Correction des exercices sur le chapitre 5

<u>Exercice 1 :</u>définition des fonctions

1.On dispose de la capture d'écran du logiciel Python ci-dessous :

```
def f(x):
    return(x**3+5*x**2-1)
```

Console Python

```
*** Python 3.4.5 |Continuum Analytics, Inc.| (default,
 32 bit (Intel)] on win32. ***
*** Remote le moteur Python  est actif ***
>>>
*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>> f(1)
5
>>>
```

a)f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 5x^2 - 1$

b) L'image de 1 est égal à 5.

2. On dispose de la capture d'écran du logiciel Edupython ci-dessous :

```
# Créé par ORDI, le 10/01/2022 en Python 3.7
from math import*

def f(x):
    y=sqrt(x**2+1)
    return(y)
```

Console Python

```
>>>
>>>
>>>
>>>
>>>
>>>
*** Console de processus distant Réinitialisée
***
>>> f(0)
1.0
>>> f(4)
4.123105625617661
>>>
```

a)f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

b) L'image de 0 est égal à 1.   L'image de 4 vaut à peu près 4,12.

3. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{x^2+4}$

```
def  f(x):
   y=1/(x**2+4)
   return (y)
```

<u>Exercice 2</u> :ensemble de définition

Soit f la fonction qui à x associe $f(x) = \sqrt{3x - 1}$.

a) On peut calculer $f(x)$ si $3x - 1 \geq 0$

b) $3x - 1 \geq 0$

équivaut à $3x \geq 1$

équivaut à $x \geq \frac{1}{3}$ Les solutions sont les réels de l'intervalle $[\frac{1}{3}; +\infty[$

c) L'ensemble de définition de la fonction f est D=$[\frac{1}{3}; +\infty[$

<u>Exercice 3</u> : calculs d'images et d'antécédents

soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 4$.

1. $f(-4) = -3 \times (-4) + 4 = 16$ $f(5) = -3 \times 5 + 4 = -11$
   $-4 \longrightarrow 16$
2. -4 est un antécédent de 16 car $f(-4) = 16$.
3. $x \longrightarrow -29$

On résout l'équation $f(x) = -29$

$-3x + 4 = -29$
équivaut à $-3x = -29 - 4$
équivaut à $-3x = -33$
équivaut à $x = \frac{-33}{-3} = 11$
-29 a un seul antécédent : 11

Exercice 4 :calculs d'images et d'antécédents

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

1. $f(0) = 0^2 + 2 \times 0 - 3 = -3$.
2. $f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$
3. $f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} - 3 = 3 + 2\sqrt{3} - 3 = 2\sqrt{3}$

4. $x \longrightarrow -3$
On résout l'équation $f(x) = -3$

$x^2 + 2x - 3 = -3$
équivaut à $x^2 + 2x = 0$
équivaut à $x \times x + 2 \times x = 0$ $\quad ab + ac = a(b + c)$
équivaut à $x(x + 2) = 0$
équivaut à $x = 0 \; ou \; x + 2 = 0$ (équation produit nul)
équivaut à $x = 0 \; ou \; x = -2$
-3 a deux antécédents : 0 et -2

Exercice 5 : calculs d'images et d'antécédent

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ \{2}par $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$

1. $f(1) = \frac{1+3}{1-2} = \frac{4}{-1} = -4$.

2. $x \longrightarrow 0$
On résout l'équation $f(x) = 0$
$\frac{x+3}{x-2} = \frac{0}{1}$ équivaut à $x + 3 = 0(x - 2) = 0$
équivaut à $x = -3$
0 un seul antécédent : -3.

3.On résout l'équation $f(x) = 1$
$\frac{x+3}{x-2} = 1$ équivaut à $\frac{x+3}{x-2} = \frac{1}{1}$
équivaut à $x + 3 = x - 2$
équivaut à $0 = -5$
impossible !
1 n'a donc pas d'antécédent !

Exercice 6 : points appartenant à une courbe

Soit C la courbe d'équation y=2x²-3x+1.
1.Le point A(2 ;5) appartient-il à la courbe C ? Justifier.
$2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3 \neq 5$.
Donc A(2 ;5) n'appartient pas à la courbe C.
2.Le point B(-2 ;15) appartient-il à la courbe C ? Justifier.
$2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 = 8 + 6 + 1 = 15$.
Donc A(-2 ;15) appartient à la courbe C.

Exercice 7 : tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4x - 5$.
1.A l'aide la calculatrice , compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7	16	27	40

2.L'image de -2 est -9 $(f(-2) = -9)$
3. Deux antécédents de -5 sont -4 et 0.

<u>Exercice 8 :</u> tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice

Soit f la fonction définie sur $[0; 1[$ par $f(x) = \frac{1}{x-1}$.
1.A l'aide la calculatrice , compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$f(x)$	-1	$-1{,}111$	-1,25	-1,429	1,667	-2	-2,5	-3,333	-5	-10

2.L'image de 0,5 est -2 $(f(0{,}5) = -2)$
3.Un antécédent de -10 est 0,9.

<u>Exercice 9 :</u> tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 11$.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	-9	0.875	7	10.125	11	10,375	9	7,625	7	7,875	11

<u>Exercice 10 : points appartenant à une courbe ?</u>

88 Soit $\mathscr{C}$ la courbe d'équation $y = 2x^2 - 4x - 1$, où x est un réel de l'intervalle $[-2 ; 2]$.

1. a. Les points A(0 ; 2) et B(–1 ; 7) appartiennent-ils à $\mathscr{C}$? Justifier par un calcul.

b. Calculer l'ordonnée du point D de $\mathscr{C}$ dont l'abscisse est 2.

2. a. Construire un tableau de valeurs de y pour x variant de –2 à 2 avec un pas de 1.

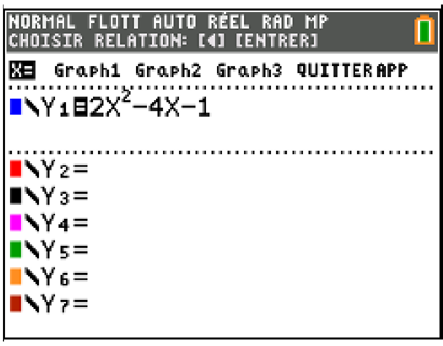
b. Tracer $\mathscr{C}$ dans un repère.

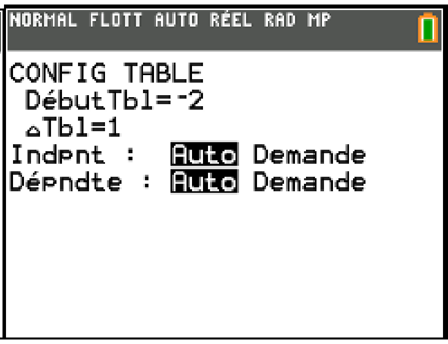
Capacité 7, p. 221

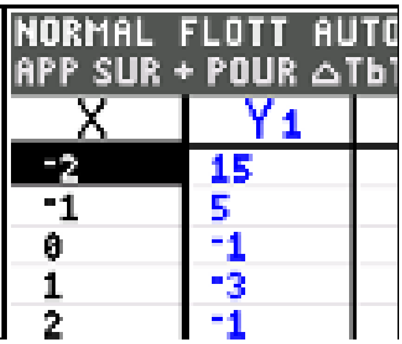
1.a)
$2 \times 0^2 - 4 \times 0 - 1 = -1 \neq 2$
Par conséquent , A(0 ;2) n'appartient pas à la courbe de f.

$2 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) - 1 = 2 \times 1 + 4 - 1 = 2 + 4 - 1 = 5 \neq 7$
Par conséquent , B(-1 ;7) n'appartient pas à la courbe de f.

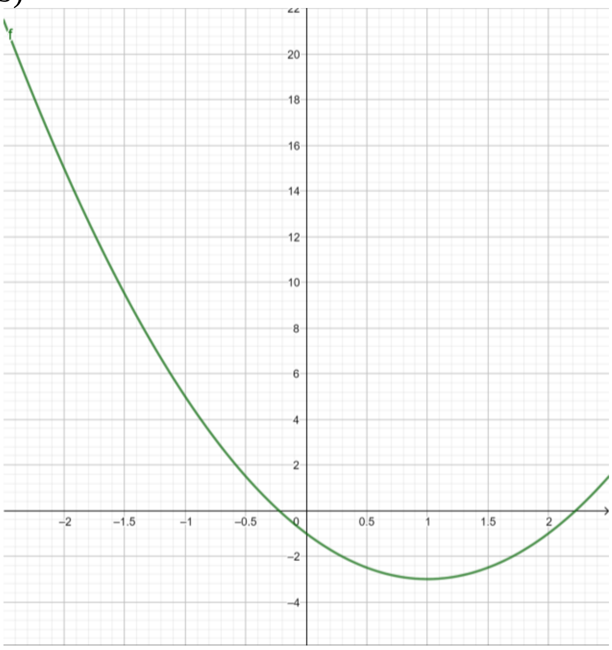
b)
$y = 2 \times 2^2 - 4 \times 2 - 1 = 8 - 8 - 1 = -1$
Le point D a pour coordonnées D(2 ;-1)
2a)







b)



Exercice 11 : points appartenant à une courbe ?

89 CALC Soit $\mathscr{C}$ la courbe d'équation $y = 2x^2 + 6x$.

1. À l'aide de la calculatrice, construire un tableau de valeurs de y pour x variant de –2 à 0,5 avec un pas de 0,5.

2. a. Tracer $\mathscr{C}$ dans un repère d'unité 1 cm sur chaque axe.

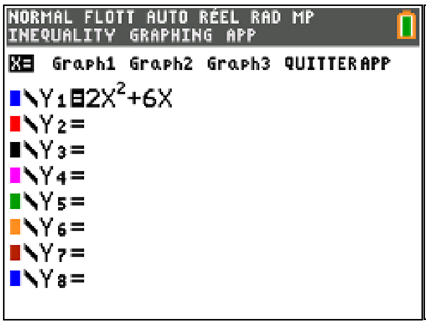
b. Contrôler le tracé précédent sur une calculatrice.

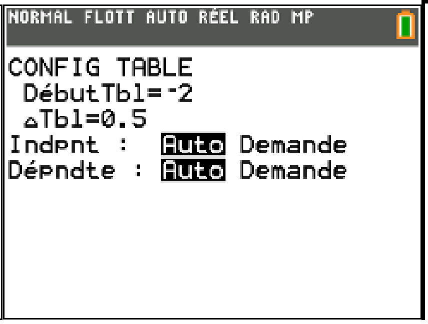
3. Le point M(0,4 ; 2,72) appartient-il à $\mathscr{C}$? Justifier par un calcul.

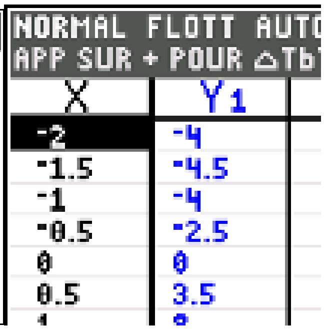
4. a. Quelle est l'ordonnée du point K de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0,3 ?

b. Déterminer algébriquement l'abscisse de chacun des deux points de $\mathscr{C}$ d'ordonnée 0.

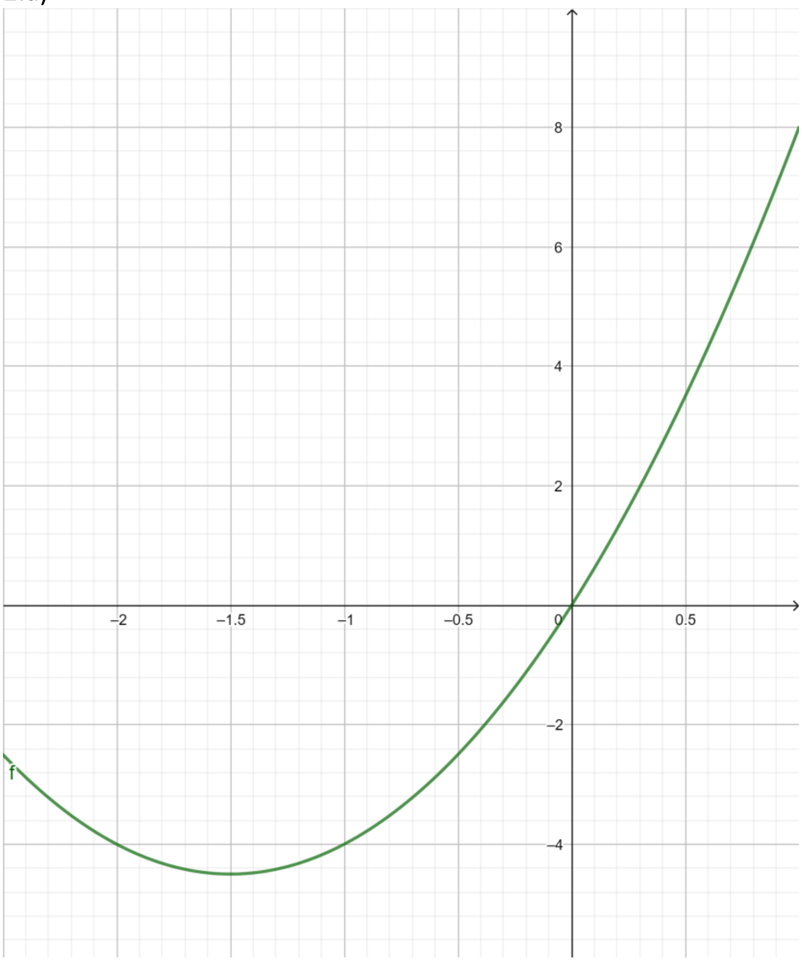
1.


NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
INEQUALITY GRAPHING APP
Graph1 Graph2 Graph3 QUITTER APP
Y1=2X²+6X
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
Y8=

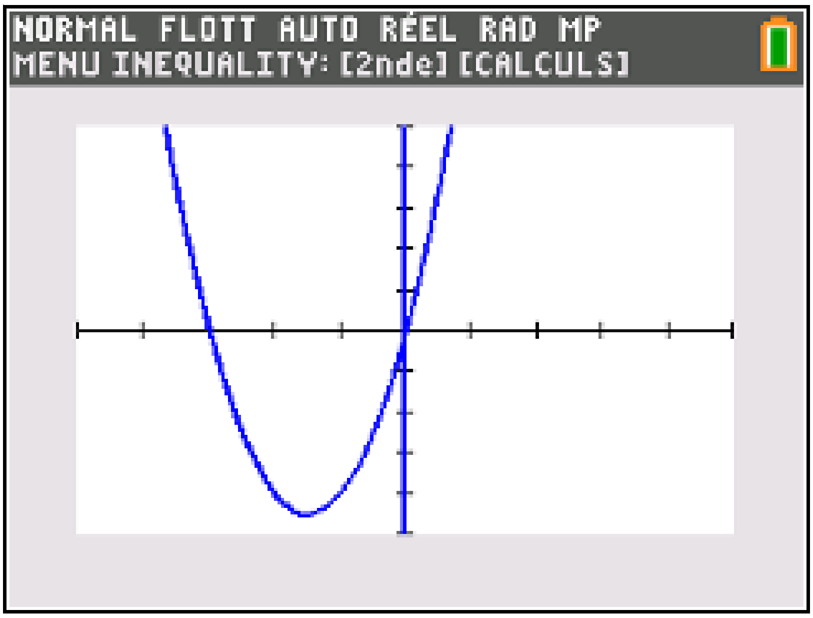

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
CONFIG TABLE
DébutTbl=-2
ΔTbl=0.5
Indpnt : Auto Demande
Dépndte : Auto Demande


NORMAL FLOTT AUTO
APP SUR + POUR ΔTbl
X Y1
-2 -4
-1.5 -4.5
-1 -4
-0.5 -2.5
0 0
0.5 3.5

2.a)


8
6
4
2
−2
−4
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
f

b)



3.

$2 \times 0{,}4^2 + 6 \times 0{,}4 = 2 \times 0{,}16 + 2{,}4 = 2{,}72$
Par conséquent , M(0,4 ;2,72) appartient à la courbe de f.

4.a) $2 \times 0{,}3^2 + 6 \times 0{,}3 = 2 \times 0{,}09 + 1{,}8 = 1{,}98$
Par conséquent , le point K d'abscisse 0,3 a pour coordonnées K(0,3 ;1,98).

b)On recherche les antécédents de 0.
On résout l'équation $y = 0$

$2x^2 + 6x = 0$ équivaut à $2 \times x \times x + 6 \times x = 0$

équivaut à $x \times (2x + 6) = 0$ (équation produit nul)

équivaut à $x = 0 \quad ou \quad 2x + 6 = 0$

équivaut à $x = 0 \quad ou \quad 2x = -6$

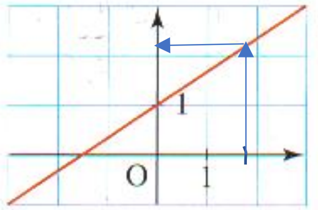
équivaut à $x = 0 \quad ou \quad x = -\frac{6}{2} = -3$

Il y a deux points d'ordonnée 0 : les points A(0 ;0) et B(-3 ;0)

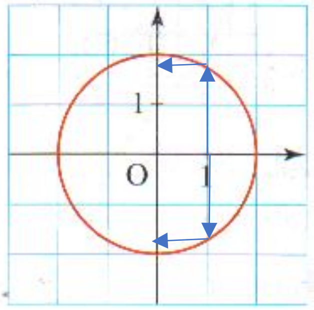
<u>Exercice 12</u> :courbes d'une fonction ?

Pour chacun des graphiques suivants, indiquer s'il s'agit de la courbe représentative d'une fonction en justifiant la réponse. Dans l'affirmative, préciser son ensemble de définition.

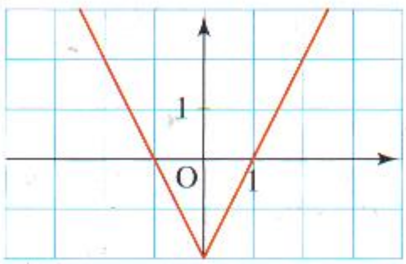
a)



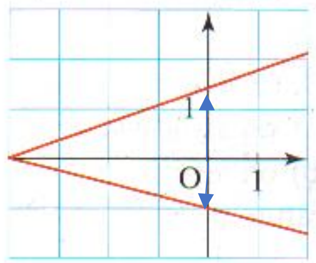
b)



c)

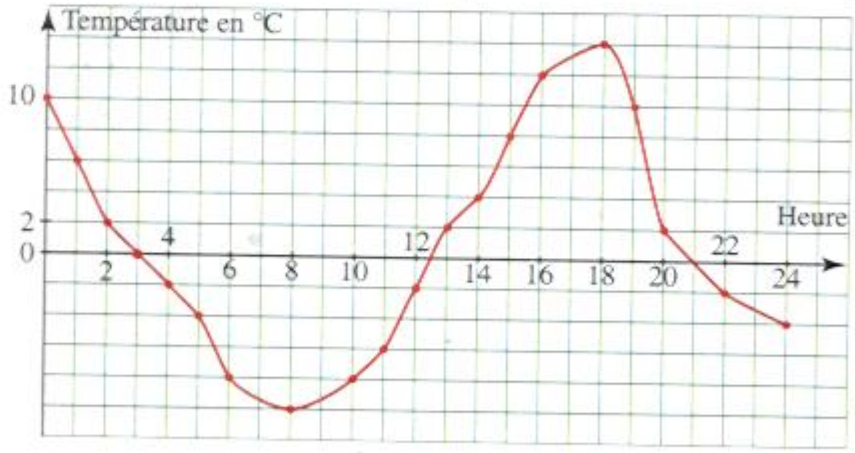


d)



b)d) Les courbes ne représentent pas des fonctions car à certains nombres on peut associer plusieurs « images »
a)c) Les courbes représentent des fonctions définies sur ℝ car à chaque réel , on peut associer une seule image.

Le graphique ci-dessous indique la température en fonction de l'heure durant une journée en un lieu donné.



1. Lire la température aux heures suivantes :

a) 2 h **b)** 3 h **c)** 16 h **d)** 18 h

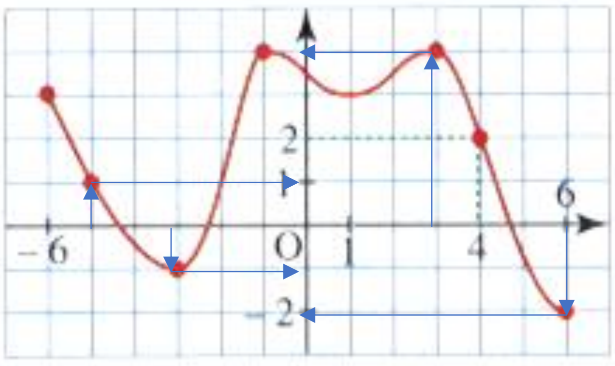
2. À quelles heures la température est-elle égale à :

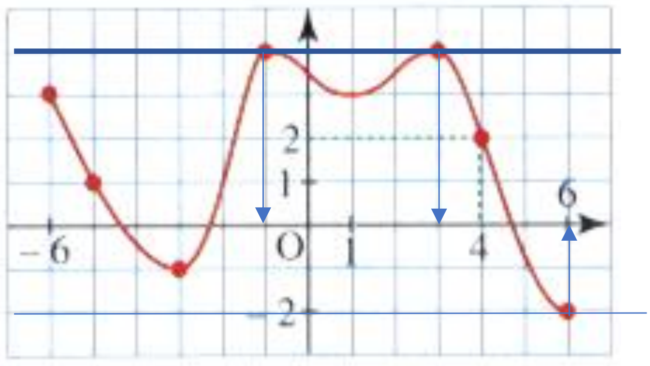
a) 6° C ? **b)** – 8° C ? **c)** – 10° C ?

1.A 2h la température est de 2 degrés
b)A 3h, la température est de 0 degré
c) A 16h , la température est de 12 degrés
d)A 18h, la température est de 14 degrés.
2.a) La température est de 6 degrés à 1h , 14h30 et 19h30
b) La température est de -8 degrés à 6h et 10h
c) La température est de -10 degrés à 8h

Exercice 13 :lecture graphique d'images, d'antécédents

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle [-6 ;6].

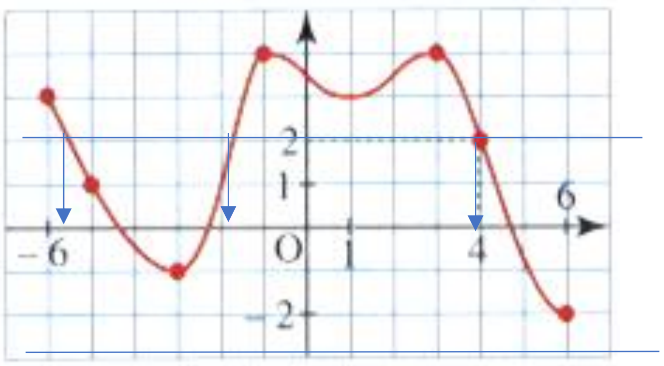




1. $f(-5) = 1$, $f(-3) = -1$, $f(3) = 4$, $f(6) = -2$, $f(0) \approx 3{,}5$ et $f(-4) \approx -0{,}5$.

2 a) Les antécédents de 4 sont -1 et 3.

b) L'équation $f(x) = -2$ a une seule solution 6.



c) -3 n'a pas d'antécédent par f.

d) L'équation *f(x)=2* admet 3 solutions *:* α , β et 4 $\alpha \approx -5{,}5$ et $\beta \approx -1{,}8$

Exercice 14 :lecture graphique d'images, d'antécédents

f est la fonction représentée ci-contre. Lire sur ce graphique :

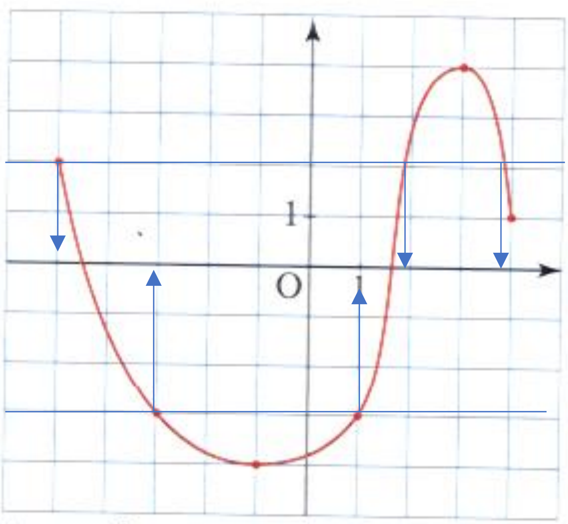
1. l'ensemble de définition de f ;

2. l'image par f de :

a) – 5

b) 3

c) – 2 ;



3. les nombres qui ont pour image par f :

a) – 3 **b)** 2

1.L'ensemble de définition de f est l'intervalle $[-5\,;4]$

2.a)$f(-5) = 2$ $b)f(3) = 4$ $c)f(-2) \approx -3{,}8$

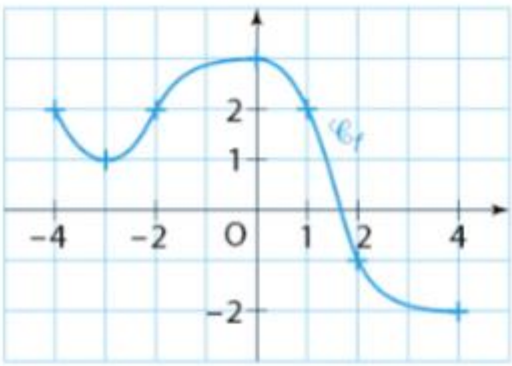
3.a)Les antécédents de -3 sont -3 et 1.

b)Les antécédents de 2 sont $-5, \alpha$ et β $\alpha \approx -1{,}9$ et $\beta \approx -3{,}9$

<u>Exercice 15 :</u>lecture graphique d'images, d'antécédents

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle [-4 ;4].

1. $f(-4) = 2\,, f(0) = 3\,, f(2) = -1$ et $f(4) = -2$.

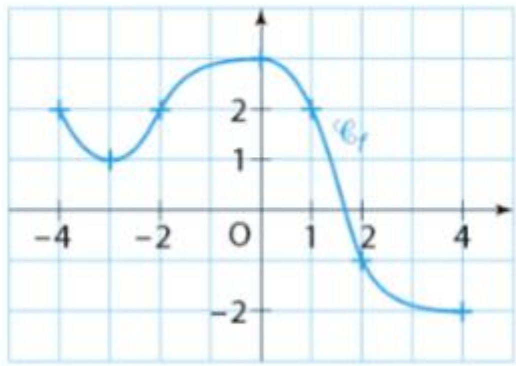


2.Résoudre graphiquement les équations :

a)$f(x) = 2$ $S = \{-4\,; -2\,; 1\}$

b)$f(x) = -2$ $S = \{4\}$

c)$f(x) = 3$ $S = \emptyset$



1

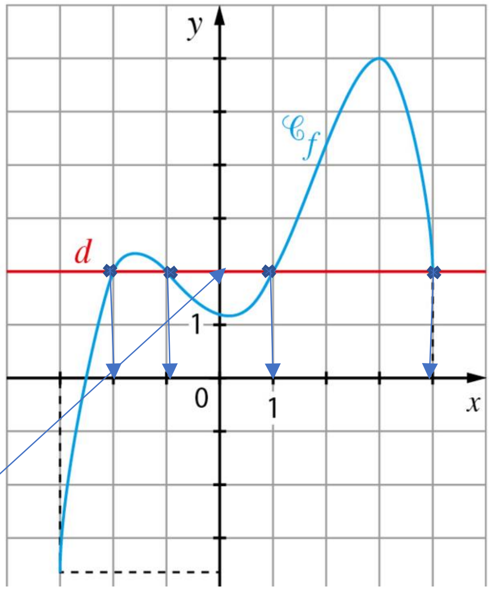
Exercice 16 : résolution graphique d'inéquations

90 Soit f la fonction définie sur l'intervalle [–3 ; 4] dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-contre. La droite d a pour équation $y = 2$. Résoudre par lecture graphique l'équation et les inéquations suivantes.

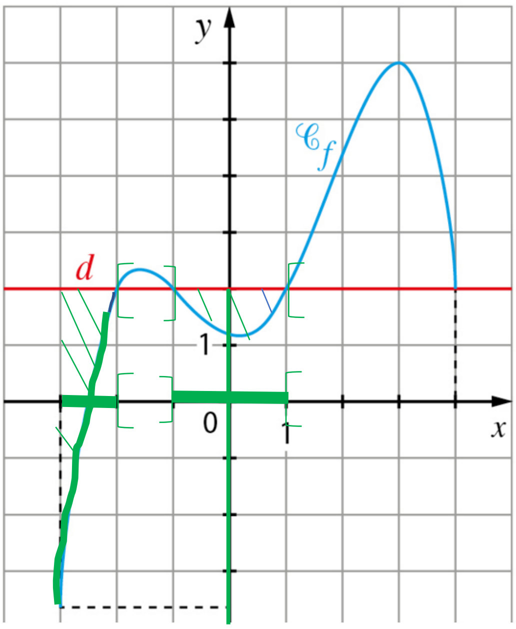
a. $f(x) = 2$

b. $f(x) < 2$

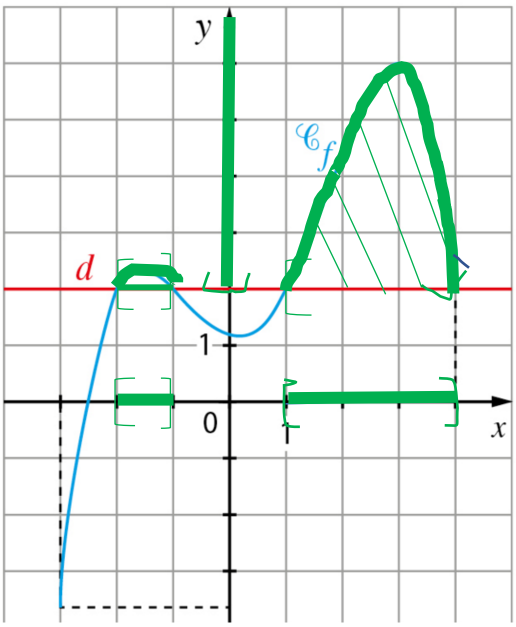
c. $f(x) \geqslant 2$



a)L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 2$ est S=$\{-2; -1; 1; 4\}$



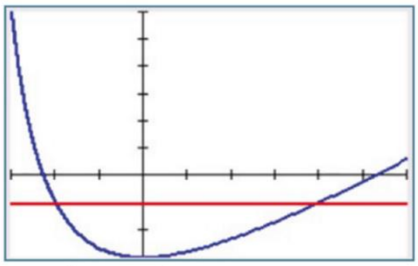
b)L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 2$ est S= $[-3\,; -2[\cup]-1\,; 1[$



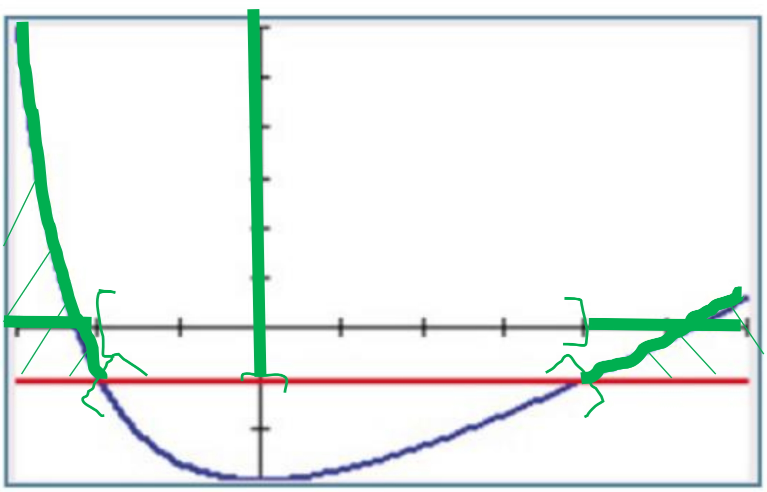
c)L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) \geq 2$ est S= $[-2\,;-1] \cup \ [1\,;4]$

<u>Exercice 17 : résolution graphique d’inéquations</u>

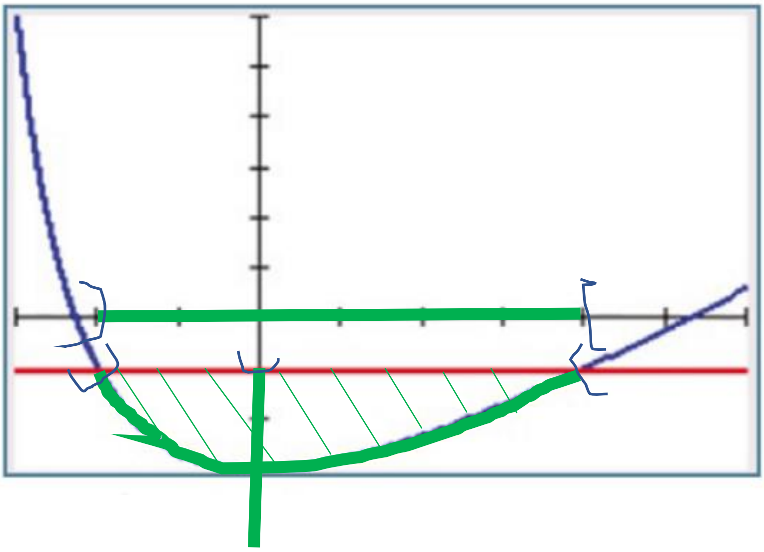
91 CALC Soit g la fonction définie sur l’intervalle [–3 ; 6] dont la courbe représentative a été obtenue sur une calculatrice. La droite colorée en rouge a pour équation $y = -1$. Résoudre par lecture graphique les inéquations :



a. $g(x) > -1$; **b.** $g(x) < -1$; **c.** $g(x) \leqslant -1$.



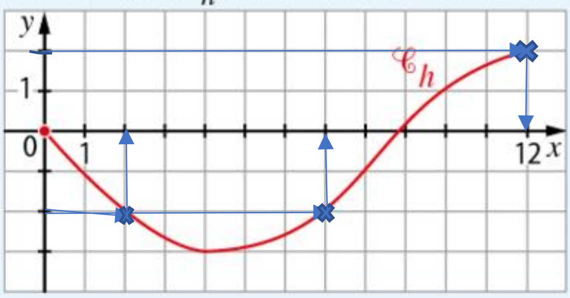
a) L’ensemble des solutions de l’inéquation $g(x) > -1$ est S= $[-3\,;-2[\cup]4\,;6]$



b)les solutions de l’inéquation $g(x) < -1$ sont les réels de $]-2\,;4[$
c) les solutions de l’inéquation $g(x) \leq -1$ sont les réels de $[-2\,;4]$

Exercice 18 : résolution graphique d’inéquations

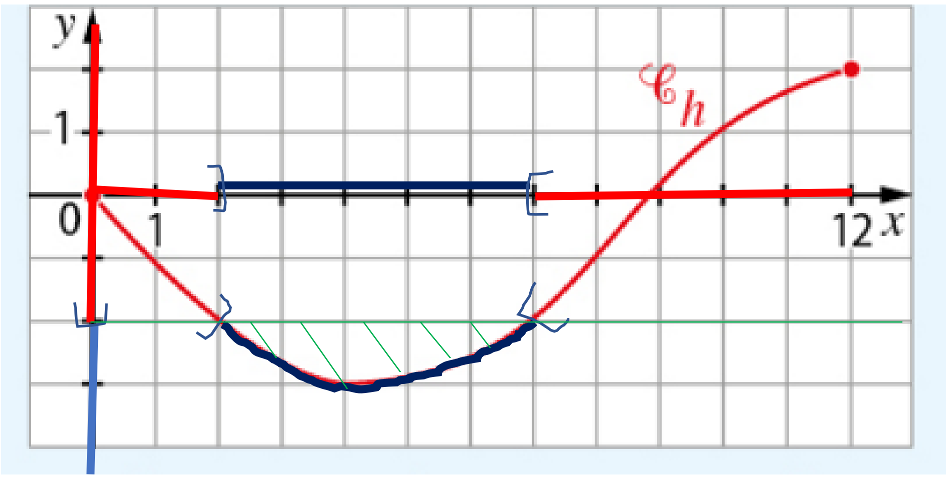
136 Soit la fonction h définie sur l’intervalle [0 ; 12] dont la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ est donnée ci-dessous.



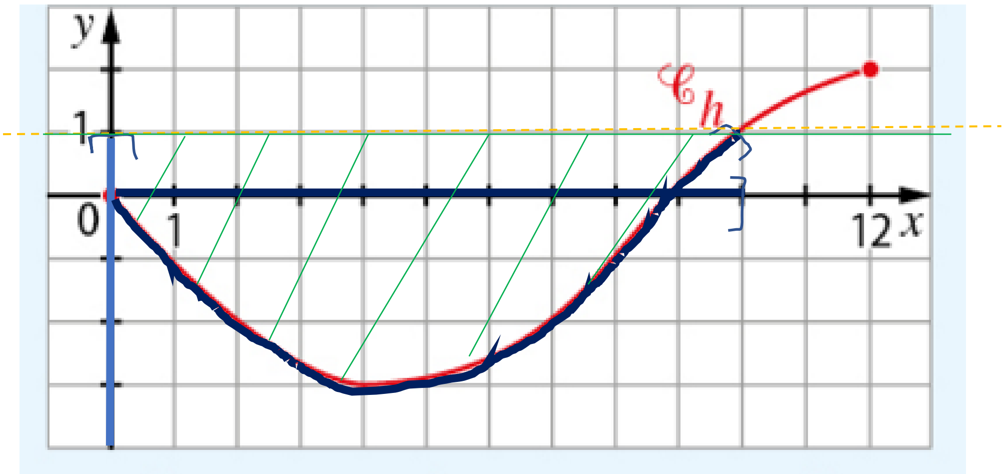
Résoudre graphiquement les équations et les inéquations suivantes.

a. $h(x) = 2$ **b.** $h(x) = -2$ **c.** $h(x) < -2$
d. $h(x) \geqslant -2$ **e.** $h(x) \leqslant 1$ **f.** $h(x) > -3$

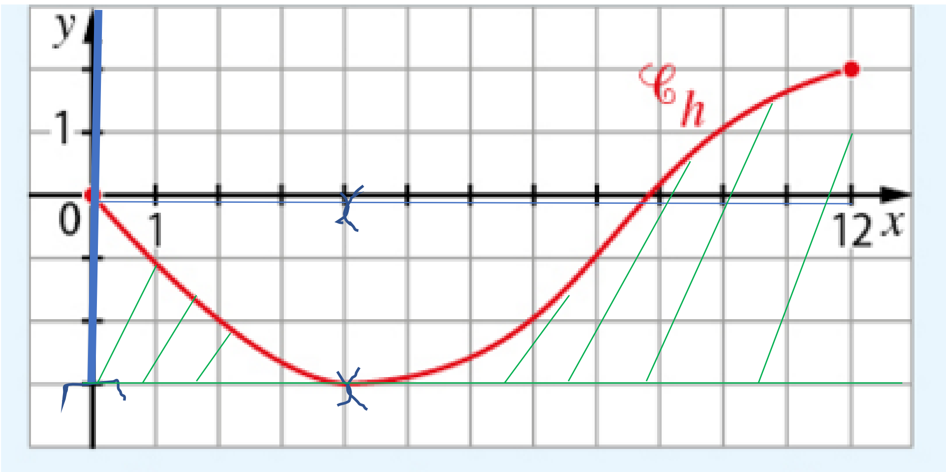
a)L’équation $h(x) = 2$ admet une seule solution : 12. S={12}
b) L’équation $h(x) = -2$ admet deux solution : 2 *et* 7. S={2 ;7}



c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) < -2$ est S=]2 ; 7[
d) L'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) \geq -2$ est S= [0 ; 2] ∪ [7 ; 12]

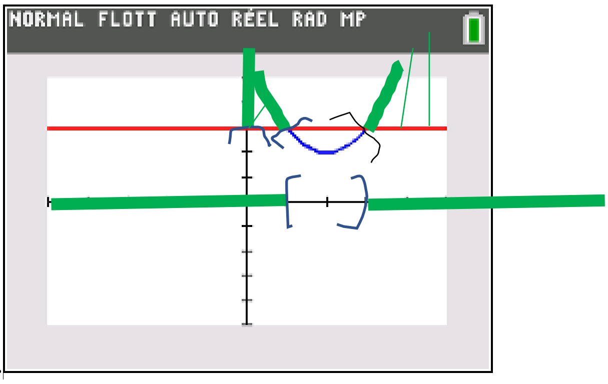


e) L'ensemble des solutions de l'inéquation $h(x) \leq 1$ est S= [0 ; 10]



e) L'ensemble des solutions de l'inéquation h(x)>-3 est S=[0 ; 4[∪]4 ; 12]

<u>Exercice 19 : courbe à l'écran de la calculatrice -résolution graphique d'inéquations</u>

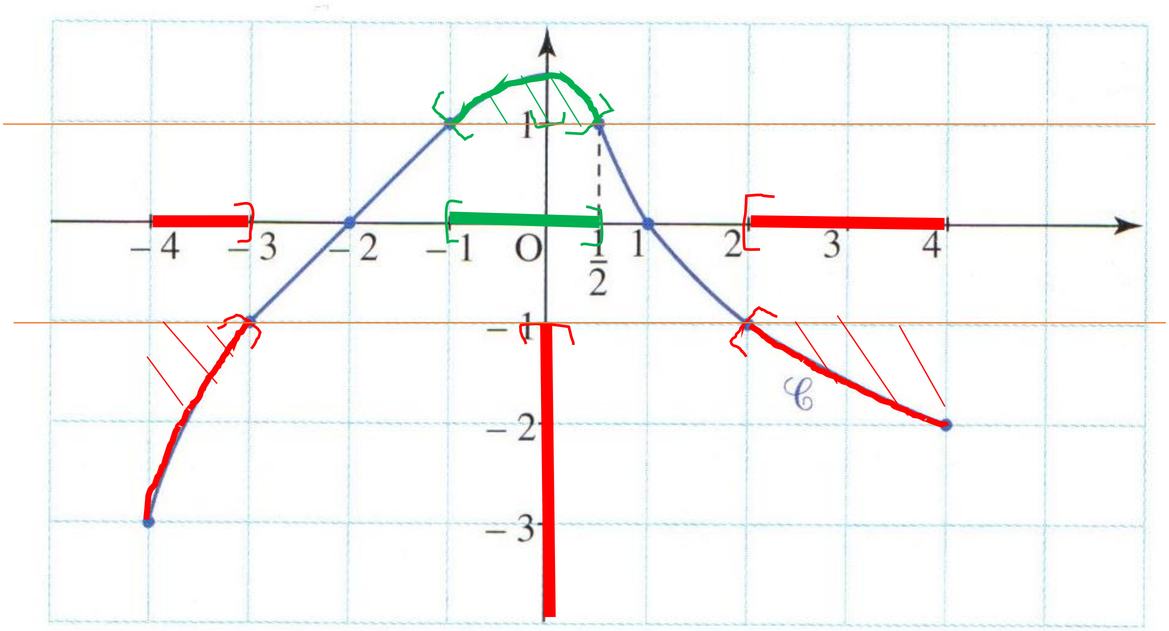


1.

2. L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) > 3$ est S= $]-\infty\,;1[\cup]3\,;+\infty[$.

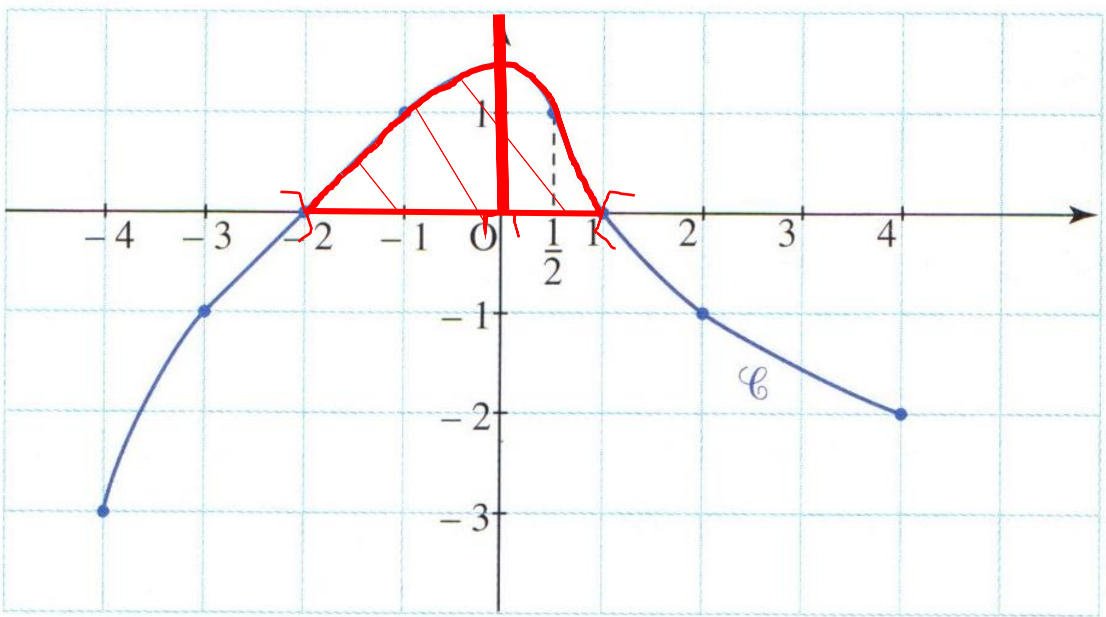
<u>Exercice 20 : résolution graphique d’inéquations</u>

1.



a)L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) \geq 1$ est S= $[-1\,;\frac{1}{2}]$

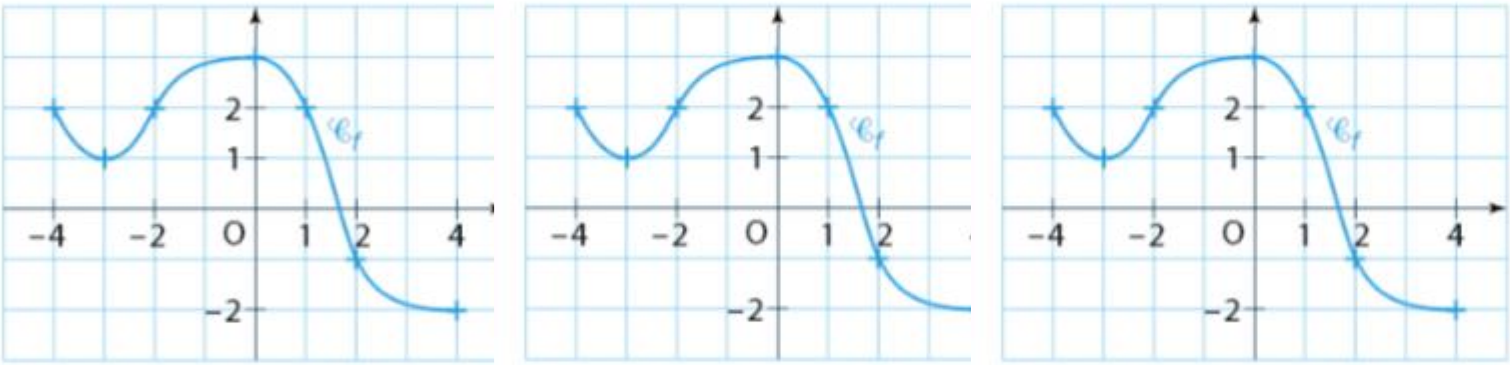
c) L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) \leq -1$ est S= $[-4\,;-3] \cup [2\,;4]$



b)L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) > 0$ est S= $]-2\,;1[$

d) L’ensemble des solutions de l’inéquation $f(x) > -3$ est S= $]-4\,;4]$

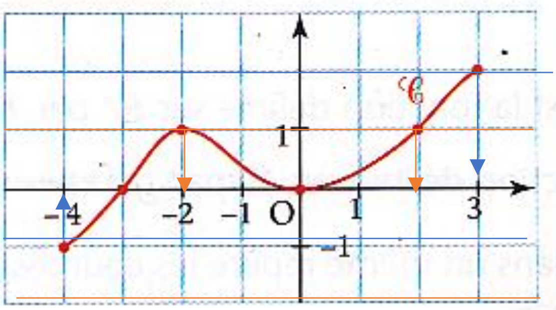
2.



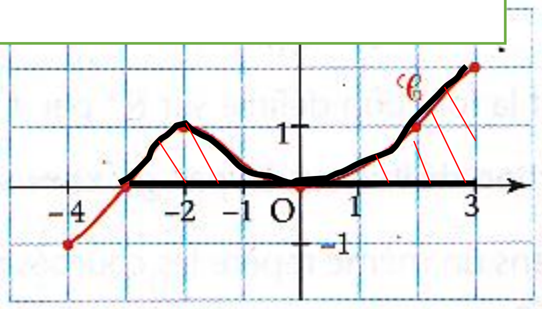
$f(x) \geq 2 \quad S = [-2;1]$
$f(x) > -1 \;\; S = [-4;2[$
$-1 \leq f(x) < 2 \qquad S =]-4;-2[\cup]1;2]$

<u>Exercice 21 : résolution graphique d'équations-inéquations</u>

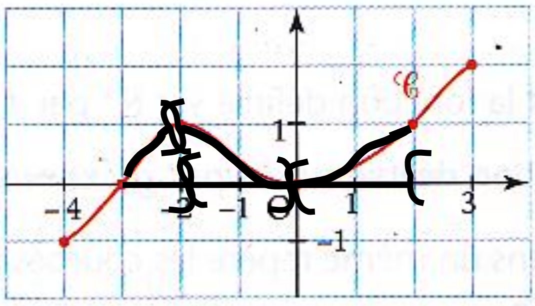
Dans un repère, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur [– 4 ; 3].



1.a) L'équation $f(x) = 2$ admet une seule solution : 3. S={3}
b) L'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions :-2 et 2. S={-2 ;2}
c) L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions :-3 et 0. S={-3 ;0}
d) L'équation $f(x) = -1$ admet une seule solution :-4. S={-4}
e) L'équation $f(x) = -2$ n'admet aucune solution. $S = \emptyset$

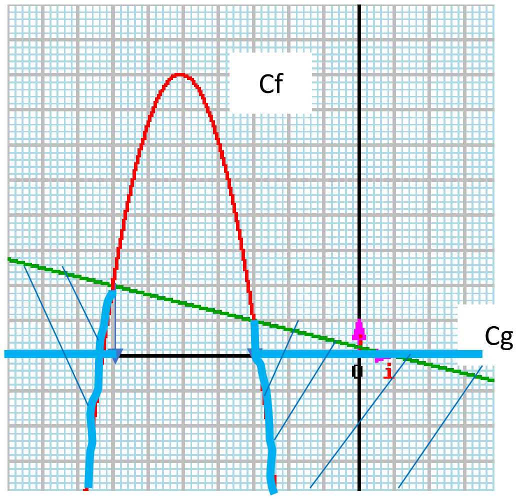


2.a)L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est S= $[-3\,;3]$.



b)L'ensemble des solutions de l'inéquation $0 < f(x) < 1$ est $S = [-3\,;-2[\cup]-2;0[\cup]0;2[$.

<u>Exercice 22 : résolution graphique d'équations-inéquations</u>



Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$.
1.Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

L'équation $f(x) = g(x)$ admet deux solutions -7 et -3. S={-7 ;-3}

2.Résoudre l'inéquation $f(x) < g(x)$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ est S= $]-\infty; -7[\cup]-3; +\infty[$.

<u>Exercice 23 : résolution graphique d'équations-inéquations</u>

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$ et $g(x) = 9x$
1.Représenter les courbes de f et de g à l'écran de la calculatrice en prenant la fenêtre suivante $[-4\,;4]$ pour les abscisses et $[-60\,;60]$ pour les ordonnées.
2.Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
L'équation $f(x) = g(x)$ admet 3 solutions : 3 ,0 et -3. S={-3 ;0 ;3}

2.Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est S=$]-3; 0[\cup]3; +\infty[$.