

Correction des exercices sur le chapitre 14

Exercice 1 : fonctions paires - impaires

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

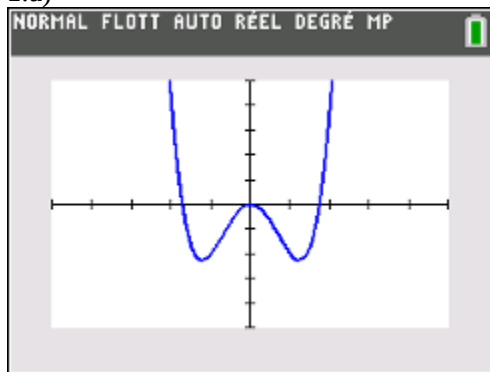
1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 3x^2$.

- a) Représenter la courbe de la fonction f à l'écran de votre calculatrice.
- b) Conjecturer la parité de la fonction f .
- c) Calculer $f(-x)$ (on remplacera x par $(-x)$ dans l'expression de $f(x)$)
- d) Conclure.

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ privé de 0 par $f(x) = \frac{1}{x}$.

- a) Représenter la courbe de la fonction f à l'écran de votre calculatrice.
- b) Conjecturer la parité de la fonction f .
- c) Calculer $f(-x)$ (on remplacera x par $(-x)$ dans l'expression de $f(x)$)
- d) Conclure.

1.a)

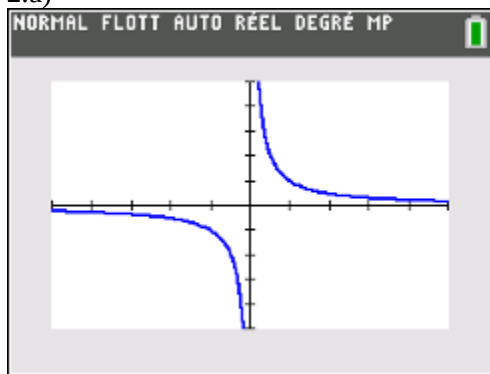


b) Il semble que f est paire. (axe des ordonnées est axe de symétrie)

$$c) f(-x) = (-x)^4 - 3(-x)^2 = (-x)(-x)(-x)(-x) - 3 \times (-x)(-x) = x^4 - 3x^2 = f(x)$$

d) On en déduit que f est paire.

2.a)



b) Il semble que f est impaire. (l'origine est centre de symétrie)

$$c) f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

d) On en déduit que f est impaire.

108 a. $x(x-1)(x-2) > 0$

b. $x^2(x+3) < 0$

109 a. $(x^2 + 1)(5 - 10x) < 0$

b. $\frac{x^3}{3x-12} \geq 0$

108b)

$x + 3 > 0$ (+) équivaut à $x > -3$ (à droite)

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
x^2	+	+	0	+
$x + 3$	-	0	+	+
$x^2(x + 3)$	-	0	+	+

$x^2(x + 3) < 0$ $S =]-\infty; -3[$

109a) $x^2 + 1 \geq 1 > 0$

$5 - 10x > 0$ (+) équivaut à $-10x > -5$ équivaut à $x < \frac{1}{2}$ (à gauche)

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x^2 + 1$	+	+	+
$5 - 10x$	+	0	-
$(x^2 + 1)(5 - 10x)$	+	0	-

$(x^2 + 1)(5 - 10x) < 0$ $S =]\frac{1}{2}; +\infty[$

Exercices 57,58,59p231

Pour les exercices **57** à **59**, résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque inéquation.

57 a. $5x^2 - 4 < 3x^2 + 10$

b. $-x^2 + 3 \geq -4x^2 + 6$

58 a. $7 - 6x^2 \leq x^2 - 14$

b. $-2x^2 + 1 > 3x^2 - 9$

59 a. $3x^2 + 1 \geq 4 - x^2$

b. $-7x^2 + 1 > 4$

57a)

$$5x^2 - 4 < 3x^2 + 10 \text{ équivaut à } 5x^2 - 3x^2 < 10 + 4 \text{ équivaut à } x^2 < 7$$

$$S =]-\sqrt{7}; \sqrt{7}[$$

57b)

$$-x^2 + 3 \geq -4x^2 + 6 \text{ équivaut à } -x^2 + 4x^2 \geq 6 - 3 \text{ équivaut à } x^2 \geq 1$$

$$S =]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$$

58 a. $x \in]-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty[$

b. $x \in]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$

59 a. $x \in]-\infty; -\frac{\sqrt{3}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty[$

b. Pas de solution.

Exercices 113,114b)p234

113 1. Construire le tableau de signes dans $\mathbb{R}$ du produit :

$$(x^2 - 3)(2x + 4).$$

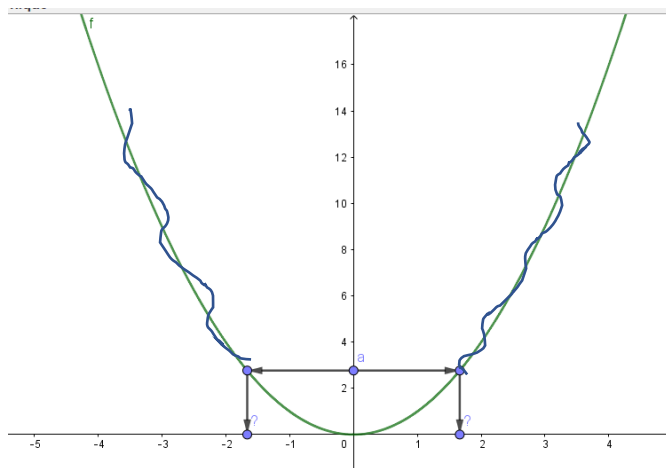
2. a. En déduire le tableau de signes dans $[0; +\infty[$ du produit :

$$(x^2 - 3)(2x + 4).$$

b. En déduire les solutions dans $[0; +\infty[$ de l'inéquation :

$$(x^2 - 3)(2x + 4) < 0.$$

$$1.2x + 4 > 0 \quad (+) \text{ équivaut à } 2x > -4 \text{ équivaut à } x > -2 \quad (\text{droite})$$



$$x^2 - 3 > 0 \text{ équivaut à } x^2 > 3 \text{ équivaut à } x \in]-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty[$$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$		
$x^2 - 3$		+	+	0	-	0	+	
$2x + 4$		-	0	+		+	+	
$(x^2 - 3)(2x + 4)$		-	0	+	0	-	0	+

2. a.

x	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$(x^2 - 3)(2x + 4)$	-	0	+

b. L'ensemble solution de l'inéquation est $[0 ; \sqrt{3}[$.

114 Résoudre dans $[0 ; +\infty[$ les inéquations :

a. $(-2x + 6)(4x - 8) > 0$; b. $(x^2 - 7)(-3x + 9) \leq 0$.

$-3x + 9 > 0$ ($\oplus$) équivaut à $-3x > -9$ équivaut à $x < 3$ (gauche)

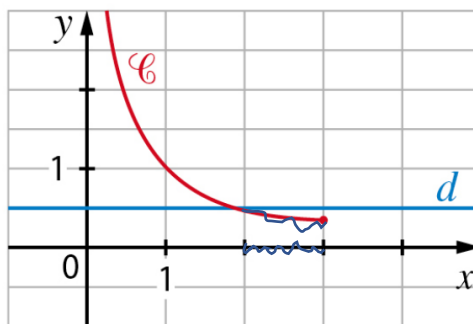
$x^2 - 7 > 0$ équivaut à $x^2 > 7$ équivaut à $x \in]-\infty; -\sqrt{7}[\cup]\sqrt{7}; +\infty[$

x	$-\infty$	$-\sqrt{7}$	0	$\sqrt{7}$	3	$+\infty$		
$x^2 - 7$		$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	
$-3x + 9$		$+$		$+$	$+$	0	$-$	
$(x^2 - 7)(-3x + 9)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

x	0	$\sqrt{7}$	3	$+\infty$	
$(x^2 - 7)(-3x + 9)$	-	0	+	0	-

$S = [0 ; \sqrt{7}] \cup [3 ; +\infty[$

20 On a tracé ci-contre $\mathcal{C}$ sur $]0 ; 3]$ et la droite d d'équation $y = 0,5$.



1. Résoudre graphiquement dans $]0 ; 3]$ l'équation $\frac{1}{x} = 0,5$.

2.a. Déterminer graphiquement l'ensemble des points de $\mathcal{C}$ qui sont « au-dessous » de la droite d .

b. Résoudre alors l'inéquation $\frac{1}{x} < 0,5$ sur $]0 ; 3]$.

1. La solution est $x=2$.

2a)b) Les solutions sont les réels de l'intervalle $]2 ; 3]$

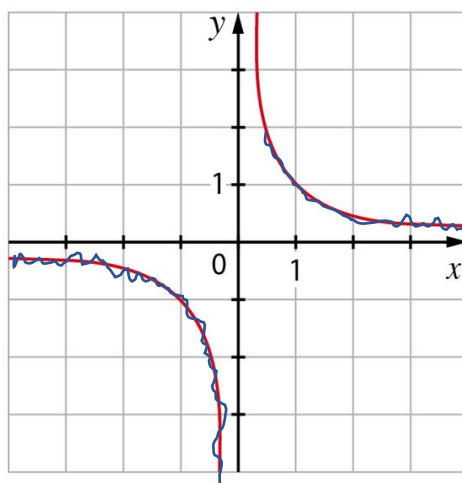
74 La courbe représentative de la fonction inverse est tracée ci-contre.

1. Résoudre graphiquement les équations :

a. $\frac{1}{x} = -1$; **b.** $\frac{1}{x} = 2$.

2. Résoudre graphiquement les inéquations :

a. $\frac{1}{x} < -1$; **b.** $\frac{1}{x} < 2$.



74 1. a. $x = -1$

b. $x = 0,5$

2. a. $x \in] -1 ; 0[$

b. $x \in] -\infty ; 0[\cup]0,5 ; +\infty[$

75 1. Résoudre algébriquement dans $[0; +\infty[$:

a. l'équation $\sqrt{x} = 5$; b. l'inéquation $\sqrt{x} < 3$.

2. Résoudre algébriquement dans $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$:

a. l'équation $\frac{1}{x} = -7$; b. l'inéquation $\frac{1}{x} < 6$.

Capacité 6, p. 219

75 1. a. $x = 25$

b. $x \in [0; 9[$

2. a. $x = -\frac{1}{7}$

b. $x \in] -\infty; 0[\cup] \frac{1}{6}; +\infty[$

Pour les exercices **76** à **81**, résoudre les équations et inéquations.

76 a. $\frac{1}{x} = 2$

b. $\frac{1}{x} \leq 2$

c. $\frac{1}{x} > 2$

77 a. $\frac{1}{x} = -4$

b. $\frac{1}{x} \leq -4$

c. $\frac{1}{x} < -4$

78 a. $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{3}$

b. $\frac{1}{x} \geq \frac{2}{7}$

c. $\frac{1}{x} > 1$

76 a. $x = \frac{1}{2}$

b. $x \in] -\infty; 0[\cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

c. $x \in] 0; \frac{1}{2}[$

77 a. L'équation $\frac{1}{x} = -4$ a pour solution $x = -\frac{1}{4}$, soit $x = -0,25$.

b. Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x} \leq -4$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de la fonction inverse qui sont « au-dessous » ou sur la droite d'équation $y = -4$.

En s'aidant de la courbe de la fonction inverse et d'après la réponse à la question a., l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{1}{x} \leq -4$ est l'intervalle $[-0,25; 0[$.

c. Les solutions de l'inéquation $\frac{1}{x} < -4$ sont les mêmes que celles de l'inéquation $\frac{1}{x} \leq -4$, mais on enlève les solutions de l'équation $\frac{1}{x} = -4$.

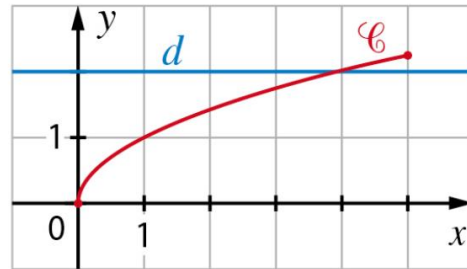
Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{1}{x} < -4$ est l'intervalle $] -0,25; 0[$.

78 a. $x \in] -\infty; 0[\cup [3; +\infty[$

b. $x \in] 0; \frac{7}{2}[$

c. $x \in] 0; 1[$

23 On a tracé ci-contre $\mathcal{C}$ sur $I = [0; 5]$ et la droite d d'équation $y = 2$.



Déterminer graphiquement l'ensemble des points de $\mathcal{C}$ qui sont « au-dessous » de la droite d , puis résoudre l'inéquation $\sqrt{x} < 2$ dans I .

23 Graphiquement, c'est l'ensemble des points de $\mathcal{C}$ dont l'abscisse est dans l'intervalle $[0; 4[$. Ainsi, $\sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x \in [0; 4[$.

72 1. Représenter graphiquement la fonction racine carrée.

2. Résoudre graphiquement les équations :

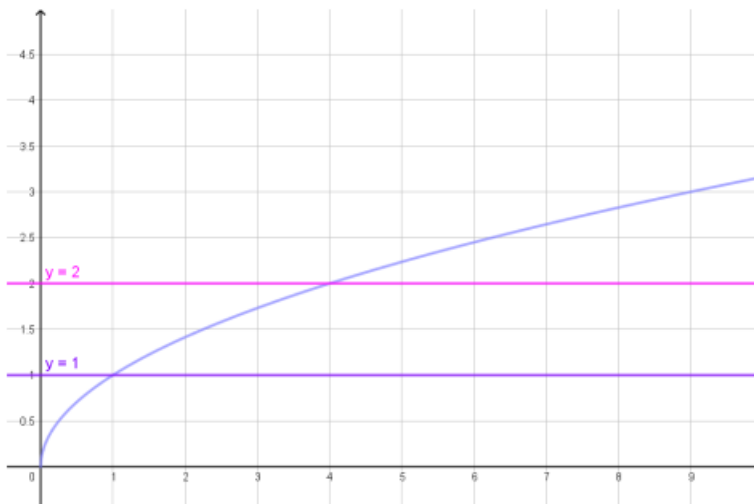
a. $\sqrt{x} = 1$; b. $\sqrt{x} = 2$.

3. Résoudre graphiquement les inéquations :

a. $\sqrt{x} < 1$; b. $\sqrt{x} < 2$.

Capacité 5, p. 219

72 1.



2. a. $x = 1$

b. $x = 4$

3. a. $x \in [0; 1[$

b. $x \in [0; 4[$

80 a. $\sqrt{x} = 6$

b. $\sqrt{x} \leq 6$

c. $\sqrt{x} < 6$

81 a. $\sqrt{x} \leq 8$

b. $\sqrt{x} \geq 5$

c. $\sqrt{x} > 2$

80 a. $x = 36$

b. $x \in [0 ; 36]$

c. $x \in [0 ; 36[$

81 Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

a. $x \in [0 ; 64]$

b. $x \in [25 ; +\infty[$

c. $x \in]4 ; +\infty[$

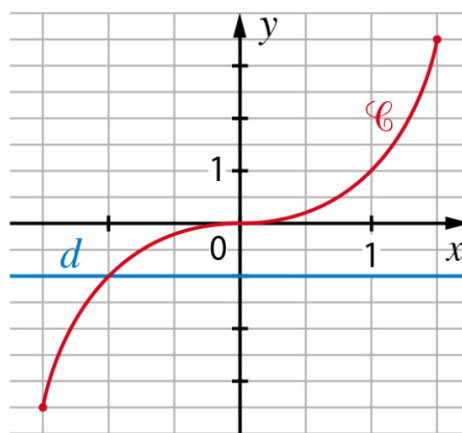
Exercices 16p228,37p230,43,44p230,66p231

16 On a tracé ci-contre $\mathcal{C}$ sur $I = [-1,5 ; 1,5]$ et la droite d d'équation $y = -1$.

1. Résoudre graphiquement dans I l'équation $x^3 = -1$.

2. a. Déterminer graphiquement l'ensemble des points de $\mathcal{C}$ qui sont « au-dessous » de la droite d .

b. Résoudre alors l'inéquation $x^3 < -1$ dans I .



16 1. On regarde l'abscisse du point d'intersection entre la courbe C et la droite d .

La solution de l'équation $x^3 = -1$ dans I est -1 .

2. a. Les points de C qui sont « au-dessous » de la droite d sont tous les points dont l'abscisse est comprise entre $-1,5$ inclus et -1 exclu, soit dans l'intervalle $[-1,5 ; -1[$.

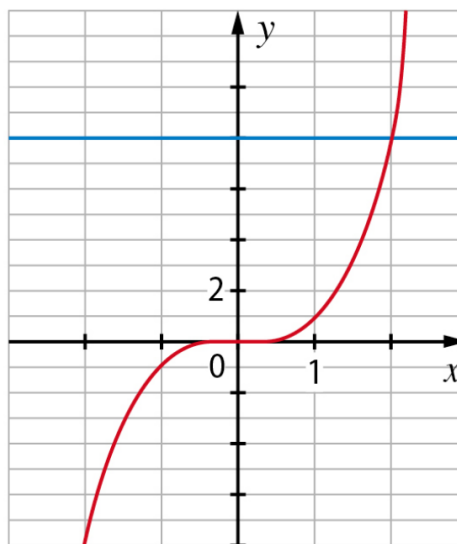
b. L'ensemble solution de l'inéquation $x^3 < -1$ dans I est l'ensemble des abscisses des points de C qui sont « au-dessous » de d . D'après la question précédente, l'ensemble solution de l'inéquation $x^3 < -1$ dans I est donc $[-1,5 ; -1[$.

37 La courbe représentative de la fonction cube et la droite d'équation $y = 8$ sont tracées ci-contre.

Par lecture graphique, résoudre dans $[-2 ; 3]$ les équations et inéquations suivantes.

a. $x^3 = 8$ **b.** $x^3 \leq 8$

c. $x^3 \geq 8$ **d.** $x^3 > 8$



37 a. $x = 2$

b. $x \in [-2 ; 2]$

c. $x \in [2 ; 3]$

d. $x \in]2 ; 3]$

43 a. $x^3 = 6$

b. $x^3 \leq 6$

c. $x^3 < 6$

44 a. $x^3 \leq 8$

b. $x^3 \geq 4$

c. $x^3 > 2$

43 a. $x = \sqrt[3]{6}$

b. $x \in]-\infty ; \sqrt[3]{6}]$

c. $x \in]-\infty ; \sqrt[3]{6}[$

44 a. $x \in]-\infty ; 2]$

b. $x \in [\sqrt[3]{4} ; +\infty[$

c. $x \in]\sqrt[3]{2} ; +\infty[$

66 a. $5 - 2x^3 \leq 4x^3 - 11$

b. $-9 - x^3 > x^3 + 1$

66 a. L'inéquation $5 - 2x^3 \leq 4x^3 - 11$ est équivalente à $-6x^3 \leq -16$, soit $x^3 \geq \frac{-16}{-6}$,

ou $x^3 \geq \frac{8}{3}$. De plus, l'équation $x^3 = \frac{8}{3}$ admet pour solution $x = \sqrt[3]{\frac{8}{3}}$.

En s'aidant de la courbe de la fonction cube, on trouve alors que l'ensemble solution de l'inéquation

$x^3 \geq \frac{8}{3}$ est l'intervalle $[\sqrt[3]{\frac{8}{3}} ; +\infty[$.

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $5 - 2x^3 \leq 4x^3 - 11$ est l'intervalle $[\sqrt[3]{\frac{8}{3}} ; +\infty[$.

b. L'inéquation $-9 - x^3 > x^3 + 1$ est équivalente à $-2x^3 > 10$ soit $x^3 < \frac{10}{-2}$, ou $x^3 < -5$.

De plus, l'équation $x^3 = -5$ admet pour solution $x = \sqrt[3]{-5}$.

En s'aidant de la courbe de la fonction cube, on trouve alors que l'ensemble solution de l'inéquation

$x^3 < -5$ est l'intervalle $] -\infty ; \sqrt[3]{-5}[$.

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $-9 - x^3 > x^3 + 1$ est l'intervalle $] -\infty ; \sqrt[3]{-5}[$.