**Devoir surveillé numéro 3 (vendredi 20/12/2024)**

**Consignes : L’usage de la calculatrice est autorisé. Le sujet est à rendre avec la copie.**

**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront**

**pour une part importante dans l’appréciation des copies.**

**Le devoir est noté sur 22,5 puis ramener à 20.**

**Exercice 1 : étude de limites (1+1+1+1+1=5 points)**

*Les questions sont indépendantes.*

1.Etudier.

2.Etudier.

3.Etudier.

4.Etudier.

5. Etudier

**Exercice 2: limite d’une suite arithmético-géométrique (1,5+1+1=3,5 points)**

 la suite définie pour tout entier naturel *n*, et .

1.Démontrer, à l’aide d’un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel ,

2.Démontrer que la suite est croissante.

3.Prouver que la suite est convergente et déterminer sa limite.

**Exercice 3 : vrai-faux à justifier (1,25+1,25=2,5 points)**

*Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque*

*réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.*

**Affirmation 1 :**

Soit *f* la fonction définie sur [0 ;5] par La fonction *f* admet comme

 minimum .(on admettra que pour tout réel *x* de [0 ;5] , )

**Affirmation 2 :**

L’équation admet deux solutions dans l’intervalle .

**Exercice 4 : étude d’une suite arithmético géométrique (0,5+0,5+1+0,75+1+0,25=4 points)**

Une société propose des contrats annuels d’entretien de photocopieurs. Le directeur remarque que, chaque année, 14% de contrats supplémentaires sont souscrits et 7 contrats sont résiliés.

En 2023, l’entreprise dénombrait 120 contrats souscrits.

On modélise la situation par une suite où est le nombre de contrats souscrits l’année *2023+n.*

Ainsi, on a . On admet que pour tout entier naturel *n*,

1. Compte tenu de ses capacités structurelles, l’entreprise ne peut prendre en charge que 190 contrats. Au-delà, l’entreprise devra embaucher davantage de personnel.

On cherche donc à savoir en quelle année, l’entreprise devra embaucher.

Pour cela, on utilise la fonction Python suivante :

 def seuil() :

 =

 =

 …………………………..

 = ….

 return()

a) Compléter cette fonction python.

b) Quelle valeur est affichée lorsque l’on appelle la fonction seuil ? Interpréter cette valeur dans le contexte de l’exercice.

2. On rappelle que pour tout entier naturel *n* , et .

On définit la suite par : pour tout entier naturel , .

1. Démontrer que la suite est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Exprimer en fonction de puis démontrer que, pour tout entier naturel ,
3. Résoudre dans l’ensemble des entiers naturels *n* , l’inéquation .
4. Quel résultat de la question , retrouve t’on ?

**Exercice 5: un problème d’optimisation(3 points : 0,75 + 0,25 + 0,75 +0,75 +0,5 )**

**Partie A-Préliminaire :**

Résoudre dans ]0 ;+∞[ l’inéquation .

**Partie B-**

Les courbes *Cf* et *Cg* ci-dessous représentent respectivement , les fonctions *f* et *g* définies sur ]0 ;+∞[ par et

 .

On suppose que sur [] , la courbe *Cf* est au-dessus de la courbe *Cg*.

Pour *x* appartenant à l’intervalle *[1 ;e],* on note M le point de la courbe *Cf* d’abscisse *x* et N le point de la courbe *Cg* de même abscisse.

1. Donner sans justifier l’expression de la longueur MN en fonction de *x*.

Soit *h* la fonction définie sur par

1. Démontrer que pour tout réel *x* de *[1 ;e]* , .  *(la dérivabilité sera admise)*
2. Dresser le tableau de variations complet de la fonction .
3. Pour quelle valeur de *x* , la longueur MN est-elle maximale ? Quelle est la longueur maximale ?

**Exercice 6: étude d’une fonction (0,5+0,5+0,5 +0,75+0,75+0,75+0,75=4,5 points)**





