Exercices sur le chapitre 12

Exercice 1 :

94 Soit les vecteurs $\vec{u}(0\,;-1)$, $\vec{v}(3\,;4)$ et $\vec{w}(8\,;-6)$.
Calculer la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

Exercice 2 :

95 Soit les vecteurs $\vec{u}(0\,;5)$ et $\vec{v}(4\,;-2)$.

1. Calculer la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. a. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

b. Montrer que $\|\vec{u}+\vec{v}\|=5$.

Exercice 3 :

38 Soit les points A$(-1\,;9)$, B$(3\,;6)$ et C$(5\,;1)$.

1. a. Montrer que $AB=\sqrt{4^2+(-3)^2}$.

b. En déduire que $AB=5$.

2. Montrer que $AC=10$.

Exercice 4 :

39 Soit les points M$(2\,;1)$, N$(5\,;1)$ et P$(5\,;3)$.
Calculer les distances MN, NP et MP.

Exercice 5 :

100 Soit les points A$(5\,;3)$, B$(2\,;-1)$ et C$(0\,;3)$.

1. Calculer les distances AB, AC et BC.

2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 6 :

101 Soit les points A$(1\,;2)$, B$(4\,;-1)$ et C$(3\,;1)$.
Montrer que C est un point de la médiatrice du segment [AB].

Exercice 7 :

102 Soit les points M(–1 ; –2), N(1,5 ; 3) et P(5,5 ; 1).
Montrer que le triangle MNP est rectangle en N.

PISTE : Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

Exercice 8 :

106 On considère les points :

A(2 ; –2), B(10 ; 2), M(8 ; 6) et N(0 ; 2).

1. Montrer que le quadrilatère ABMN est un parallélogramme.

2. Calculer AM et BN. Que peut-on en déduire ?

3. Calculer l'aire de ABMN.

Capacité 14, exercice 2, p. 132

Exercice 9 :

On se donne un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).**orthonormé** du plan.

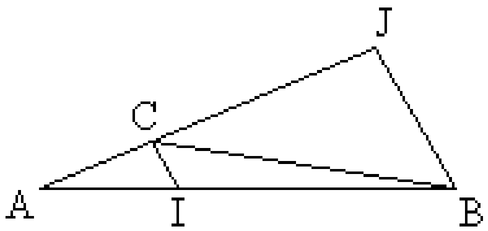
Soit A , B , C et D quatre points du plan de coordonnées respectives:
$A(1\,;1), B(3\,;2)\,, C(4\,;0)\ et\ D(2\,;-1)$.

1. Représenter ces 4 points dans un repère orthonormé. Quelle conjecture peut-on émettre concernant le quadrilatère ABCD ?
2. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
3. Démontrer que ABCD est un carré.

Exercice 10 :

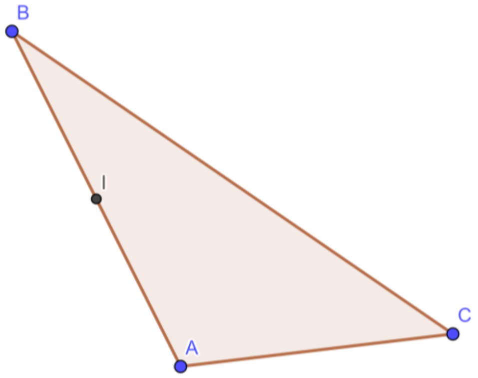
ABC est un triangle, les points I et J sont tels que
$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 3\,\overrightarrow{AC}$

1. Exprimer $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. En déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.



Exercice 11 :

ABC est un triangle ; I est le milieu de [AB].



1.Construire le point J tel que $\overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AC}$ et le point K vérifiant l'égalité : $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

2. Démontrer que $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

3. Démontrer que $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

4. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{IK}$. Que dire alors des points I, J et K ? Justifier.

Exercice 12 :

ABC est un triangle ; P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC) disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)

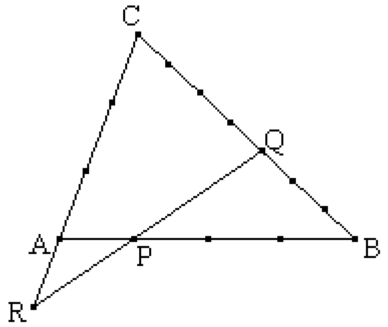
1. Compléter directement :

$\overrightarrow{AP} =$ ... $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AR} =$ ... $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BQ} =$ ... $\overrightarrow{BC}$

2. Exprimer $\overrightarrow{PR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Démontrer que $\overrightarrow{PQ} = \frac{9}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$.

4. Justifier que $-\frac{9}{7}\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ}$. Que peut-on conclure ?



Exercice 13 :

Soit ABC un triangle et E et F les points tels que

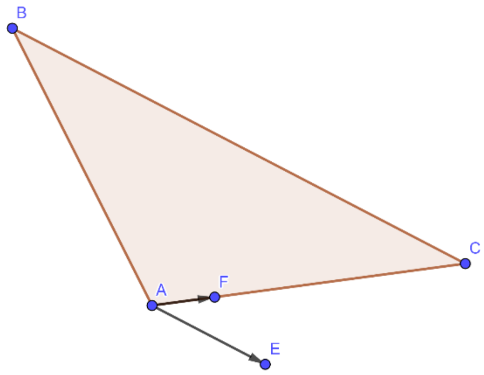
$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction $\overrightarrow{AF}$.

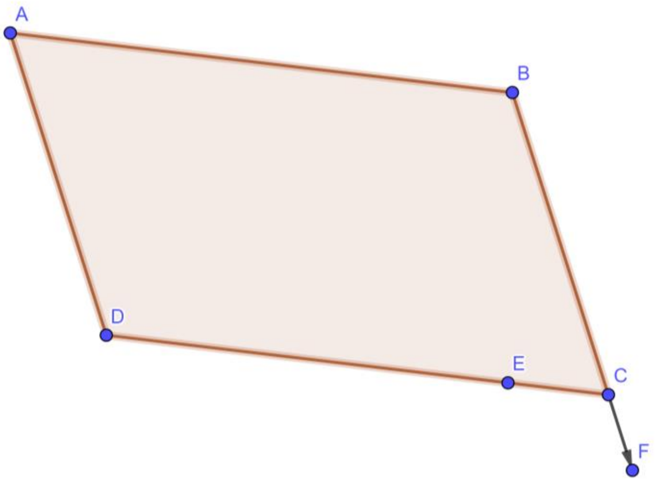
2. Exprimer $\overrightarrow{CF}$ en fonction $\overrightarrow{AF}$.

3. Exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction $\overrightarrow{AE}$ puis exprimer $\overrightarrow{BF}$ en fonction $\overrightarrow{FE}$.

4. Que peut-on dire des points B,F,E ?Justifier



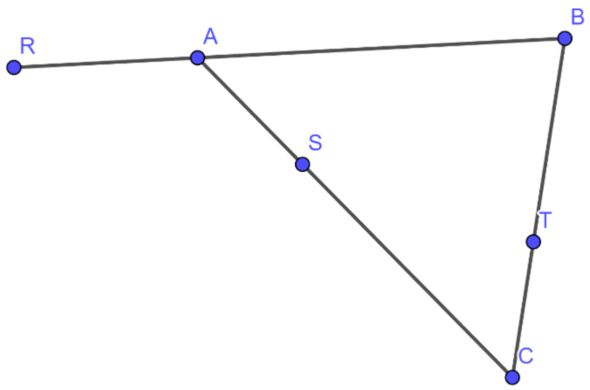
Exercice 14 :



Soit ABCD un parallélogramme et soit les points E et F vérifiant $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BC}$.

1. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AD}$.
2. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
3. Déduire des questions b) et c) que les points A, E et F sont alignés.

Exercice 15 :
Soit ABC un triangle.



Les points R,S et T vérifient $\overrightarrow{AR} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,
$\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{TB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

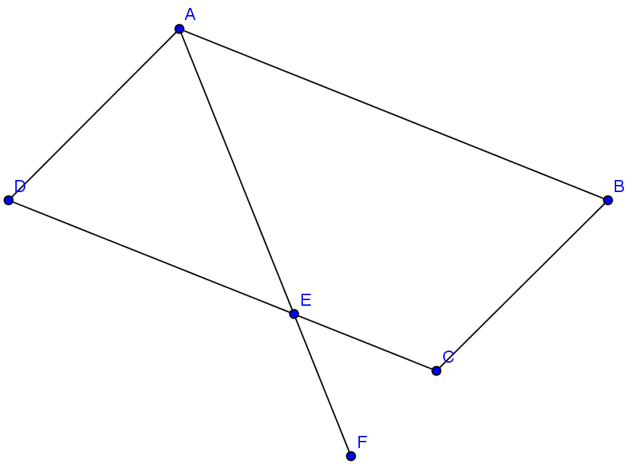
1.Démontrer $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

2. Démontrer $\overrightarrow{RT} = \frac{9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

3. Démontrer que $\overrightarrow{RS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{RT}$.

4. Que peut-on en déduire ?

Exercice 16 :
Soit ABCD un parallélogramme
Les points E et F vérifient : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$,
$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$, (cf figure ci-contre – on ne demande pas de la refaire)



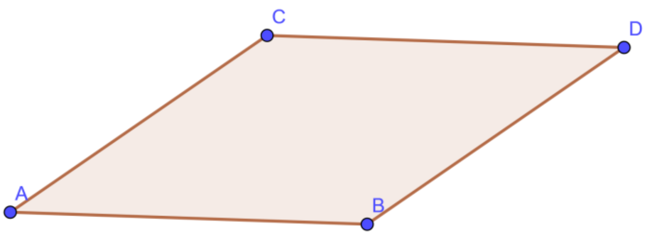
1.Démontrer que $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ puis en déduire que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

2 .En décomposant $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$, démontrer $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.

3.Démontrer que $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$. Que peut on en déduire ? Justifier.

Exercice 17 :

1.



On se donne les points A , B et C. On suppose que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

1.Construire sur la figure le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\,\overrightarrow{CA} + 3\,\overrightarrow{AB}$.

2.En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{CE} = 3\,\overrightarrow{CB}$ puis en déduire que les points B, C et E sont alignés.

Exercice 18 :

43 On considère le vecteur $\vec{u}(-2\,;4)$.
Donner les coordonnées de deux vecteurs colinéaires à $\vec{u}$.

Exercice 19 :

44 Soit les vecteurs $\vec{u}(-10\,;6)$ et $\vec{v}(-3\,;2)$.

1. Montrer que le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est égal à -2.

2. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

Exercice 20 :

Pour les exercices 108 et 109, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Capacité 12, p. 131

108 **a.** $\vec{u}(-3\,;21)$ et $\vec{v}(4\,;-28)$ **b.** $\vec{u}(3\,;12)$ et $\vec{v}(12\,;3)$

109 **a.** $\vec{u}\left(\frac{7}{4}\,;\frac{2}{7}\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{2}\,;4\right)$ **b.** $\vec{u}\left(\frac{2}{3}\,;2\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{5}\,;\frac{3}{5}\right)$

Exercice 21 :

110 Montrer, dans chaque cas, que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, et déterminer le réel k tel que $\vec{v}=k\vec{u}$.

a. $\vec{u}(-10\,;4)$ et $\vec{v}(15\,;-6)$ **b.** $\vec{u}\left(\frac{3}{2}\,;2\right)$ et $\vec{v}(21\,;28)$

Exercice 22 :

112 Déterminer, dans chaque cas, le nombre réel z tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

a. $\vec{u}(-3\,;5)$ et $\vec{v}(z\,;2)$ **b.** $\vec{u}(5\,;z)$ et $\vec{v}\left(2\,;\frac{1}{3}\right)$

c)$\vec{u}(z;1)$ et $\vec{v}(3;z)$

Exercice 23 :

45 ORAL Répondre à chacune des questions suivantes.

1. A, B et C sont trois points alignés.
Que vaut le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$?

2. A, B, C et D sont quatre points.
Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à 1.
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 24 :

47 On considère quatre points A, B, C et D tels que :

$\overrightarrow{AB}(4\,;\,1)$ et $\overrightarrow{CD}(10\,;\,3)$.

1. Montrer que le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à 2.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

Exercice 25 :

113 Soit les points C(0 ; 4), D(2 ; 7), E(8 ; 17) et F(16 ; 29).

1. a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$.

b. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

Exercice 26 :

115 Dans chacun des cas suivants, déterminer si les points A, B et C sont alignés.

a. A(2 ; 13), B(–2 ; –7) et C(11 ; 58)

b. A(9 ; 20), B(2 ; –1) et C(25 ; 71)

Capacité 13, p. 131

Exercice 27 :

116 Dans chacun des cas suivants, déterminer si le point G appartient à la droite (EF).

a. E(5 ; –3), F(–3 ; 3) et G(15 ; –9)

b. E(0 ; –7), F(1 ; 0) et G(2 ; 7)

Exercice 28 :

117 Dans chacun des cas suivants, déterminer si les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

a. A(1 ; 2), B(5 ; 8) , M(0 ; –1) et N(5 ; 6)

b. A(3 ; –10), B(15 ; 5), M(1 ; 1) et N(17 ; 21)

Capacité 13, p. 131

Exercice 29 :

118 On considère les points E(5 ; −1), F(−1 ; 4), G(7 ; 2) et M(1 ; y) où y est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de y le point M appartient-il à la droite (FG) ?

2. Pour quelle valeur de y les droites (EF) et (GM) sont-elles parallèles ?

Exercice 30 :

119 On considère les points A(4 ; 0), B(0 ; 7), C(−6 ; −5).

1. Calculer les coordonnées du milieu P du segment [AB].

2. Calculer les coordonnées des points S et T définis par :

$$\overrightarrow{BS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} \quad \text{et} \quad 5\overrightarrow{CT} = 4\overrightarrow{CA}.$$

$$\boxed{\overrightarrow{CT} = \frac{4}{5}\overrightarrow{CA}}$$

3. Le point P est-il sur la droite (ST) ? Justifier