2}$

$⇔\frac{x²-8}{(x-3)(x-2)}-\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-2}=0$

$⇔\frac{x²-8}{(x-3)(x-2)}-\frac{x-2}{(x-3)(x-2)}+\frac{x-3}{(x-2)(x-3)}=0$

$⇔\frac{x^{2}-8-x+2+x-3}{(x-3)(x-2)}=0$

$⇔\frac{x^{2}-9}{(x-3)(x-2)}=0$

$⇔x^{2}-9=0 et (x-3)(x-2)\ne 0$

$⇔x^{2}=9 et x\ne 3 et 2$

$⇔x=-3 ou x=3 et x\ne 3 et 2$

 S={-3}

 vii) $\frac{x+3}{x-3}-\frac{x-3}{x+3}=\frac{36}{x^{2}-9}$

$⇔\frac{(x+3)(x+3)}{(x-3)(x+3)}-\frac{\left(x-3\right)\left(x-3\right)}{\left(x-3\right)\left(x+3\right)}-\frac{36}{(x-3)(x+3)}=0$

$⇔\frac{\left(x+3\right)^{2}-\left(x-3\right)^{2}-36}{(x-3)(x+3)}=0$

$⇔\frac{x^{2}+6x+9-(x^{2}-6x+9)-36}{(x-3)(x+3)}=0$

$⇔\frac{12x-36}{(x-3)(x+3)}=0$

$⇔12x-36=0 et (x-3)(x+3)\ne 0$

$⇔x=3 et x\ne 3 et-3$

**Exercice 24 :**

**Exercice 24 :**

1.

$$S=\{-1\}$$

2.

$x+2=-\frac{1}{x}$

$⇔x+2+\frac{1}{x}=0$

$⇔\frac{x²}{x}+\frac{2x}{x}+\frac{1}{x}=0$

$⇔\frac{x²+2x+1}{x}=0$

$⇔\frac{\left(x+1\right)²}{x}=0$

$⇔\left(x+1\right)²=0 et x\ne 0$

$⇔x+1=0 et x\ne 0$

$⇔x=-1 et x\ne $*1* $S=\{-1\}$

**Exercice 25 : expression la plus adaptée**

Soit $f$ la fonction définie sur $R$ par $f\left(x\right)=-2\left(x-1\right)²+3(x-1)(x-3)$ ***(expression 1)***

1. $f(x)=-2\left(x-1\right)²+3(x-1)(x-3)$

 $=-2(x^{2}-2×x×1+1²)+3(x^{2}-3x-x+3)$

 $=-2(x^{2}-2x+1)+3(x^{2}-4x+3)$

 $=-2x^{2}+4x-2+3x^{2}-12x+9$

$ =x^{2}-8x+7$ ***(expression 2)***

2.$f(x)=-2\left(x-1\right)(x-1)+3(x-1)(x-3)$

 $=\left(x-1\right)\left(-2\right)\left(x-1\right)+\left(x-1\right)3\left(x-3\right) $ $k a-kb=k\left(a- b \right)$

 $=\left(x-1\right)(\left(-2\right)\left(x-1\right)+3\left(x-3\right))$

 $=\left(x-1\right)(-2x+2+3x-9)$

 $=\left(x-1\right)(x-7)$ ***(expression 3)***

3.$(x-4)^{2}-9=x^{2}-2×x×4+4^{2}-9=x^{2}-8x+16-9=x^{2}-8x+7=f(x)$.

 $f(x)=(x-4)^{2}-9$. ***(expression 4)***

4.

 $f\left(0\right)=0^{2}-8×0+7=7$

$ f\left(1\right)=\left(1-1\right)\left(1-7\right)=0$

 $f\left(4\right)=(4-4)^{2}-9=-9$

 $f\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}^{2}-8\sqrt{2}+7=2-8\sqrt{2}+7=9-8\sqrt{2}$

5. En utilisant l’expression la plus adaptée, résoudre dans $R,$ les équations :

1. $f(x)=0$

$⇔\left(x-1\right)\left(x-7\right)=0$

$⇔x-1=0 ou x-7=0$

$⇔x=1 ou x=7$$S=\{1 ;7\}$

1. $f(x)=7$

$⇔x^{2}-8x+7=7$

$⇔x^{2}-8x=0$

$⇔x×x-x×8=0$

$⇔x(x-8)=0$

$⇔x=0 ou x-8=0$

$⇔x=0 ou x=8$$ S=\{0;8\}$

1. $f\left(x\right)=-9$

$⇔(x-4)^{2}-9=-9$

$⇔(x-4)^{2}=0$

$⇔x-4=0$

$⇔x=4$$ S=\{4\}$

1. $f(x)=-2(x-1)²$

$⇔-2\left(x-1\right)^{2}+3\left(x-1\right)\left(x-3\right)=-2(x-1)²$

$⇔3\left(x-1\right)\left(x-3\right)=0$

$⇔x-1=0 ou x-3=0$

$⇔x=1 ou x=3$$ S=\{1;3\}$

**Exercice 26 : expression la plus adaptée**

Soit $f$ la fonction définie sur $R$ par $f\left(x\right)=(x-3)(x+7)-2(x^{2}-9)$***(expression 1)***

1. $f(x)=(x-3)(x+7)-2(x^{2}-9)$

 $=x^{2}+7x-3x-21-2x^{2}+18$

$ =-x^{2}+4x-3$ ***(expression 2)***

2.$f(x)=(x-3)(x+7)-2(x^{2}-3²)$ $a^{2}– b^{2}= (a + b)(a – b)$

 $=\left(x-3\right)\left(x+7\right)-2\left(x+3\right)\left(x-3\right) $

 $=\left(x-3\right)\left(x+7\right)-(x-3)2\left(x+3\right)$ $k a-kb=k\left(a- b \right)$

 $=\left(x-3\right)(x+7-2(x+3))$

 $=\left(x-3\right)(x+7-2x-6)$

 $=\left(x-3\right)(-x+1)$ ***(expression 3)***

3.$-\left(x-2)^{2}+1=-(x^{2}-2×x×2+2^{2}\right)+1$

$ =-\left(x^{2}-4x+4\right)+1$

$ =-x^{2}+4x-4+1$

$ =-x^{2}+4x-3$

$=f(x)$.

 $f\left(x\right)=-(x-2)^{2}+1$. ***(expression 4)***

4.

 $f\left(0\right)=-0^{2}+4×0-3=-3$

$ f\left(3\right)=\left(3-3\right)\left(-3+1\right)=0$

 $f\left(2\right)=-(2-2)^{2}+1=1$

 $f\left(\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2}^{2}+4\sqrt{2}-3=-2+4\sqrt{2}-3=-5+4\sqrt{2}$

5. En utilisant l’expression la plus adaptée, résoudre dans $R,$ les équations :

$a) f(x)=0$

$⇔\left(x-3\right)\left(-x+1\right)=0$

$⇔x-3=0 ou -x+1=0$

$⇔x=3 ou x=1$ *S*$=\{1 ;3\}$

$b)f\left(x\right)=-3$

$⇔-x^{2}+4x-3=-3$

$⇔-x^{2}+4x=0$

$⇔x×\left(-x\right)+x×4=0$

$⇔x(-x+4)=0$

$⇔x=0 ou-x+4=0$

$⇔x=0 ou x=4$$ S=\{0;4\}$

$c)f\left(x\right)=1$

$⇔-(x-2)^{2}+1=1$

$⇔-(x-2)^{2}=0$

$⇔x-2=0$

$⇔x=2$$ S=\{2\}$

$d)f(x)=-2(x^{2}-9)$

$⇔\left(x-3\right)\left(x+7\right)-2\left(x^{2}-9\right)=-2(x^{2}-9)$

$⇔\left(x-3\right)\left(x+7\right)=0$

$⇔x-3=0 ou x+7=0$

$⇔x=3 ou x=-7$$ S=\{-7;3\}$

**Exercice 27 : différentes écritures d’une même expression**

1. $f\left(0\right) = g\left(0\right) ; f\left(-3\right) = g\left(-3\right) ; f\left(1\right) = g(1)$.

2.Conjecture : il semble que pour tout réel $x, f(x)=g(x).$

3.Pour tout réel $x,$

 $f(x)=-(x+3)²+4$ $g(x)=-(x+1)(x+5)$

 $=-\left(x^{2}+6x+9\right)+4$ $=-\left(x^{2}+5x+x+5\right)$

 $=-(x^{2}+6x+9)+4$ $ =-x^{2}-6x-5$

 $=-x^{2}-6x-9+4$

 $=-x^{2}-6x-5$

Il est clair que $f(x)=g(x).$

**Exercice 28 : résolution d’inéquations**

Résoudre dans $R,$les inéquations :

i)$2x^{2}\geq 5x$ ii)$-8x^{2}>2x$ *iii)*$-2x²\leq 10x$

$i)2x²\geq 5x$ équivaut à $2x^{2}-5x\geq 0$

 équivaut à $x×2x-5×x\geq 0$

 équivaut à $x×(2x-5)\geq 0$

$2x-5=0$ équivaut à $2x=5$ équivaut à $x=\frac{5}{2}$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ 0 $\frac{5}{2}$ +∞  |
| $$x$$ | * 0 + +
 |
| $$2x-5$$ | * - 0 +
 |
| $$x×(5x-2)$$ |  + 0 - 0 + |

$x×(2x-5)\geq 0$ $si x\leq 0 ou x\geq 5/2 $ S$=]-\infty ;0]∪[\frac{5}{2};+\infty [$

$ii)-8x^{2}>2x$équivaut à $-8x^{2}-2x>0 équivaut à x\left(-8x-2\right)>0$

$-8x-2=0$ équivaut à $-8x=2$ équivaut à $x=-\frac{1}{4}$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ -$\frac{1}{4} 0$ +∞  |
| $$x$$ | * 0 - +
 |
| $$-8x-2$$ | + 0 - -  |
| $$x×(-8x-2)$$ |  - 0 + 0 - |

$x\left(-8x+2\right)>0 $ $si 0<x<\frac{1}{4} $ S$=]0;\frac{1}{4}[$

 *iii)*$-2x²\leq 10x$équivaut à $-2x^{2}-10x\leq 0 équivaut à x\left(-2x-10\right)\leq 0$

$-2x-10=0$ équivaut à $-2x=10$ équivaut à $x=-5$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ -$5 0$ +∞  |
| $$x$$ | * 0 - +
 |
| $$-2x-10$$ | + 0 - -  |
| $$x×(-2x-10)$$ |  - 0 + 0 - |

$x\left(-2x-10\right)\leq 0 si x\leq -5 0 ou x\geq 0 $ S$=]-\infty ;-5] ∪[0;+\infty [$

**Exercice 29 : résolution d’inéquations**

i)$\frac{2x-3}{x+3}<4 équivaut à$ $\frac{2x-3}{x+3}-4<0$

 équivaut à $ \frac{2x-3}{x+3}-\frac{4\left(x+3\right)}{x+3}<0$

 $équivaut à \frac{2x-3-4\left(x+3\right)}{x+3}<0$

 $équivaut à \frac{2x-3-4x-12}{x+3}<0$

 $équivaut à \frac{-2x-15}{x+3}<0$

$-2x-15=0$ équivaut à $-2x=15$ équivaut à $x=-\frac{15}{2}$

$x+3=0$ équivaut à $x=-3$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ $-\frac{15}{2}$ $-3$ +∞  |
| $$-2x-15$$ |  + 0 - - |
| $$x+3$$ |  - - 0 +  |
| $$\frac{-2x-15}{x+3}$$ | * 0 + -
 |

$\frac{-2x-15}{x+3}<0$ S=]-∞ ;$ -\frac{15}{2}\left[∪\right]-3;+\infty [$

ii)$\frac{-x+6}{3x-9}+1<0$

$\frac{-x+6}{3x-9}+1>0 équivaut à \frac{-x+6}{3x-9}+\frac{3x-9}{3x-9}<0$

 $équivaut à \frac{-x+6+3x-9}{3x-9}<0$

 $équivaut à \frac{2x-3}{3x-9}<0$

$2x-3=0$ équivaut à $2x=3$ équivaut à $x=\frac{3}{2}$

$3x-9=0$ équivaut à $3x=9$ équivaut à $x=3$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ $\frac{3}{2}$ $3$ +∞  |
| $$ 2x-3$$ |  - 0 + + |
| $$3x-9$$ |  - - 0 +  |
| $$\frac{2x-3}{3x-9}$$ |  + 0 - + |

$\frac{2x-3}{3x-9}<0$ S=]$\frac{3}{2};3[$

*iii )*$2\geq \frac{x+9}{2-x} équivaut à 2-\frac{x+9}{2-x}\geq 0$

 $équivaut à \frac{2\left(2-x\right)-(x+9)}{2-x}\geq 0$

 $équivaut à \frac{-5-3x}{2-x}\geq 0$

$-5-3x=0$ équivaut à $-3x=5$ équivaut à $x=-\frac{5}{3}$

$2-x=0$ équivaut à $x=2$

|  |  |
| --- | --- |
| $$x$$ |  -∞ - $\frac{5}{3}$ 2 +∞  |
| $$-5-3x$$ |  + 0 - - |
| $$2-x$$ |  + + 0 -  |
| $$\frac{-5-3x}{2-x}$$ |  + 0 - + |

$\frac{-5-3x}{2-x}\geq 0 $S=]S=]-∞ ;$ -\frac{5}{3}]∪]2;+\infty [$

**Exercice 30 : résolution d’un problème**

**Problématique :** avec une corde de longueur 60 mètres, est il possible de délimiter une aire de baignade de 288 mètres carrés ?

On désigne par *x* et *y* les longueurs respectives du côté AB et du coté BC.

1. $2x+y=60$ d’où $y=60-2x.$

2. On note $f$ la fonction donnant l’aire du rectangle en fonction de $x$.

$f$(*x*) =$xy=x(60-2x)= 60x – 2x².$

3. a)

$-2\left(x-15\right)^{2}+450=-2\left(x^{2}-2×x×15+15^{2}\right)+450$

 $=-2\left(x^{2}-30x+225\right)+450$

 $=-2x^{2}+60x-450+450$

 $=-2x^{2}+60x$

 $=f(x)$

b)On résout l’équation $f\left(x\right)=288$

$-2\left(x-15\right)^{2}+450=288$

 -450 -450

$-2\left(x-15\right)^{2}=-162$

$\left(x-15\right)^{2}=81$

$x-15=9 ou x-15=-9$

$x=9+15=24 ou x=-9+15=6$ .

**Conclusion :**avec une corde de longueur 60 mètres, il est possible de délimiter une aire de baignade de 288 mètres carrés .Pour cela , on peut construire un rectangle de cotés $x=6m$ et $y=60-12=48m$ ou bien de cotés $x=24m$ et $y=60-48=12m$