

Correction des exercices du chapitre 12

Exercice 1 :

94 Soit les vecteurs $\vec{u}(0 ; -1)$, $\vec{v}(3 ; 4)$ et $\vec{w}(8 ; -6)$.
Calculer la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = \sqrt{0 + 1} = \sqrt{1} = 1$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\|\vec{w}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

Exercice 2 :

95 Soit les vecteurs $\vec{u}(0 ; 5)$ et $\vec{v}(4 ; -2)$.

1. Calculer la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

2. a. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

b. Montrer que $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 5$.

$$1. \quad \|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + 5^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2 \times \sqrt{5}$$

$$2.a) \vec{u} + \vec{v} (4; 3)$$

$$b) \|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Exercice 3 :

38 Soit les points A(-1 ; 9), B(3 ; 6) et C(5 ; 1).

1. a. Montrer que $AB = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$.

b. En déduire que $AB = 5$.

2. Montrer que $AC = 10$.

1.a) $\overrightarrow{AB}(3-1; 6-9)$ soit $\overrightarrow{AB}(4; -3)$ Ainsi : $AB = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

Ou bien : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (6 - 9)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

b) $AB = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

2. $\overrightarrow{AC}(5 - (-1); 1 - 9)$ soit $\overrightarrow{AC}(6; -8)$ Ainsi $AC = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

Exercice 4 :

39 Soit les points M(2 ; 1), N(5 ; 1) et P(5 ; 3).
Calculer les distances MN, NP et MP.

$\overrightarrow{MN}(5 - 2; 1 - 1)$ soit $\overrightarrow{MN}(3; 0)$ Ainsi $MN = \sqrt{3^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3$

$\overrightarrow{NP}(5 - 5; 3 - 1)$ soit $\overrightarrow{NP}(0; 2)$ Ainsi $NP = \sqrt{0^2 + 2^2} = \sqrt{4} = 2$

$\overrightarrow{MP}(5 - 2; 3 - 1)$ soit $\overrightarrow{MP}(3; 2)$ Ainsi $MP = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

Exercice 5 :

100 Soit les points A(5 ; 3), B(2 ; -1) et C(0 ; 3).

1. Calculer les distances AB, AC et BC.

2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

$\overrightarrow{AB}(2 - 5; -1 - 3)$ soit $\overrightarrow{AB}(-3; -4)$ Ainsi $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$

$\overrightarrow{AC}(0 - 5; 3 - 3)$ soit $\overrightarrow{AC}(-5; 0)$ Ainsi $AC = \sqrt{(-5)^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5$

$\overrightarrow{BC}(0 - 2; 3 - (-1))$ soit $\overrightarrow{BC}(-2; 4)$ Ainsi $BC = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

2. ABC est un triangle isocèle en A car $AB=AC$.

Exercice 6 :

101 Soit les points A(1 ; 2), B(4 ; -1) et C(3 ; 1).

Montrer que C est un point de la médiatrice du segment [AB].

101 Pour montrer qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment, il faut vérifier que ce point est à la même distance des deux extrémités du segment.

On cherche donc à montrer que $AC = CB$.

$$\overrightarrow{AC}(3 - 1; 1 - 2) \text{ soit } \overrightarrow{AC}(2; -1) \text{ Ainsi } AC = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{CB}(4 - 3; (-1) - 1) \text{ soit } \overrightarrow{CB}(1; -2) \text{ Ainsi } CB = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

$AC=CB$. On en déduit que C est un point de la médiatrice du segment [AB].

Exercice 7 :

102 Soit les points M(-1 ; -2), N(1,5 ; 3) et P(5,5 ; 1).

Montrer que le triangle MNP est rectangle en N.

PISTE : Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

$$\overrightarrow{MN}(2,5; 5) \text{ ainsi } MN = \sqrt{2,5^2 + 5^2} = \sqrt{31,25}$$

$$\overrightarrow{NP}(4; -2) \text{ ainsi } NP = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$\overrightarrow{MP}(6,5; 3) \text{ ainsi } MP = \sqrt{6,5^2 + 3^2} = \sqrt{42,25 + 9} = \sqrt{51,25}$$

$$MN^2 + NP^2 = \sqrt{31,25}^2 + \sqrt{20}^2 = 31,25 + 20 = 51,25$$

$$MP^2 = \sqrt{51,25}^2 = 51,25$$

$$\text{On en déduit que } MN^2 + NP^2 = MP^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en N.

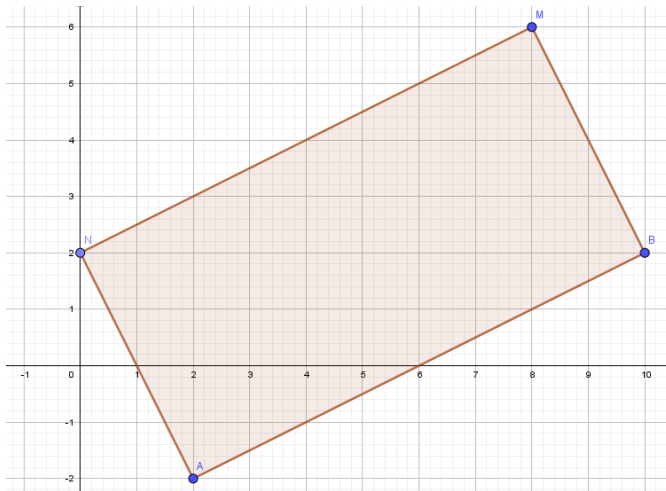
Exercice 8 :

106 On considère les points :

A(2 ; -2), B(10 ; 2), M(8 ; 6) et N(0 ; 2).

1. Montrer que le quadrilatère ABMN est un parallélogramme.
2. Calculer AM et BN. Que peut-on en déduire ?
3. Calculer l'aire de ABMN.

Capacité 14, exercice 2, p. 132



$$\overrightarrow{AB} (10-2; 2-(-2)) \text{ soit } \overrightarrow{AB} (8; 4)$$

$$\overrightarrow{NM} (8-0; 6-2) \text{ soit } \overrightarrow{NM} (8; 4)$$

On en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$ et donc que le quadrilatère ABMN est un parallélogramme.

$$2. \overrightarrow{AM} (8-2; 6-(-2)) \text{ soit } \overrightarrow{AM} (6; 8)$$

$$AM = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overrightarrow{BN} (0-10; 2-2) \text{ soit } \overrightarrow{BN} (-10; 0)$$

$$BN = \sqrt{(-10)^2 + 0^2} = \sqrt{100 + 0} = \sqrt{100} = 10$$

ABMN est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur. C'est donc un rectangle.

$$3. \overrightarrow{AB} (8; 4) \text{ donc } AB = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

$$\overrightarrow{AN} (-2; 4) \text{ donc } AN = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

L'aire du rectangle ABMN est égale à $AB \times AN = \sqrt{80} \times \sqrt{20} = \sqrt{80 \times 20} = \sqrt{1600} = 40 \text{ u.a.}$

Exercice 9 :

On se donne un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé du plan.

Soit A , B , C et D quatre points du plan de coordonnées respectives:

$A(1 ; 1), B(3 ; 2), C(4 ; 0)$ et $D(2 ; -1)$.

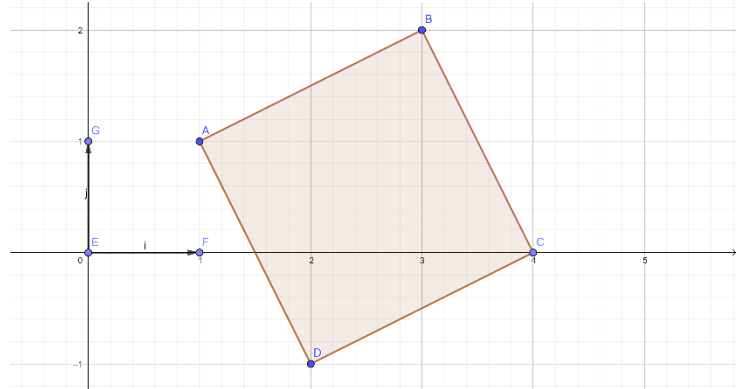
1. Représenter ces 4 points dans un repère orthonormé. Quelle conjecture peut-on émettre concernant le quadrilatère ABCD ?
2. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
3. Démontrer que ABCD est un carré.

1. $A(1 ; 1), B(3 ; 2), C(4 ; 0)$ et $D(2 ; -1)$.

2. Calculons les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$.

$$\vec{AB} (3 - 1; 2 - 1) \text{ soit } \vec{AB} (2; 1)$$

$$\vec{DC} (4 - 2; 0 - (-1)) \text{ soit } \vec{DC} (2; 1)$$



Comme les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux.

Par conséquent, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

3. Calculons les longueurs AB et AD puis BD.

$$\vec{AB} (2; 1) \text{ donc } AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$\vec{AD} (1; -2) \text{ donc } AD = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

ABCD est un parallélogramme qui a deux cotés consécutifs égaux. C'est donc un losange.

$$\vec{BD} (-1; -3) \text{ donc } BD = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$AB^2 + AD^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{5}^2 = 5 + 5 = 10 \quad BD^2 = \sqrt{10}^2 = 10$$

Comme $AB^2 + AD^2 = BD^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en A.

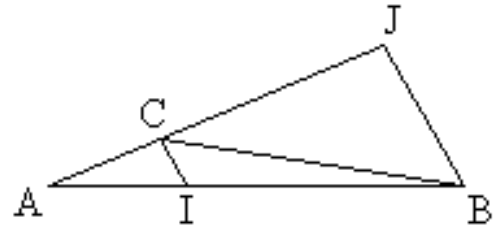
ABCD est un losange qui a deux cotés consécutifs perpendiculaires. C'est donc un carré.

Exercice 10 :

ABC est un triangle, les points I et J sont tels que

$$\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB} \quad \text{et} \quad \vec{AJ} = 3\vec{AC}$$

1. Exprimer $\vec{IC}$ et $\vec{BJ}$ en fonction de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
2. En déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.



1.

$$\vec{IC} = \vec{IA} + \vec{AC} \quad \text{Or} \quad \vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$$

$$= -\vec{AI} + \vec{AC}$$

$$= -\frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{BJ} = \vec{BA} + \vec{AJ} \quad \text{Or} \quad \vec{AJ} = 3\vec{AC}$$

$$= -\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

2.

$$\vec{IC} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AC}$$

$$\vec{BJ} = -\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

×3

×3

On a $\vec{BJ} = 3\vec{IC}$.

Par conséquent, les vecteurs $\vec{IC}$ et $\vec{BJ}$ sont colinéaires.

On en déduit donc que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

Exercice 11 :

ABC est un triangle ; I est le milieu de [AB].

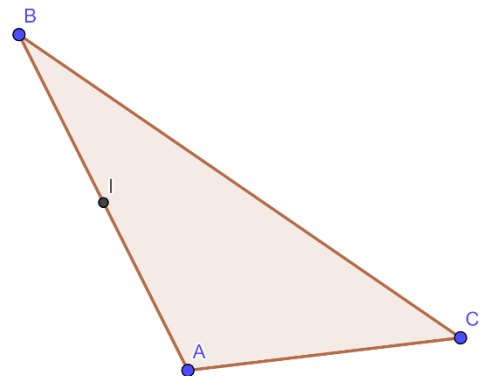
1. Construire le point J tel que $\vec{AJ} = -\vec{AC}$ et

le point K vérifiant l'égalité : $\vec{BK} = \frac{1}{3}\vec{BC}$

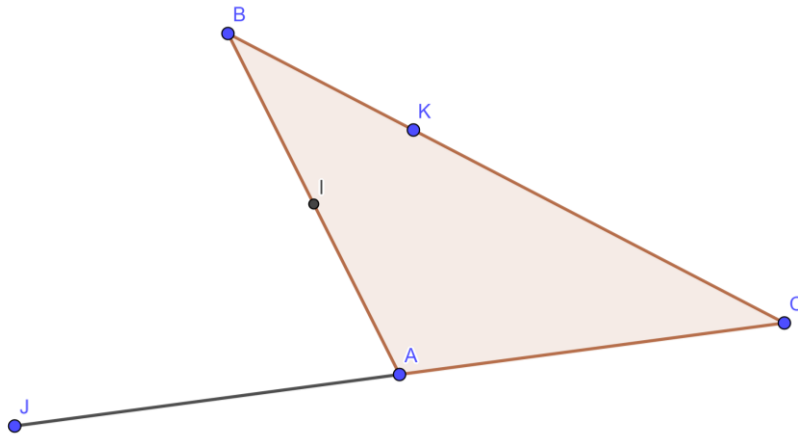
2. Démontrer que $\vec{IK} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

3. Démontrer que $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC}$.

4. Exprimer le vecteur $\vec{IJ}$ en fonction du vecteur $\vec{IK}$. Que dire alors des points I, J et K ? Justifier.



1.



2.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{IK} &= \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BK} & \text{or } \overrightarrow{IB} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} & \text{et } \overrightarrow{BK} &= \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \\
 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \\
 &= \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \\
 &= \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \overrightarrow{IJ} &= \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} & \text{or } \overrightarrow{IA} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} & \text{et } \overrightarrow{AJ} &= -\overrightarrow{AC} \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} \\
 &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}.
 \end{aligned}$$

4.

$$\overrightarrow{IK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{IJ} = -3\overrightarrow{IK}.$$

Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ sont colinéaires.

On en déduit donc que les droites (IJ) et (IK) sont parallèles et ont un point commun I.

Les points I, J et K sont donc alignés.

Exercice 12 :

ABC est un triangle ; P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC) disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)

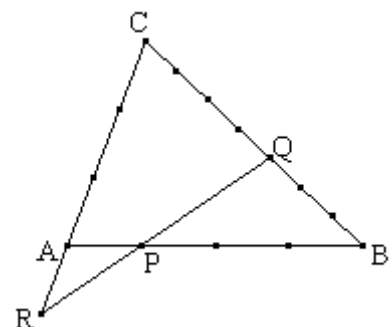
1. Compléter directement :

$$\overrightarrow{AP} = \dots \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AR} = \dots \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BQ} = \dots \overrightarrow{BC}$$

2. Exprimer $\overrightarrow{PR}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. Démontrer que $\overrightarrow{PQ} = \frac{9}{28}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$.

4. Justifier que $-\frac{9}{7}\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ}$. Que peut-on conclure ?



$$\begin{aligned}
1. \quad \overrightarrow{AP} &= \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BQ} = \frac{3}{7} \overrightarrow{BC} \\
2. \quad \overrightarrow{PR} &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AR} \quad \text{or} \quad \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AR} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\
&= -\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\
3. \quad \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ} \quad \text{or} \quad \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BQ} = \frac{3}{7} \overrightarrow{BC} \\
&= -\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{BC} \\
&= \left(-\frac{1}{4} + 1\right) \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\
&= \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{BA} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{3}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
&= \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{7}\right) \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
&= \left(\frac{21}{28} - \frac{12}{28}\right) \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
&= \frac{9}{28} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
4. \quad -\frac{9}{7} \overrightarrow{PR} &= -\frac{9}{7} \left(-\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}\right) \\
&= -\frac{9}{7} \times -\frac{1}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{9}{7} \times -\frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\
&= \frac{9}{28} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} \\
&= \overrightarrow{PQ}.
\end{aligned}$$

Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ sont colinéaires.

On en déduit donc que les droites (PQ) et (PR) sont parallèles et ont un point commun P.

Les points P, Q et R sont donc alignés.

Exercice 13 :

Soit ABC un triangle et E et F les points tels que

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{AF} = \frac{1}{5} \overrightarrow{AC}.$$

- Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction $\overrightarrow{AF}$.
- Exprimer $\overrightarrow{CF}$ en fonction $\overrightarrow{AF}$.
- Exprimer $\overrightarrow{BC}$ en fonction $\overrightarrow{AE}$ puis exprimer $\overrightarrow{BF}$ en fonction $\overrightarrow{FE}$.

4. Que peut-on dire des points B, F, E ? Justifier

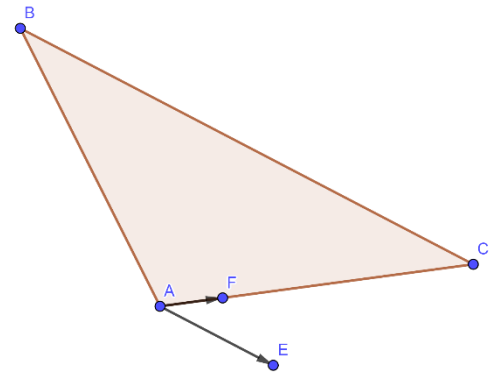
$$1. \quad \overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AF}.$$

$$\begin{aligned}
2. \quad \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AF} \quad \text{or} \quad \overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AF} \\
&= -5\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AF} \\
&= -4\overrightarrow{AF}
\end{aligned}$$

$$3. \quad \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AE}$$

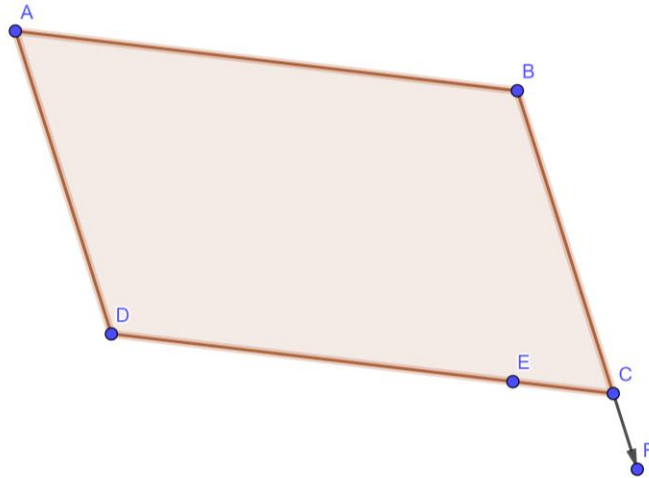
$$\begin{aligned}
\overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} \quad \text{or} \quad \overrightarrow{CF} = -4\overrightarrow{AF} \\
&= 4\overrightarrow{AE} - 4\overrightarrow{AF} \\
&= 4(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FA}) \\
&= 4(\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}) \\
&= 4\overrightarrow{FE}
\end{aligned}$$

Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{FE}$ sont colinéaires. On en déduit donc que les droites (BF) et (FE) sont parallèles et ont un point commun F.



Les points B,F et E sont donc alignés.

Exercice 14 :



Soit ABCD un parallélogramme et soit les points E et F vérifiant $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BC}$.

1. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AD}$.
2. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
3. Dédurre des questions b) et c) que les points A, E et F sont alignés.

$$\begin{aligned} 1. \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} & \text{or } \overrightarrow{BF} &= \frac{5}{4}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{BC} & \text{or } \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \overrightarrow{AE} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} & \text{or } \overrightarrow{CE} &= \frac{1}{5}\overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{CD} & \text{or } \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{BA} \\ &= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{5}\overrightarrow{BA} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} \\ &= (1 - \frac{1}{5})\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} & \text{or } \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{aligned}$$

$$3. \overrightarrow{AE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{4}\overrightarrow{AD}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{AF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AE}.$$

Par conséquent, les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires.

On en déduit donc que les droites (AE) et (AF) sont parallèles et ont un point commun A.

Les points A, E et F sont donc alignés.

Exercice 15 :

Soit ABC un triangle.

Les points R, S et T vérifient $\overrightarrow{AR} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AS} =$

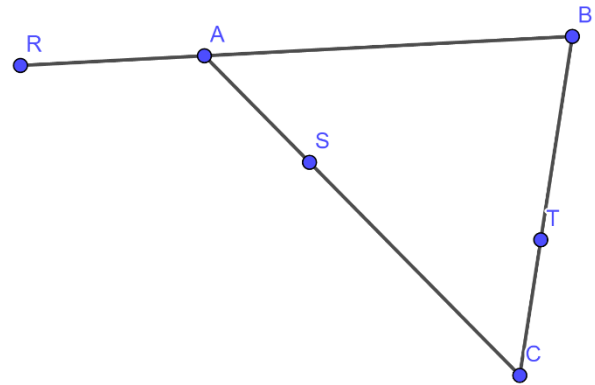
$\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{TB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

1. Démontrer $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

2. Démontrer $\overrightarrow{RT} = \frac{9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$.

3. Démontrer que $\overrightarrow{RS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{RT}$.

4. Que peut-on en déduire ?



Hypothèses : $\overrightarrow{AR} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{TB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ soit $-\overrightarrow{BT} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

1. Montrons que $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

départ arrivée

$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AS}$ (relation de Chasles avec A)

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

2. $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BT}$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$$

$$= (\frac{1}{2} + 1)\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$= (\frac{3}{2} - \frac{3}{5})\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC}$$

3. Montrons que $\overrightarrow{RS} = \frac{5}{9}\overrightarrow{RT}$

Arrivée départ

$$\frac{5}{9}\overrightarrow{RT} = \frac{5}{9}(\frac{9}{10}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AC})$$

=...

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$= \overrightarrow{RS}$$

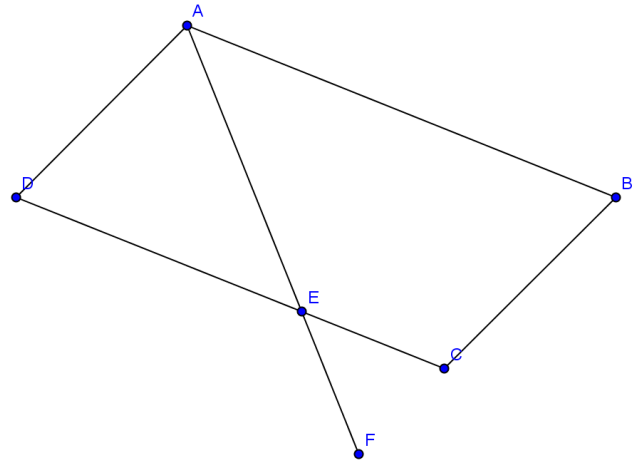
4. Les vecteurs $\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RT}$ sont donc colinéaires. Ainsi les droites (RS) et (RT) sont parallèles. Elles ont de plus un point commun. Les points R, S et T sont donc alignés.

Exercice 16

Soit ABCD un parallélogramme

Les points E et F vérifient : $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$,

$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$, (cf figure ci-contre – on ne demande pas de la refaire)



1. Démontrer que $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ puis en déduire que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$$

$$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}) \text{ or } \overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$$

$$= \frac{3}{2}(\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD})$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD})$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{2}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

2 .En décomposant $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AD}$, démontrer $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \text{ or } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} + (1 + \frac{1}{2})\overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$$

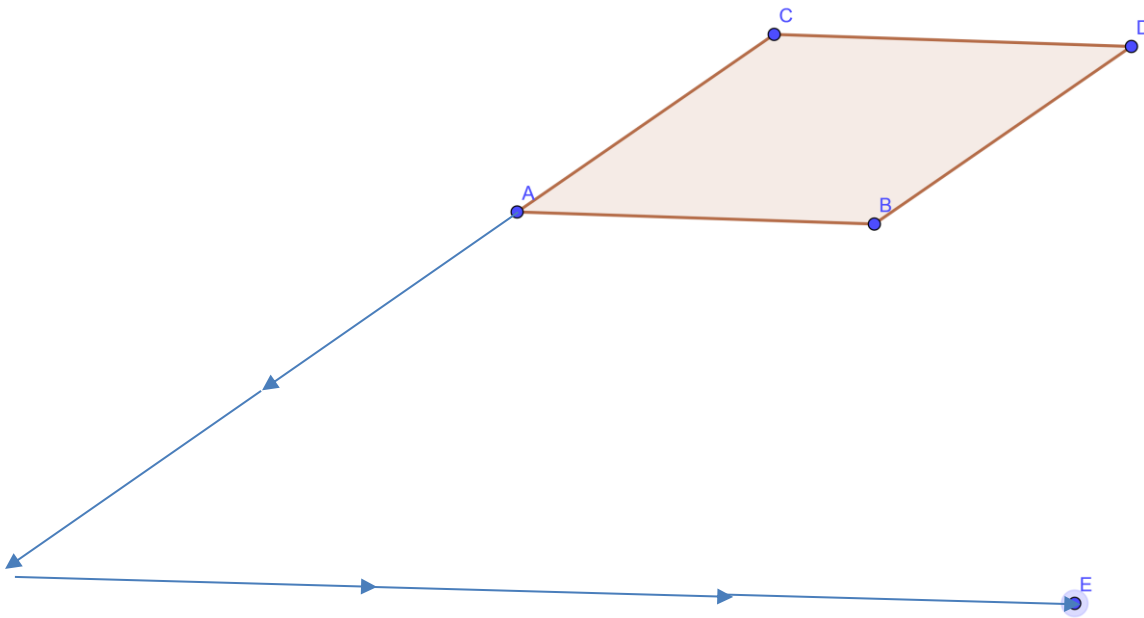
3. Démontrer que $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$. Que peut-on en déduire ? Justifier.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} \\
 &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \\
 &= \overrightarrow{BB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \quad \text{or} \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \\
 &= \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}
 \end{aligned}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont donc colinéaires. Ainsi les droites (BF) et (BC) sont parallèles. Elles ont de plus un point commun. Les points B, F et C sont donc alignés.

Exercice 17 :

1.



On se donne les points A, B et C. On suppose que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

1. Construire sur la figure le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB}$.

2. En utilisant la relation de Chasles, démontrer que $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{CB}$ puis en déduire que les points B, C et E sont alignés.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{CE} &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} \\
 &= \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} \\
 &= 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} \\
 &= 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) \\
 &= 3\overrightarrow{CB}
 \end{aligned}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont donc colinéaires. Ainsi les droites (CE) et (CB) sont parallèles. Elles ont de plus un point commun. Les points B, C et E sont donc alignés.

Exercice 18 :

43 On considère le vecteur $\vec{u}(-2; 4)$.

Donner les coordonnées de deux vecteurs colinéaires à $\vec{u}$.

$$\vec{v} = 2 \vec{u} \quad \vec{v}(-4; 8)$$

$$\vec{v} = -3 \vec{u} \quad \vec{v}(6; -12)$$

Exercice 19 :

44 Soit les vecteurs $\vec{u}(-10; 6)$ et $\vec{v}(-3; 2)$.

1. Montrer que le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est égal à -2 .

2. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.

1.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -10 & 6 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -10 \times 2 - (-3) \times 6 = -20 + 18 = -2$$

2. $\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 20 :

Pour les exercices **108** et **109**, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Capacité 12, p. 131

108 a. $\vec{u}(-3; 21)$ et $\vec{v}(4; -28)$ b. $\vec{u}(3; 12)$ et $\vec{v}(12; 3)$

109 a. $\vec{u}\left(\frac{7}{4}; \frac{2}{7}\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ b. $\vec{u}\left(\frac{2}{3}; 2\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}\right)$

108a)p141

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -3 & 21 \\ 4 & -28 \end{vmatrix} = -3 \times (-28) - 4 \times 21 = 84 - 84 = 0$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

108b)p141

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 12 & 3 \end{vmatrix} = 3 \times 3 - 12 \times 12 = -135$$

$\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$. On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires

109a)p141

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \frac{7}{4} & \frac{2}{7} \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \frac{7}{4} \times 4 - \frac{2}{7} \times \frac{1}{2} = 7 - \frac{1}{7} = \frac{49}{7} - \frac{1}{7} = \frac{48}{7}$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

109b)p141

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} & 2 \\ 1 & \frac{3}{5} \end{vmatrix} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = 0$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 21 :

110 Montrer, dans chaque cas, que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, et déterminer le réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.

a. $\vec{u}(-10; 4)$ et $\vec{v}(15; -6)$ b. $\vec{u}\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ et $\vec{v}(21; 28)$

$$a) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -10 & 4 \\ 15 & -6 \end{vmatrix} = -10 \times (-6) - 15 \times 4 = 0.$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

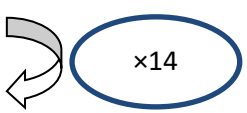
On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

$$\begin{array}{l} \vec{u}(-10; -4) \\ \vec{v}(15; -6) \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{×-1,5} \\ \text{○} \end{array} \quad \vec{v} = -1,5 \vec{u}$$

$$b) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ 21 & 28 \end{vmatrix} = \frac{3}{2} \times 28 - 21 \times 2 = 42 - 42 = 0$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

$$\vec{u} \left(\frac{3}{2}; 2 \right) \quad \vec{v} (21; 28) \quad \vec{v} = 14 \vec{u}$$


Exercice 22 :

112 Déterminer, dans chaque cas, le nombre réel z tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

a. $\vec{u}(-3; 5)$ et $\vec{v}(z; 2)$ b. $\vec{u}(5; z)$ et $\vec{v}\left(2; \frac{1}{3}\right)$

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à $\det(\vec{u}, \vec{v})=0$

$$\begin{aligned} &\text{équivaut à } \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ z & 2 \end{vmatrix} = 0 \\ &\text{équivaut à } (-3) \times 2 - z \times 5 = 0 \\ &\text{équivaut à } -6 - 5z = 0 \\ &\text{équivaut à } -5z = 6 \\ &\text{équivaut à } -5z = 6 \\ &\text{équivaut à } z = -\frac{6}{5} \end{aligned}$$

b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à $\det(\vec{u}, \vec{v})=0$

$$\begin{aligned} &\text{équivaut à } \begin{vmatrix} 5 & z \\ 2 & \frac{1}{3} \end{vmatrix} = 0 \\ &\text{équivaut à } 5 \times \frac{1}{3} - 2 \times z = 0 \\ &\text{équivaut à } \frac{5}{3} - 2z = 0 \\ &\text{équivaut à } -2z = -\frac{5}{3} \\ &\text{équivaut à } z = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

c) $\vec{u}(z; 1)$ et $\vec{v}(3; z)$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires équivaut à $\det(\vec{u}, \vec{v})=0$

$$\begin{aligned} &\text{équivaut à } \begin{vmatrix} z & 1 \\ 3 & z \end{vmatrix} = 0 \\ &\text{équivaut à } z \times z - 3 \times 1 = 0 \\ &\text{équivaut à } z^2 - 3 = 0 \\ &\text{équivaut à } z^2 = 3 \\ &\text{équivaut à } z = \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

Exercice 23 :

45  **ORAL** Répondre à chacune des questions suivantes.

1. A, B et C sont trois points alignés.

Que vaut le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB}$?

2. A, B, C et D sont quatre points.

Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à 1.

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

1. A  C
le déterminant vaut 0 car les vecteurs sont colinéaires.

2. Le déterminant n'est pas nul. Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires et les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 24 :

47 On considère quatre points A, B, C et D tels que :
 $\overrightarrow{AB}(4 ; 1)$ et $\overrightarrow{CD}(10 ; 3)$.

1. Montrer que le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à 2.
2. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.
3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

$$1. \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 10 & 3 \end{vmatrix} = 4 \times 3 - 10 \times 1 = 2$$

$$2. \det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) \neq 0$$

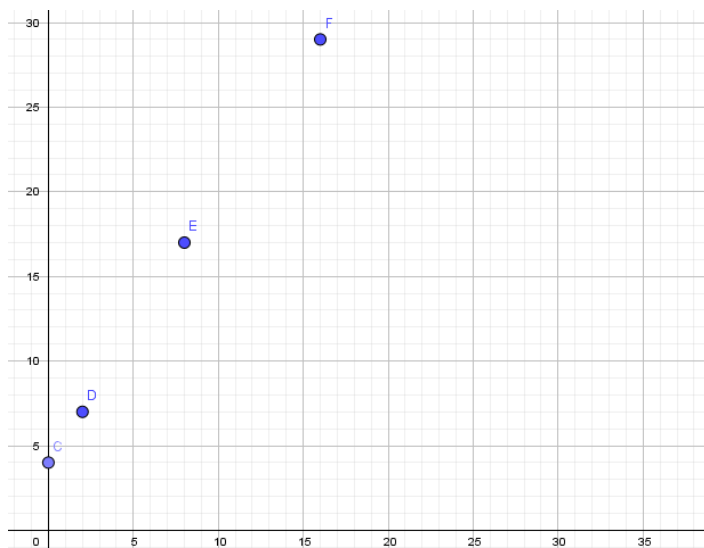
On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires.

3. Comme les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires alors les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 25 :

113 Soit les points C(0 ; 4), D(2 ; 7), E(8 ; 17) et F(16 ; 29).

1. a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$.
- b. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.
2. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont-ils colinéaires ? Justifier.



1.a) $\overrightarrow{CD} (2; 3)$ $\overrightarrow{EF} (8; 12)$

$$\det(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 12 \end{vmatrix} = 2 \times 12 - 8 \times 3 = 12 - 12 = 0$$

b) $\det(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}) = 0$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires.

2. $\overrightarrow{CD} (2; 3)$ $\overrightarrow{CE} (8; 13)$

$$\det(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 13 \end{vmatrix} = 2 \times 13 - 8 \times 3 = 26 - 24 = 2$$

b) $\det(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) \neq 0$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 26 :

115 Dans chacun des cas suivants, déterminer si les points A, B et C sont alignés.

a. A(2 ; 13), B(-2 ; -7) et C(11 ; 58)

b. A(9 ; 20), B(2 ; -1) et C(25 ; 71)

Capacité 13, p. 131

a) $\overrightarrow{AB} (-4; -20)$ $\overrightarrow{AC} (9; 45)$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -4 & -20 \\ 9 & 45 \end{vmatrix} = -4 \times 45 - 9 \times (-20) = -180 + 180 = 0$$

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 0$. On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et donc que les points A, B et C sont alignés.

b) $\overrightarrow{AB}(-7; -21)$ $\overrightarrow{AC}(16; 51)$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} -7 & -21 \\ 16 & 51 \end{vmatrix} = -7 \times 51 - 16 \times (-21) = -21$$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \neq 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires.

Par conséquent, les points A, B et C ne sont pas alignés.

Exercice 27 :

116 Dans chacun des cas suivants, déterminer si le point G appartient à la droite (EF).

a. E(5 ; -3), F(-3 ; 3) et G(15 ; -9)

b. E(0 ; -7), F(1 ; 0) et G(2 ; 7)

a) $\overrightarrow{EF}(-8; 6)$ $\overrightarrow{EG}(10; -6)$

$$\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) = \begin{vmatrix} -8 & 6 \\ 10 & -6 \end{vmatrix} = (-8) \times (-6) - 10 \times 6 = -12$$

$$\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) \neq 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ ne sont pas colinéaires.

Par conséquent, les points E, F et G ne sont pas alignés et donc G n'appartient pas à la droite (EF).

b) $\overrightarrow{EF}(1; 7)$ $\overrightarrow{EG}(2; 14)$

$$\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 14 \end{vmatrix} = 1 \times 14 - 2 \times 7 = 0$$

$$\det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires.

Par conséquent, les points E, F et G sont alignés et donc G appartient à la droite (EF).

Exercice 28 :

117 Dans chacun des cas suivants, déterminer si les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

a. A(1 ; 2), B(5 ; 8), M(0 ; -1) et N(5 ; 6)

b. A(3 ; -10), B(15 ; 5), M(1 ; 1) et N(17 ; 21)

Capacité 13, p. 131

a. $\overrightarrow{AB}$ (4; 6) $\overrightarrow{MN}$ (5; 7)

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}) = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 4 \times 7 - 5 \times 6 = -2$$

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}) \neq 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ ne sont pas colinéaires.

Par conséquent, les droites (AB) et (MN) ne sont pas parallèles.

b. $\overrightarrow{AB}$ (12; 15) $\overrightarrow{MN}$ (16; 20)

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}) = \begin{vmatrix} 12 & 15 \\ 16 & 20 \end{vmatrix} = 12 \times 20 - 16 \times 15 = 240 - 240 = 0$$

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}) = 0$. On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.

Par conséquent, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercice 29 :

118 On considère les points E(5 ; -1), F(-1 ; 4), G(7 ; 2) et M(1 ; y) où y est un nombre réel.

1. Pour quelle valeur de y le point M appartient-il à la droite (FG) ?

2. Pour quelle valeur de y les droites (EF) et (GM) sont-elles parallèles ?

1. $\overrightarrow{FM}$ (2; y - 4) $\overrightarrow{FG}$ (8; -2)

M appartient à la droite (FG) équivaut à $\overrightarrow{FM}$ et $\overrightarrow{FG}$ sont colinéaires.

$$\text{équivaut à } \det(\overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FG}) = 0$$

$$\text{équivaut à } \begin{vmatrix} 2 & y-4 \\ 8 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{équivaut à } 2 \times (-2) - 8 \times (y-4) = 0$$

$$\text{équivaut à } -4 - 8y + 32 = 0$$

$$\text{équivalent à } -8y + 28 = 0$$

$$\text{équivalent à } -8y = -28$$

$$\text{équivalent à } y = -\frac{28}{-8} = \frac{7}{2}$$

$$2. \quad \overrightarrow{EF}(-6; 5) \quad \overrightarrow{GM}(-6; y-2)$$

(EF) et (GM) sont parallèles équivalent à $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GM}$ sont colinéaires.

$$\text{équivalent à } \det(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{GM}) = 0$$

$$\text{équivalent à } \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ -6 & y-2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{équivalent à } (-6) \times (y-2) - (-6) \times 5 = 0$$

$$\text{équivalent à } -6y + 12 + 30 = 0$$

$$\text{équivalent à } -6y = -42$$

$$\text{équivalent à } y = -\frac{42}{-6} = 7$$

Exercice 30 :

119 On considère les points A(4 ; 0), B(0 ; 7), C(-6 ; -5).

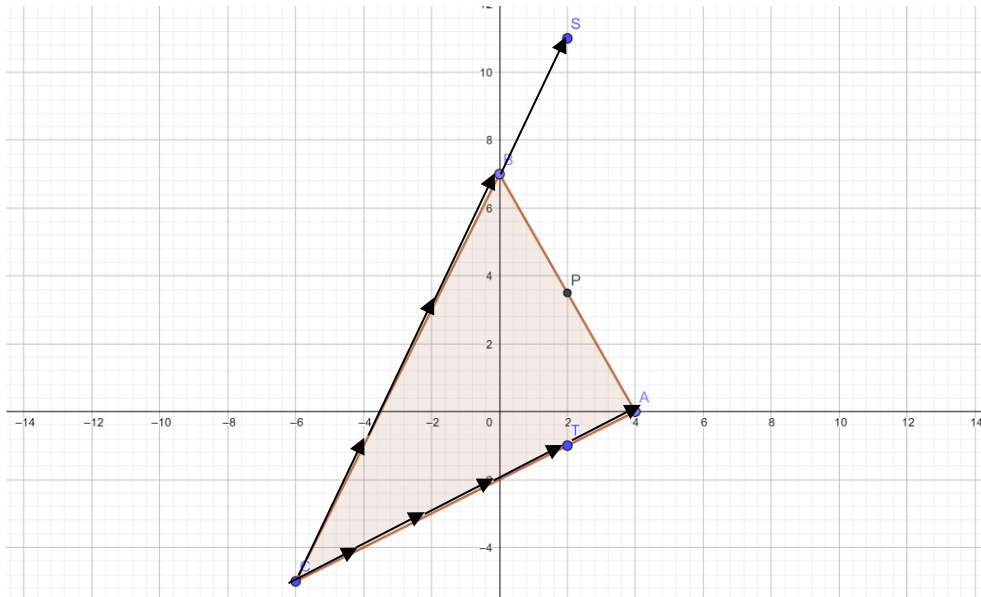
1. Calculer les coordonnées du milieu P du segment [AB].

2. Calculer les coordonnées des points S et T définis par :

$$\overrightarrow{BS} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CB} \quad \text{et} \quad 5\overrightarrow{CT} = 4\overrightarrow{CA}.$$

$$\overrightarrow{CT} = \frac{4}{5} \overrightarrow{CA}$$

3. Le point P est-il sur la droite (ST) ? Justifier



$$1. P\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right) \text{ soit } P\left(\frac{4+0}{2}; \frac{0+7}{2}\right) \text{ soit } P(2; 3,5)$$

2. On pose $B(0;7)$ $S(x;y)$

$$\overrightarrow{BS}(x-0; y-7) \text{ soit } \overrightarrow{BS}(x; y-7)$$

$$\overrightarrow{CB}(6; 12) \quad \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}(2; 4)$$

$$\overrightarrow{BS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$$

On en déduit que $x = 2$ et $y - 7 = 4$

$$x = 2 \quad \text{et} \quad y = 11$$

$$S(2; 11)$$

On pose $T(x;y)$

$$\overrightarrow{CT}(x-(-6); y-(-5)) \text{ soit } 5\overrightarrow{CT}(5(x+6); 5(y+5))$$

$$\overrightarrow{CA}(10; 5) \quad 4\overrightarrow{CA}(40; 20)$$

On en déduit que $5(x+6) = 40$ et $5(y+5) = 20$

$$x+6 = 8 \quad \text{et} \quad y+5 = 4$$

$$x = 2 \text{ et } y = -1 \quad T(2; -1)$$

$$3. \overrightarrow{PS}(0; 7,5) \quad \overrightarrow{PT}(0; -12)$$

$$\det(\overrightarrow{PS}, \overrightarrow{PT}) = \begin{vmatrix} 0 & 7,5 \\ 0 & -12 \end{vmatrix} = 0 \times (-12) - 0 \times 7,5 = 0$$

$$\det(\overrightarrow{PS}, \overrightarrow{PT}) = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{PS}$ et $\overrightarrow{PT}$ sont colinéaires.

Par conséquent, les points P, S et T sont alignés et donc

P appartient à la droite (ST).