Correction des exercices sur le chapitre 9

Exercice 1 : reconnaitre une fonction affine

Reconnaitre parmi les fonctions ci-dessous les fonctions affines . Identifier alors la valeur du coefficient directeur m et de l'ordonnée à l'origine p.

$f(x) = x^2$, $g(x) = -7 + 3x$, $h(x) = 2$, $i(x) = 2x - 7 + 3x^2$, $j(x) = \frac{4}{5}x$

g est une fonction affine. $m = 3$ $p = -7$
h est une fonction affine. $m = 0$ $p = 2$
j est une fonction affine. $m = \frac{4}{5}$ $p = 0$ (fonction linéaire)

Exercice 2 :formule des accroissements

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 2$.
1. f est une fonction affine. $m = 3$ $p = -2$
2. $f(15) - f(5) = 3(15 - 5) = 30$.
3. $f(15) - f(5) = (3 \times 15 - 2) - (3 \times 5 - 2) = 43 - 13 = 30$
4. On résout l'équation $f(x) = 0$.

$3x - 2 = 0$ *équivaut* à $3x = 2$
équivaut à $x = \frac{2}{3}$ L'antécédent de 0 est $\frac{2}{3}$.

Exercice 3 :formule des accroissements

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 4{,}5$.
1. $m = 2$ *et* $p = -4{,}5$.
2. $f(2000) - f(1000) = 2(2000 - 1000) = 2000$.
3. $f(2000) - f(1000) = (2 \times 2000 - 4{,}5) - (2 \times 1000 - 4{,}5) = 3995{,}5 - 1995{,}5 = 2000$

4. On résout l'équation $f(x) = 0$.

$2x - 4{,}5 = 0$ *équivaut* à $2x = 4{,}5$
équivaut à $x = \frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$ L'antécédent de 0 est $2{,}25$.

Exercice 4 : formule des accroissements

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10x + 5$.
1. $f(-5) = 10 \times (-5) + 5 = -45$.
2.

x	-5	-2	1	5	10	16	26
$f(x)$	-45	-15	15	55	105	165	265

Exercice 5 : formule des accroissements

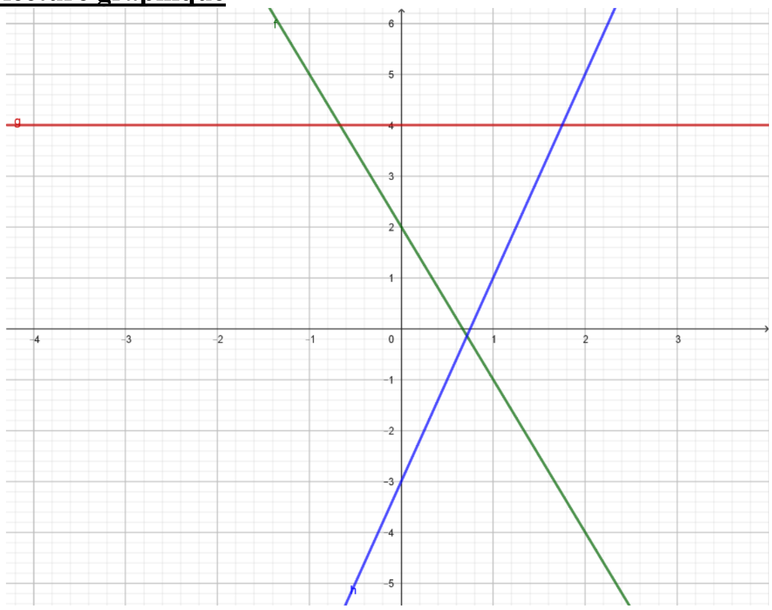
Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ dont on connait le tableau de valeurs :

x	-3	0	3	6	9	12	15
$f(x)$	3	-3	-9	-15	-21	-27	-33

$p = -3$ $m = -2$ $f(x) = -2x - 3$

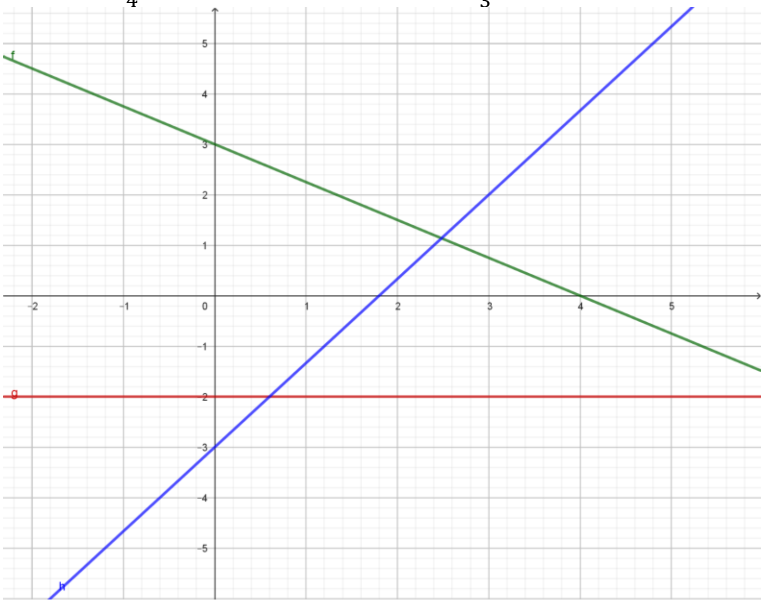
Exercice 6 :expression d’une fonction affine par lecture graphique

$f(x) = -3x + 2 \quad g(x) = 4 \quad h(x) = 4x - 3$

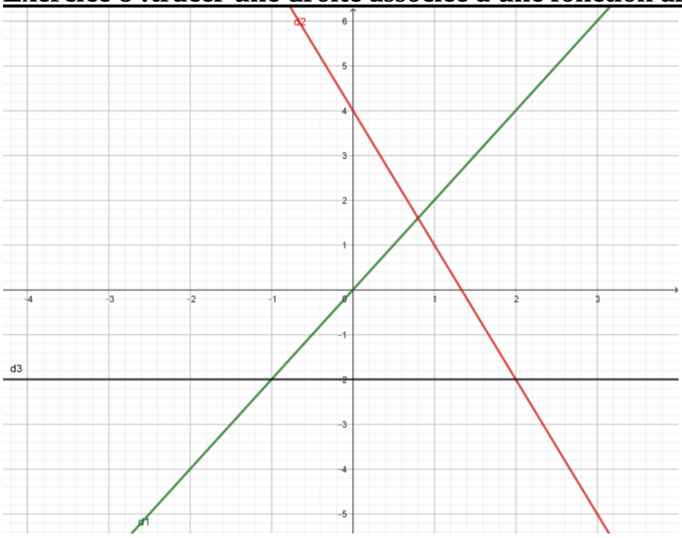


Exercice 7 :expression d’une fonction affine par lecture graphique

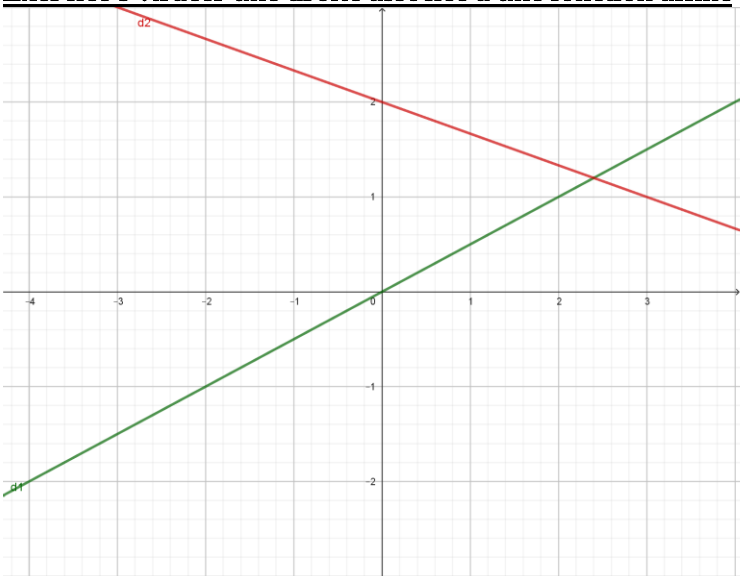
$f(x) = -\frac{3}{4}x + 3 \quad g(x) = 2 \quad h(x) = \frac{5}{3}x - 3$



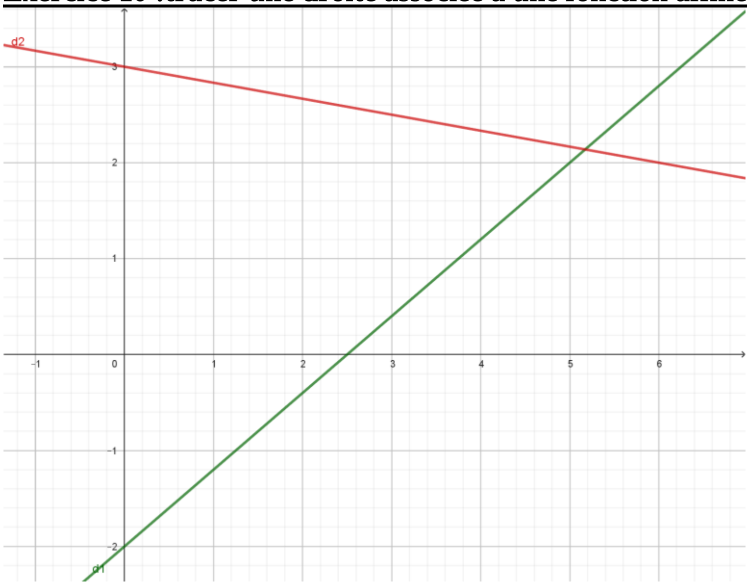
Exercice 8 :tracer une droite associée à une fonction affine



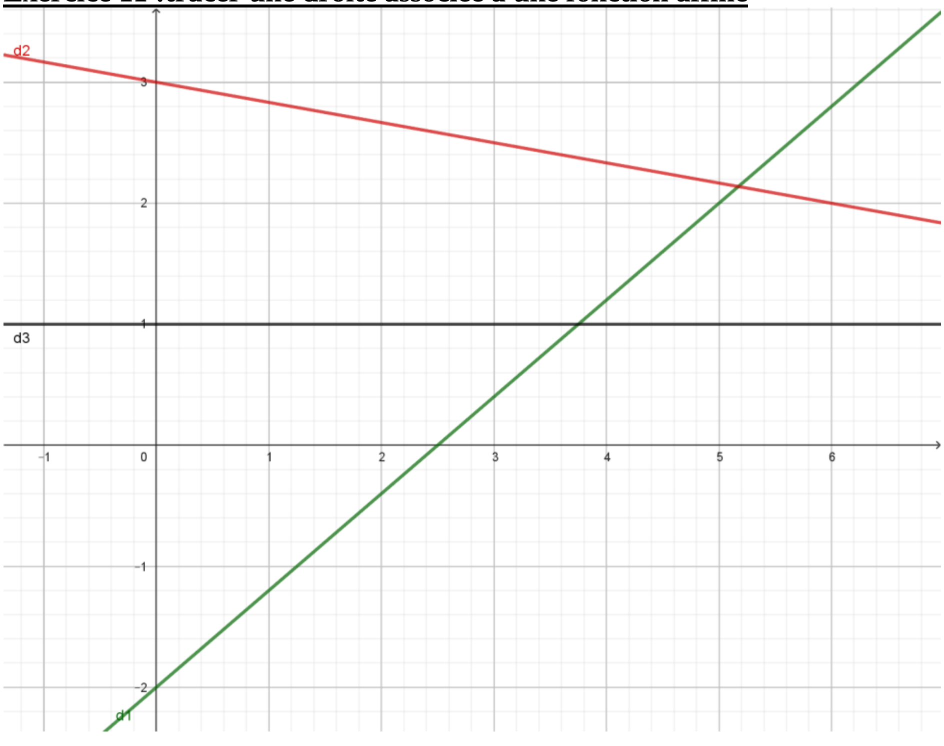
Exercice 9 :tracer une droite associée à une fonction affine



Exercice 10 :tracer une droite associée à une fonction affine



Exercice 11 :tracer une droite associée à une fonction affine



Exercice 12 : trouver l'expression d'une fonction affine par le calcul

Déterminer, par le calcul, une équation de la droite passant par les points $A(1\,;4)$ et $B(3;6)$.

x	1	3
y	4	6

- Les points A et B sont d'abscisses différentes. Une équation de la droite d représentant f est de la forme :$y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.
- Le coefficient directeur de d est $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-4}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$.

L'équation de d est donc de la forme : $y = x1 + p$

- Comme A$(1;4)$ appartient à la droite d, ses coordonnées vérifient l'équation de d soit :

$4 = 1 + p$ soit soit $p = 4 - 1 = 3$

Une équation de d est donc : $y = x+3$

Exercice 13 : trouver l'expression d'une fonction affine par le calcul

Déterminer, par le calcul, une équation de la droite passant par les points $A(3\,;-2)$ et $B(5;4)$.

Une équation de d est donc : $y = 3x-11$

Exercice 14 : trouver l'expression d'une fonction affine par le calcul

Déterminer, par le calcul, une équation de la droite passant par les points $A(3\,;7)$ et $B(6;5)$.

Une équation de d est donc : $y = -\frac{2}{3}x + 9$

Exercice 15: trouver l'expression d'une fonction affine par le calcul

Déterminer, par le calcul, une équation de la droite passant par les points $A(-2;4)$ et $B(6;8)$.

Une équation de d est donc : $y = 0{,}5x+5$

Exercice 16:

1.$f(x) = -2x + 0{,}5$.

$m = -2$ $p = 0{,}5$ $m < 0$ donc la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	+∞
$f(x)$	$\searrow$	

2.$f(x) = 0{,}25x$.

$m = 0{,}25$ $p = 0$ $m > 0$ donc la fonction affine f est croissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	+∞
$f(x)$	$\nearrow$	

3.$f(x) = 10 - \frac{1}{4}x = -\frac{1}{4}x + 10$.

$m = -\frac{1}{4}$ $p = 10$ $m < 0$ donc la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	+∞
$f(x)$	$\searrow$	

Exercice 17: signe d'une fonction affine

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 4$.

1. $-2x + 4 = 0$ équivaut à $-2x = -4$ équivaut à $x = \frac{-4}{-2} = 2$

Comme $m = -2$ $m < 0$ alors la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	2		+∞
$f(x)$	+	0	-	

f est strictement négative sur]2 ;+∞[
f est strictement positive sur]-∞ ;2[
f s'annule en 2

2. $-2x + 4 < 0$ si $x > 2$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 4 < 0$ est $S =]2\,;+\infty[$.

3.
$-2x + 4 \geq 0$ équivaut à $-2x \geq -4$ équivaut à $x \leq -\frac{4}{-2}$ équivaut à $x \leq 2$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 4 \geq 0$ est $S =]-\infty; 2]$.

Exercice 18: signe d'une fonction affine

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 5$.
$x - 5 = 0$ équivaut à $x = 5$

Comme $m = 1$ $m > 0$ alors la fonction affine f est croissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	5		+∞
$f(x)$	-	0	+	

f est strictement négative sur]-∞ ;5[
f est strictement positive sur]5 ;+∞[
f s'annule en 5

Exercice 19: signe d'une fonction affine

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10 - \frac{1}{2}x$.

1. $10 - \frac{1}{2}x = 0$ équivaut à $-\frac{1}{2}x = -10$ équivaut $x = \frac{-10}{-\frac{1}{2}} = 10 \times \frac{2}{1} = 20$

Comme $m = -\frac{1}{2}$ $m < 0$ alors la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞	20		+∞
$f(x)$	+	0	-	

f est strictement négative sur] 20 ;+∞[
f est strictement positive sur]-∞ ;20[
f s'annule en 20

2. $10 - \frac{1}{2}x \geq 0$ si $x \leq 20$
L'ensemble des solutions de l'inéquation $10 - \frac{1}{2}x \geq 0$ est $S =]-\infty; 20]$.

3. $10 - \frac{1}{2}x < 0$ équivaut à $-\frac{1}{2}x < -10$ équivaut à $x > -\frac{10}{-\frac{1}{2}}$ équivaut à $x > 20$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $10 - \frac{1}{2}x < 0$ est $S =]20; +\infty[$.

Exercice 20: signe d'une fonction affine
$-x + 7 = 0$ équivaut à $-x = -7$ équivaut $x = 7$.
Comme $m = -1$ $m < 0$ alors la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞		7		+∞
$f(x)$		+	0	-	

f est strictement négative sur]7 ;+∞[
f est strictement positive sur]-∞ ;7[
f s'annule en 7

Exercice 21: signe d'une fonction affine
Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0{,}5x - 3$.
1. $0{,}5x - 3 = 0$ équivaut à $0{,}5x = 3$ équivaut $x = \frac{3}{0{,}5} = 6$.
Comme $m = 0{,}5$ $m > 0$ alors la fonction affine f est croissante sur $\mathbb{R}$

x	-∞		6		+∞
$f(x)$		-	0	+	

f est strictement positive sur]6;+∞[
f est strictement négative sur]-∞ ;6[
f s'annule en 6
2. $0{,}5x - 3 < 0$ si $x < 6$
L'ensemble des solutions de l'inéquation $0{,}5x - 3 < 0$ est $S =]-\infty; 6[$.

3. $0{,}5x - 3 \geq 0$ équivaut à $0{,}5x \geq 3$ équivaut $x \geq \frac{3}{0{,}5}$ équivaut à $x \geq 6$
L'ensemble des solutions de l'inéquation $0{,}5x - 3 \geq 0$ est $S = [6; +\infty[$.

Exercice 22: signe d'une fonction affine
Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7 - 3x$.
$7 - 3x = 0$ équivaut à $-3x = -7$ équivaut $x = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$.
Comme $m = -3$ $m < 0$ alors la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$\frac{7}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	

f est strictement négative sur $]\frac{7}{3};+\infty[$

f est strictement positive sur $]-\infty;\frac{7}{3}[$

f s'annule en $\frac{7}{3}$

Exercice 23:signe d'un produit de fonctions affines

$x-2=0$ *équivaut à* $x=2$

$x-5=0$ *équivaut à* $x=5$

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	+		+	
$x-5$		$-$		$-$	0	+	
$(x-2)(x-5)$		+	0	$-$	0	+	

$(x-2)(x-5)>0 \;\; si\; x<2 \; ou\; x>5$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est S=]-∞ ;2[∪]5 ;+∞[

Exercice 24:signe d'un produit de fonctions affines

1.

$x-4=0$ équivaut à $x=4$ $\quad 1-x=0$ équivaut à $-x=-1$ équivaut à $x=1$

x	-∞		1		4		+∞
$x-4$		-		-	0	+	
$1-x$		+	0	-		-	
$(x-4)\times(1-x)$		-	0	+	0	-	

2.On en déduit que $(x-4)(1-x)>0$ si $x \in]1;4[$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(x-4)(1-x)>0$ est $S=]1;4[$.

Exercice 25:signe d'un produit de fonctions affines

1. $x-1=0$ équivaut à $x=1$ $\quad x-2=0$ équivaut à $x=2$

x	-∞		1		2		+∞
$x-1$		-	0	+		+	
$x-2$		-		-	0	+	
$(x-1)(x-2)$		+	0	-	0	+	

2. $(x-1)(x-2)\leq 0$ S=[1 ;2]

Exercice 26:signe d'un quotient de fonctions affines

1.$-x+2=0$ équivaut à $x=2$ $2x-6=0$ équivaut à $x=3$

x	-∞		2		3		+∞
$-x+2$		+	0	-		-	
$2x-6$		-		-	0	+	
$\frac{-x+2}{2x-6}$		-	0	+	‖	-	

2.$\frac{-x+2}{2x-6}>0$ S=]2 ;3[

Exercice 27:signe d'un produit de fonctions affines

1. $x-4=0$ équivaut à $x=4$ $2-x=0$ équivaut à $x=2$

x	-∞		2		4		+∞
$x-4$		-		-	0	+	
$2-1x$		+	0	-		-	
$(x-4)(2-x)$		-	0	+	0	-	

2.$(x-4)(2-x)\geq 0$ S=[2 ;4]

Exercice 28:signe d'un quotient de fonctions affines

1.

$3x+1=0$ équivaut à $x=-\frac{1}{3}$ $-4x+5=0$ équivaut à $x=\frac{5}{4}$

x	-∞		$-\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		+∞
$3x+1$		-	0	+		+	
$-4x+5$		+		+	0	-	
$\frac{3x+1}{-4x+5}$		-	0	+	‖	-	

2.$\frac{3x+1}{-4x+5}<0$ S=]-∞ ; $-\frac{1}{3}$[∪]$\frac{5}{4}$; +∞[

Exercice 29:signe d'un produit de fonctions affines

1. $-x+5=0$ équivaut à $x=5$ $2x+1=0$ équivaut à $x=-\frac{1}{2}=-0{,}5$

x	$-\infty$		-0.5		5		$+\infty$
$-x+5$		+		+	0	−	
$2x+1$		−	0	+		+	
$(-x+5)(2x+1)$		−	0	+	0	−	

2. $(-x+5)(2x+1)>0.$ S=]-0,5 ;5[

Exercice 30:signe d'un quotient de fonctions affines

1. $9-3x=0$ équivaut à $x=3$ $6x+2=0$ équivaut à $x=-\frac{1}{3}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$9-3x$	+		+	0	−	
$6x+2$	−	0	+		+	
$\frac{9-3x}{6x+2}$	−	‖	+	0	−	

2. $\frac{9-3x}{6x+2}<0$ S=$]-\infty;-\frac{1}{3}[\cup]3;+\infty[$

Exercice 31:signe d'un produit de fonctions affines

1. $x-1=0$ *équivaut* à $x=1$ $x-2=0$ *équivaut* à $x=2$

x	-∞	0		1		2	+∞
x	-	0	+		+		+
$x-1$	-		-	0	+		+
$x-2$	-		-		-	0	+
$x(x-1)(x-2)$	-	0	+	0	-	0	+

$x(x-1)(x-2)>0$ S=]0 ; 1[∪]2; +∞[

Exercice 32:signe d'un produit de fonctions affines

x² est toujours strictement positive sauf en 0 où elle s'annule

$x+3=0$ équivaut à $x=-3$

x	-∞	-3		0	+∞
x^2	+		+	0	+
$x+3$	-	0	+		+
$x^2(x+3)$	-	0	+	0	+

2.On en déduit que $x^2(x+3)<0$ si $x<3$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2(x+3)<0$ est $S=]-\infty;3[$