**Exercices sur le chapitre 2 (théorème des valeurs intermédiaires)**

**Exercice 1:**

Soit *f* la fonction définie sur [-6 ;6] par  .

1. Etudier les variations de la fonction *f* puis dresser son tableau de variations.

2. Montrer que l’équation *f(x)=0* admet exactement 3 solutions que l’on nomme .

3. Déterminer un encadrement à de chacune des solutions. En déduire un arrondi à 1 décimale de chacune des solutions.

4. Déterminer le signe de *f(x)* en fonction de *x*.

**Exercice 2 :**

Soit la fonction *f* définie sur [0 ;5] par .

1. On admet que la fonction *f* est dérivable sur [0 ;5] . Donner sans justifier *f’(x).*

2 . Dresser le tableau des variations de la fonction *f* .

3. Démontrer que l’équation *f(x)=0* admet exactement une solution : α. Donner un encadrement de α d’amplitude 10-2.

4.Dresser le tableau de signe de la fonction *f*.

**Exercice 3 :**

On considère la fonction *f* définie et dérivable sur l’intervalle [0 ;4] par

.

1. On admet que la fonction f est dérivable sur [0 ;4] . Déterminer en justifiant
2. Déterminer en justifiant le tableau de variations de *f* .
3. Démontrer que l’équation admet une unique solution sur l’intervalle .

Donner un encadrement de d’amplitude 0,001.

**Exercice 4 :**

Soit *f* la fonction définie sur [0 ;10] par .

**Partie A**

1. Montrer que , pour tout réel de [0 ;10],

2. Déterminer en justifiant le tableau de variations de f sur l’intervalle [0 ;10].

3. Justifier que l’équation *f(x)=0* admet une unique solution α sur [0 ;10] .

4. Déterminer le tableau de signe de *f(x).*

5. Déterminer un encadrement d’amplitude 0,01 de α.

**Partie B**

Une entreprise fabrique entre 0 et 1000 objets par semaine.

Le bénéfice en milliers d’euros, que réalise cette entreprise lorsqu’elle fabrique et vend *x* centaines

d’objets est modélisé par la fonction *f* définie sur [0 ;10] par .

1. Quel est le nombre d’objets à vendre pour réaliser un bénéfice maximum ? Quel est ce bénéfice maximal en euros ?

2. A partir de combien d’objets fabriqués et vendus, l’entreprise réalise t’elle un bénéfice strictement positif ?

**Exercice 5 :**

****

2. Etudier le signe de *f’(x)* puis dresser le tableau de variations de la fonction *f*.

3. Démontrer que l’équation *f(x)=0,5* admet une solution unique α sur l’intervalle [0 ;6].

Déterminer une valeur approchée de α à 0,01.

****

**Exercice 6 :**

Soit *f* la fonction définie sur [3 ;13] par .

**A-Etude de la fonction *f***

1. On admet que *f* est dérivable sur [3 ;13] .Donner sans justifier puisrésoudre dans[3 ;13] , l’inéquation

2. Dresser à l’aide de la question précédente le tableau de variations complet de la fonction *f.*

3. a) Démontrer que l’équation admet exactement 2 solutions dans [3 ;13] . La plus petite sera appelée α , la plus grande β. *(on appliquera le théorème qu’une seule fois si nécessaire)*

b) Déterminer à l’aide des questions 2 et 3a), le tableau de signes de la fonction *f.*

c)Donner sans justifier une valeur approchée à 2 décimales de α et de β.

**B-Application**

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 300 et 1 300.

Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d’euros, réalisé pour la production et la vente de *x* centaines de toboggans est modélisé sur l’intervalle [3 ;13] par la fonction *f.*

En utilisant la partie A , répondre aux questions suivantes :

1. Déterminer le nombre de toboggans que l’usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal, et donner ce bénéfice, arrondi à l’euro.

2. Combien de toboggans, cette usine doit-elle produire chaque mois afin de réaliser un bénéfice strictement positif ?

**Exercice 7:** 





**Exercice 8 : ****

**Exercice 9 :**

**Partie A : Etude d’une première fonction**

On note la fonction définie sur par .

1. Déterminer *f’(x).*
2. Dresser le tableau de variation de .
3. Démontrer que l’équation admet une unique solution dans l’intervalle
4. Donner un encadrement de à 0,1.
5. Dresser le tableau de signes de .

**Partie B : Etude d’une deuxième fonction – application économique**

Une entreprise produit et vend des pièces pour hélicoptères. Pour des raisons de stockage, sa production

mensuelle est comprise entre et pièces. Elle vend tout ce qui est produit.

On considère la fonction *g* définie sur l'intervalle par .

 représente le bénéfice mensuel, exprimé en dizaine de milliers d'euros, obtenu pour la vente de centaines de pièces.

1. On admet la dérivabilité de .Montrer que pour tout réel de , .
2. Déterminer en justifiant le tableau de variations de
3. Quelle est la quantité de pièces à produire pour obtenir un bénéfice mensuel maximal ?

Calculer ce bénéfice arrondi à euros près*.*

**Exercice 10 :**

****

****

b. *C(x)=5.*

 ****

**Correction de l’exercice 6 :**

Soit *f* la fonction définie sur [3 ;13] par .

**A-Etude de la fonction *f***

1. On admet que *f* est dérivable sur [3 ;13] . *f’(x)=* .



 

 

 

 

 

  S=[3 ;5[

2.

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  *3 5 13* |
| *f’(x)*  |  *+ 0 -* |
| *f(x)* | 9*14-e4 -6-e-16* |

*f(3)=…= 14-e4 f(13)=…=-6-e-16  f(5)=10-e0 =9*

*f est strictement croissante sur [3 ;5] et est strictement décroissante sur [5 ;13]*

3. a)

|  |  |
| --- | --- |
| * sur *[3 ;5]*

\**f* est continue et est strictement croissante \*\*D’après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires , l’équation *f(x)=0* admet une unique solution α sur *[3 ;5]* | * Sur [5 ;13]

\**f* est continue et est strictement décroissante \*\*D’après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires , l’équation *f(x)=0* admet une unique solution βsur *[5 ;13]*  |

b)

|  |  |
| --- | --- |
| *x* |  *3 α 5 β 13* |
| *f(x)* | 9 *0 0**14-e4 -6-e-16* |
| *f(x)* | * *0 + 0 -*
 |

*f* est positive ou nulle sur [α ;β] , négative ou nulle sur [3 ;α] et [β ;13]

c)On utilise la technique de balayage

3<α<4 3,7<α<3,8 3,73<α<3,74 3,736<α<3,737 α≈3,74

9<β<10 9.9<β<10 9.99<β<10 9.999<β<10 β≈10

**B-Application**

1. D’après la tableau de variations de la fonction *f* , *f* admet un maximum en *x=5* de valeur 9.

Ainsi l’usine doit produire 500 toboggans de façon à obtenir un bénéfice maximal. Ce bénéfice maximal est de 9000 euros.

2. D’après la question 3b) , l’usine doit produire entre 374 et 1000 toboggans afin de réaliser un bénéfice strictement positif .