***Devoir à la maison numéro 2 (pour le 10/10/24)***

**Exercice 1 : équation différentielle**

**Les 2 questions sont indépendantes.**

1.Résoudre l’équation différentielle

2.Résoudre l’équation différentielle

**Exercice 2 : convexité**

****

****

****

**Exercice 3 : récurrence et fonction**

On définit la suite par : pour tout entier naturel , et .

**1.** Soit *f* la fonction définie sur par .

**a.** On admet que *f* est dérivable sur . Montrer que, pour tout réel de ,

b) En déduire le tableau de variations de *f* sur . (la limite en +∞ n’est pas demandée)

c) Déduire de la question précédente que, si alors .

2. Démontrer à l’aide d’un raisonnement par récurrence et à l’aide de la question précédente que pour tout entier naturel

3. Démontrer que la suite est décroissante.

4. Comme alors on peut définir la suite par : pour tout entier naturel , .

a) Démontrer que cette suite est une suite géométrique de raison 2.

b) Pour tout entier naturel , exprimer puis en fonction de .

**Exercice 4 : programmation**

On définit la suite par : pour tout entier naturel , et .

On considère les fonctions python suivantes :

|  |  |
| --- | --- |
| **Programme 1** | **Algorithme 2** |
| *def termesuite(n) :*    *for i in range(1,n+1) :*    *return(u)* | *def termesuite(n) :*    *for i in range(0,n) :*    *return(u)* |

1. De ces 2 programmes, lequel permet d’afficher en sortie la valeur de *un* ,la valeur de l’entier naturel *n* étant entrée par l’utilisateur. Justifier.

2. Ecrire un programme python permettant de mettre dans une liste les premiers termes de la suite . Ecrire ce programme sur Python et faire apparaitre les 20 premiers termes de la suite (joindre une capture d’écran de l’éditeur et de la console)

**Exercice 5: uniquement pour ceux qui veulent tenter une prépa**

Pour tout entier *n* , on pose

1. Démontrer que pour tout entier naturel *n* , .
2. Nous allons démontrer cette formule à l’aide d’une autre méthode.

a)Pour tout entier naturel *k* vérifiant , exprimer en fonction des puissances de *k*.

b) En déduire que .

3. Déterminer une expression de .

**Exercice 6: uniquement pour ceux qui veulent tenter une prépa**

**Les deux questions sont indépendantes**

1.Résoudre l’équation différentielle avec

2.Résoudre l’équation différentielle (indication : diviser par z² on admet que z ne s’annule pas)